Zeitschrift: IABSE proceedings = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen

Band: 10 (1986)

Heft: P-105: Buckling loads of circular rings compressed by a system of radial cables

Artikel: Charge de ruine d'anneaux circulaires comprimés par des câbles radiaux

Autor: Mutondo, M.W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-39614

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

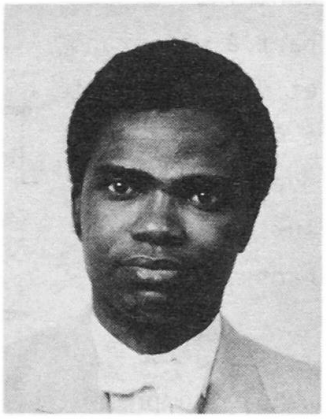
ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Charge de ruine d'anneaux circulaires comprimés par des câbles radiaux

Buckling loads of circular rings compressed by a system of radial cables

Bruchlast kreisförmiger Ringe die durch Radialkabel zusammengedrückt werden

M.W. MUTONDO
Chercheur libre
Université de Gand
Gand, Belgique



M.W. Mutondo, né en 1953, a obtenu le diplôme d'ingénieur civil des constructions à l'Université de Kinshasa en 1978 et le grade de docteur en sciences appliquées à l'Université de Gand en 1985. Il est actuellement chercheur à l'Université de Gand.

RÉSUMÉ

Cet article présente la partie expérimentale d'une étude sur l'instabilité élastique d'anneaux métalliques circulaires comprimés par l'intermédiaire de câbles radiaux. Seize modèles d'anneaux ont été testés et leurs charges expérimentales de ruine sont comparées aux charges théoriques correspondantes.

SUMMARY

This paper presents the experimental findings of a study determining the load at which elastic instability of circular steel rings compressed by a system of radial cables occurs. Sixteen rings were tested and their experimental critical loads are compared with theoretical values.

ZUSAMMENFASSUNG

Dieser Artikel stellt den experimentellen Teil einer Forschung nach der elastischen Instabilität kreisförmiger Stahlringe, die durch Radialkabel zusammengedrückt werden, vor. Sechzehn Ringe wurden getestet und ihre experimentellen Bruchlasten werden mit den theoretischen Werten verglichen.

1. INTRODUCTION

Une solution très économique pour supporter la couverture d'une très grande surface circulaire sans appuis intermédiaires, consiste à utiliser un système radial de câbles d'acier tel que schématisé sur la figure 1. Dans la vue en plan, on peut distinguer les câbles radiaux dont les extrémités sont attachées d'une part à un grand anneau circulaire comprimé et d'autre part à un petit anneau circulaire étiré. Dans les différentes coupes transversales possibles, outre les câbles radiaux et les colonnes, on peut voir les tirants ou les étais.

Le problème, c'est que l'anneau comprimé, surtout lorsqu'il est métallique, peut flamber. Le manque d'études approfondies à ce sujet [1,2,3], nous a conduit à étudier théoriquement et expérimentalement l'instabilité élastique des anneaux circulaires comprimés par l'intermédiaire de câbles radiaux [4].

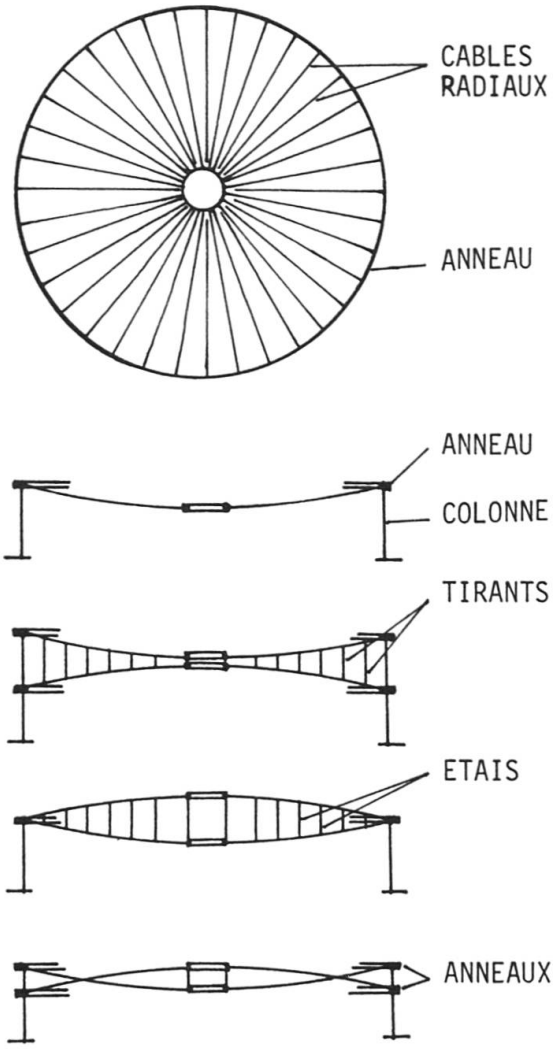


Fig. 1 Toitures à câbles radiaux

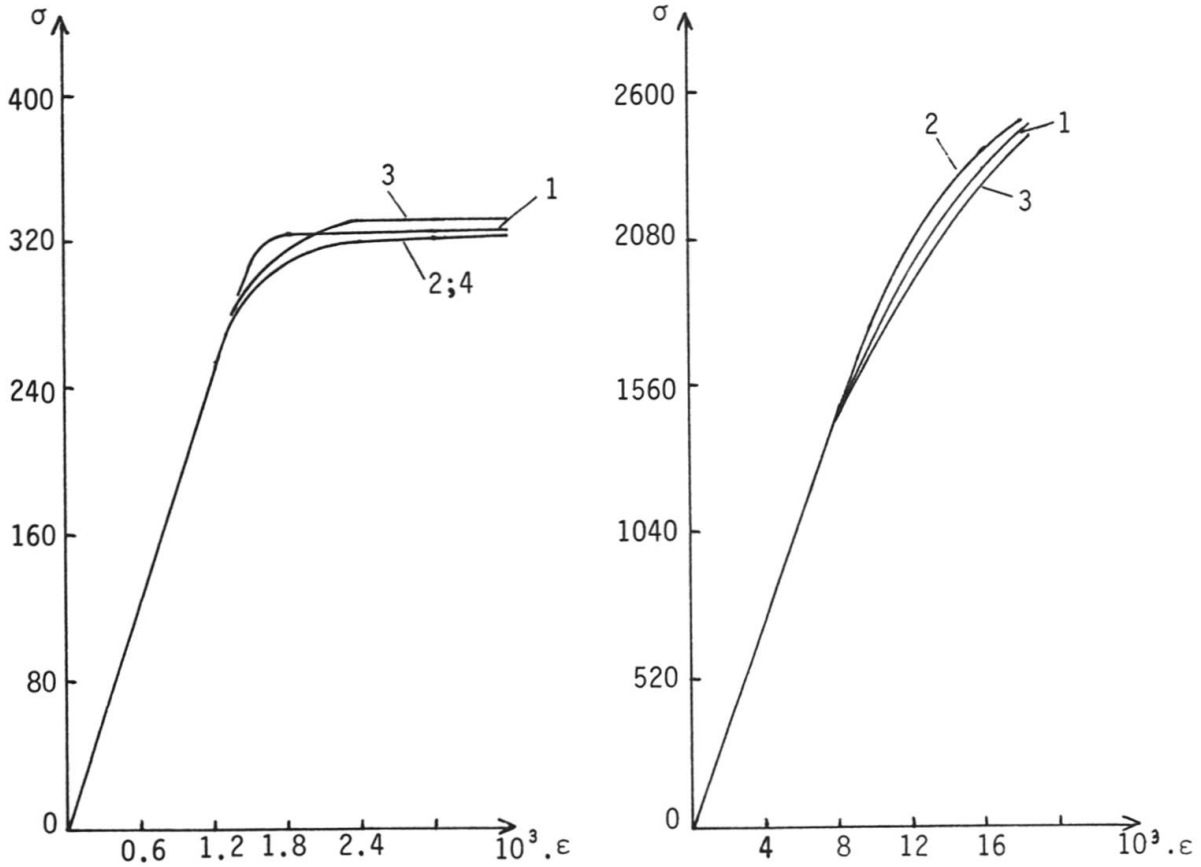
Dans cet article, nous rendons compte des essais que nous avons réalisés au Laboratoire de Recherches sur Modèles de Constructions à l'Université de Gand. Les essais dont les résultats sont comparés à nos résultats théoriques. Pour simplifier les essais et n'étudier que l'influence des câbles radiaux sur l'instabilité plane de l'anneau comprimé, les colonnes étaient remplacées par des câbles verticaux auquels était suspendu l'anneau comprimé. Les modèles d'essais n'avaient qu'une seule nappe de câbles radiaux dont la prétension, le cas échéant, était assurée par la suspension des poids,et qui étaient soumis aux charges verticales et symétriques par rapport à l'axe de la structure.

2. BUT ET DESCRIPTION DES ESSAIS

Les essais ont eu pour but la vérification expérimentale des théories établies [4,5] dont les deux principaux résultats sont la valeur de la charge de ruine

et le mode de flambement.

Les anneaux circulaires ont été fabriqués à partir des barres d'acier rectilignes. Les caractéristiques mécaniques de quatre éprouvettes d'acier normalisées testées à traction [6] sont données par les diagrammes de la figure 2 et dans le tableau 1.



(a) acier des anneaux (b) acier des fils

Fig. 2 Diagrammes contraintes (en N/mm²) -dilatations

Nous avons fait épouser à chaque barre métallique la forme circulaire d'une planche en bois préalablement préparée, et ses deux bouts ont ensuite été soudés. Les barres étaient percées de trous au niveau de leur fibre moyenne afin d'attacher les fils d'acier dont les caractéristiques mécaniques sont reprises sur les diagrammes de la figure 2 et dans le tableau 1.

ESSAI N°	ANNEAUX		FILS	
	σ_r	R_r	σ_r	R_r
1	326	391	2301	2530
2	323	378	2340	2499
3	330	391	2279	2499
4	322	377	-	-

σ_r: limite élastique (à 0,2 %)
R_r: contrainte de rupture, en N/mm²

Tableau 1 Caractéristiques des aciers

Les opérations de fabrication d'anneaux engendrent des contraintes internes dont

la réduction passe par le chauffage des modèles, leur maintien à une température plus ou moins élevée pendant un certain temps suivi d'un refroidissement lent selon une procédure que nous explicitons dans la suite. Après traitement thermique, l'anneau pouvait recevoir les fils d'acier radiaux convergeant vers un petit anneau central et les fils verticaux servant d'appuis.

L'examen des constructions existantes, ou ayant existé, montre que l'angle constant entre deux câbles radiaux voisins varie entre 4° et 12°. Pour nos essais, nous l'avons pris égal à 10°. La figure 3 montre un modèle d'essai en cours de montage et le détail de l'anneau central. L'anneau central, un noyau rigide, de rayon r_o = 31 mm pour tous les essais, comporte un trou fileté qui peut recevoir une tige métallique verticale qui porte un plateau où l'on peut déposer des charges. La tige métallique est maintenue verticalement par une planche en bois horizontale qu'elle transperce, comme nous le verrons dans la suite.

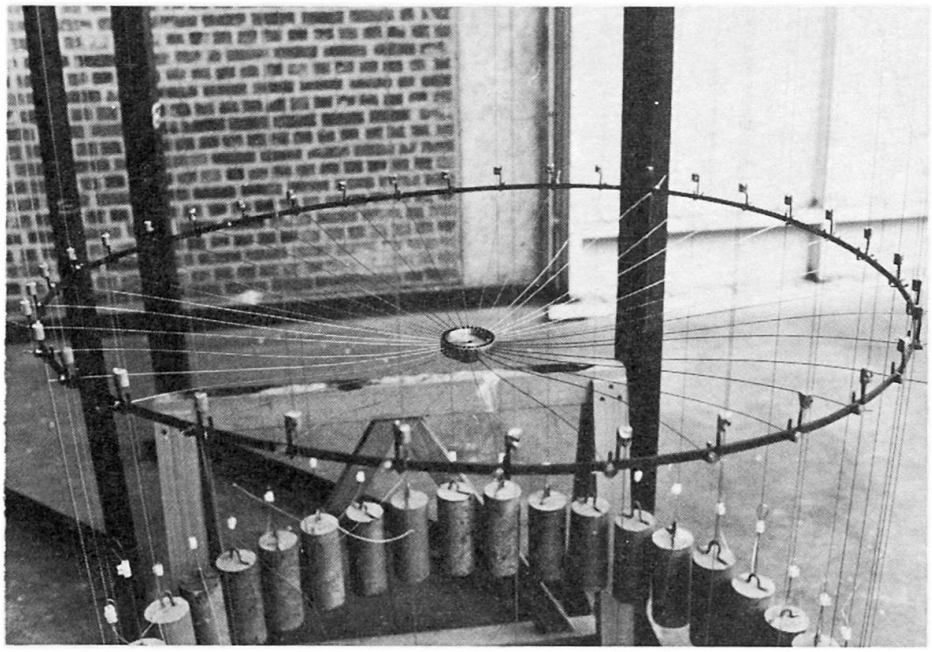


Fig. 3 Modèle d'essai n° 1 en cours de montage

3. TRAITEMENT THERMIQUE

Afin de réduire sensiblement les contraintes internes initiales de nos modèles d'essais, nous avons adopté le traitement thermique suivant. La vitesse de chauffage des modèles était d'environ 180°C par heure, la température de maintien, de 550°C pendant 24 heures et la vitesse de refroidissement, d'environ 12,5°C par heure, maintenue pendant 24 heures en n'alimentant plus en électrici-

té le four tout en le laissant hermétiquement fermé. Après 24 heures de refroidissement, la température restait d'environ 250 °C. Le four fut alors ouvert afin que sa température baisse progressivement jusqu'à égaler la température ambiante. Après un tel traitement, les contraintes subsistantes représentent moins de 10 % des contraintes initiales [7,8].

4. CARACTERISTIQUES DES MODELES ET RESULTATS DES ESSAIS

Le schéma général de chargement de chaque paire de câbles radiaux formant un système plan, a été tel que sur la figure 4. P, une charge ponctuelle qui sollicite le système de deux câbles radiaux en son milieu, est augmenté progressivement jusqu'à la ruine de l'anneau comprimé, alors que F, appliqué à mi-portée de chaque câble radial, est une charge ponctuelle constante pendant la durée de l'essai.

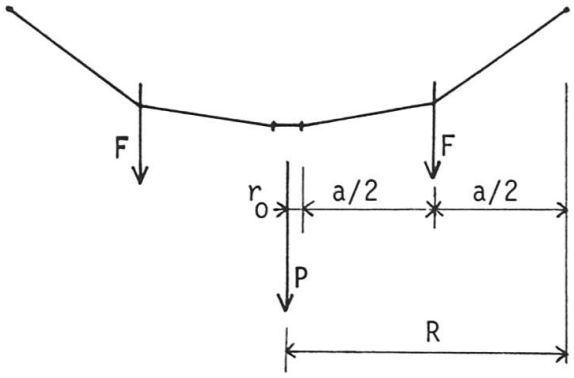


Fig. 4 Charges de deux câbles types

Nous avons testé deux séries d'anneaux de rayons théoriques R et de sections droites rectangulaires A différents. Pour la première série de quatre essais, F valait zéro tandis que pour la seconde série de douze essais, il y avait trois cas de chargement possibles en fonction des valeurs de F. Les anneaux d'essais avaient un moment d'inertie relatif à la flexion dans leur plan noté I. Le nombre de câbles radiaux comme celui de câbles verticaux, les appuis, était 36 ; tous de 9/10 mm de diamètre. La longueur moyenne d'un câble radial avant chargement est notée ℓ . La longueur initiale réelle des câbles radiaux variait avec l'imperfection géométrique de l'anneau comprimé afin que lors du chargement, tous reprennent quasi le même effort. Les câbles verticaux de longueur initiale ℓ_f, étaient pris suffisamment longs pour ne pas gêner le déplacement horizontal de l'anneau comprimé. A partir des diagrammes de la figure 2, le module d'élasticité de l'acier des anneaux peut être estimé à 210 000 N/mm^2 et celui de l'acier des fils à 187 000 N/mm^2.

Après chargement et effondrement des modèles d'essais, nous pouvions dresser le tableau 2 suivant où U_vR est la moyenne des écarts maximaux, mésurés préalablement, entre l'axe réel de l'anneau comprimé, quasi elliptique, et sa forme circulaire théorique. En effet les modèles d'essais prennaient spontanément une forme initiale générale qui peut être représentée par l'expression $U_vR \cos 2\phi$

où ϕ est l'abscisse angulaire définissant les différentes sections droites de l'anneau. La valeur expérimentale de la charge critique qui sollicite tout le modèle d'essai suivant son axe, est désignée par $P_{t,ex}$.

N° DU MODELE TESTE	R (mm)	A (mm^2)	I (mm^4)	ℓ (mm)	ℓ_f (mm)	U_vR (mm)	F (N)	$P_{t,ex}$ (N)
1	500	22,80	15,43	484	1400	4,13	0	3650
2	500	22,80	15,43	484	1400	5,55	0	3695
3	500	22,80	15,43	484	1400	3,35	0	4305
4	500	22,80	15,43	484	1400	2,92	0	4695
5	450	24,55	19,03	434	1100	3,36	0	6095
6	450	24,55	19,03	434	1100	4,42	0	5195
7	450	24,55	19,03	434	1100	3,05	0	5525
8	450	24,55	19,03	434	1100	6,25	0	5480
9	450	24,55	19,03	434	1100	3,01	10	6290
10	450	24,55	19,03	434	1100	4,03	10	5570
11	450	24,55	19,03	434	1100	5,90	10	4490
12	450	24,55	19,03	434	1100	3,27	10	5505
13	450	24,55	19,03	434	1100	5,10	20	5005
14	450	24,55	19,03	434	1100	4,17	20	5195
15	450	24,55	19,03	434	1100	3,20	20	5690
16	450	24,55	19,03	434	1100	3,07	20	6140

Tableau 2 Caractéristiques géométriques et charges de ruine expérimentales des anneaux d'essais

Quant au mode de flambement, sans caméra permettant de prendre plusieurs centaines d'images par seconde, nous nous sommes contenté d'enregistrer le mode de flambement post-critique avancé, c'est-à-dire dans le domaine de grandes déformations, dont seule l'allure nous intéresse. En effet le caractère explosif observé du phénomène d'instabilité qui s'accompagnait du basculement de la charge extérieure appliquée au modèle d'essai, rendait peu précises les informations expérimentales autres que la valeur de la charge de ruine. Toutefois tous les modes de flambement se sont produits quasi en une seule onde tels que sur les figures 5 et 6.

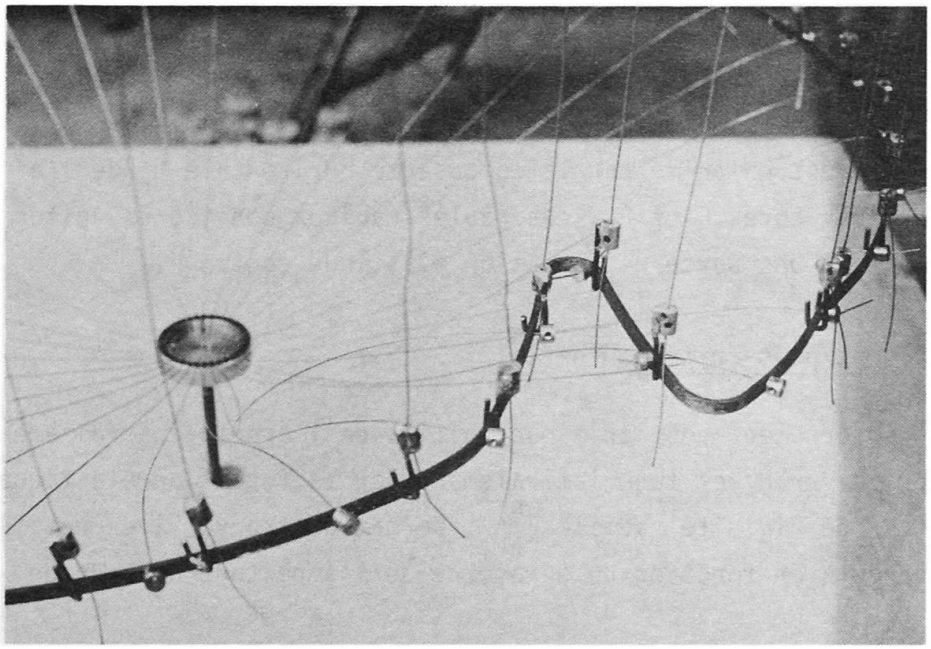


Fig. 5 Ruine du modèle d'essai n° 1

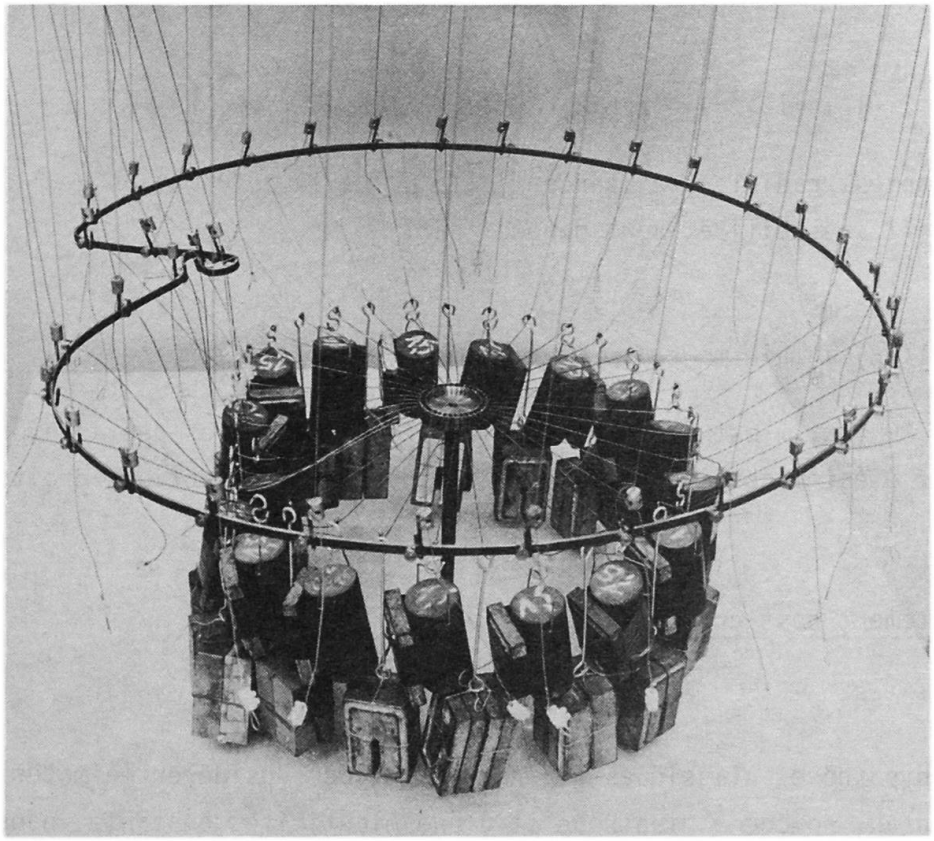


Fig. 6 Ruine du modèle d'essai n° 13

5. APERÇU DE LA THEORIE [4,5]

5.1 Préliminaires

L'anneau étudié est comprimé par la composante horizontale H_r de l'effort, dû aux charges extérieures F et P_t, des câbles radiaux considérés uniformément répartis et formant une sorte de fondation élastique continue.

5.2 Comportement post-critique initial

L'étude du comportement post-critique initial de l'anneau, parfaitement circulaire, comprimé par H_r et tenu latéralement par la fondation élastique considérée de facteur de rigidité radiale K^h_{ar}, permet de trouver l'expression du paramètre de charge λ en fonction du paramètre de l'amplitude du mode de flambement a_m.

$$\lambda = \lambda_{cr} + (\beta/2)\, a_m^2 \tag{1}$$

où $\lambda = H_r R^3/(EI)$, $\beta = K^h_{ar} R^4/(EI)$ avec E, I, R, respectivement, le module d'élasticité, le moment d'inertie et le rayon de l'anneau comprimé. La valeur critique de λ vaut:

$$\lambda_{cr} = 2\,(1 + \sqrt{1+\beta}\,) \simeq 2\sqrt{\beta} \tag{2}$$

Les composantes, radiale u et tangentielle w, de la déformation de l'anneau à l'amorce de l'instabilité, sont données par:

$$\eta = a_m \cos m\phi \tag{3}$$
$$\xi = (1/\sqrt[4]{\beta})\, a_m \sin m\phi \tag{4}$$

où $\eta R = u$, $\xi R = w$, m est le nombre entier d'ondes entières de la déformation de l'anneau et ϕ est l'abscisse angulaire définissant les sections droites de l'anneau comprimé.

5.3 Comportement post-critique avancé

5.3.1 Hypothèses

Outre les hypothèses classiques qui permettent de considérer le matériau constituant l'anneau, homogène, isotrope et d'une élasticité constante, nous considérons que:

1. la déformation plane de l'anneau est symétrique par rapport à un diamètre;
2. la contraction uniforme, précritique, de l'anneau est négligeable;

3. la composante H_r et la rigidité des câbles radiaux valent zéro dans l'intervalle $[0,\phi_u]$ alors qu'elles sont des constantes non nulles dans l'intervalle $[\phi_u,\pi]$; l'angle ϕ_u (figure 7) est tel que $u(\phi_u) = 0$.

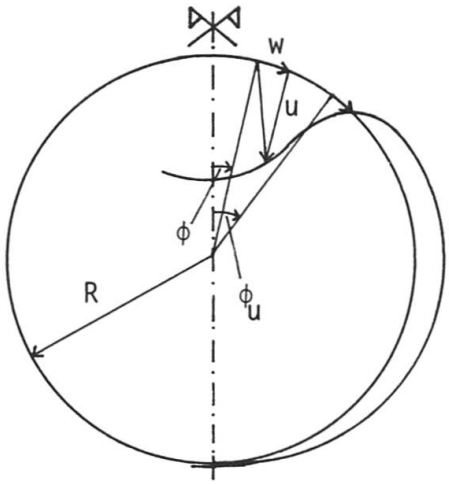


Fig. 7 Déformation de l'anneau

5.3.2 Equations différentielles

Les équations différentielles qui régissent la déformation et l'équilibre d'un élément infinitésimal de l'anneau déformé, sont les suivantes:

$$
\begin{aligned}
w' &= u + (1+\varepsilon)\,R\,(\cos\psi\cos\gamma - \sin\psi\sin\gamma) - R\\
u' &= -w + (1+\varepsilon)\,R\,(\sin\psi\cos\gamma + \cos\psi\sin\gamma)\\
\psi' &= (N + \zeta M/R)\,/\,(EA)\\
N' &= (1+\psi')\,Q - H_r R\sin[\psi - (w + u_o\sin\phi)/R] + K^h_{ar} R\,(u + u_o\cos\phi)\sin\psi\\
&\quad - K^h_{hr} R\,v_o\sin\psi\\
Q' &= -(1+\psi')\,N - H_r R\cos[\psi - (w + u_o\sin\phi)/R] + K^h_{ar} R\,(u + u_o\cos\phi)\cos\psi\\
&\quad - K^h_{hr} R\,v_o\cos\psi\\
M' &= (1+\varepsilon)\,R\,(N\sin\gamma - Q\cos\gamma)\\
H_r' &= 0\ ,\quad \text{pour } \phi_u \leqq \phi \leqq \pi \quad \text{et} \quad H_r = 0\ ,\quad \text{pour } 0 \leqq \phi \leqq \phi_u
\end{aligned}
\qquad (5a,\ldots,g)
$$

où:

$$
\begin{aligned}
\varepsilon &= (N + M/R)\,/\,(EA)\\
\gamma &= 2\kappa\,(1+\nu)\,Q\,/\,(EA)\\
\zeta &= 1 + (1/K)\\
' &\equiv d/d\phi
\end{aligned}
\qquad (6a,\ldots,d)
$$

Dans les expressions ci-dessus, A est l'aire de la section droite de l'anneau comprimé; ε est la dilatation d'un élément infinitésimal de sa fibre moyenne dont l'angle de rotation est ψ; γ est l'angle de glissement; N, Q et M sont, respectivement, l'effort normal, l'effort tranchant et le moment fléchissant; $K = I/(AR^2)$; le coefficient κ est fonction de la forme de la section droite, il vaut 1,2 pour une section rectangulaire; ν est le coefficient de POISSON; K^h_{ar} et K^h_{hr} sont, respectivement, le facteur de rigidité radiale et celui de rigidité verticale des câbles radiaux; u_o et v_o sont, respectivement, la composante horizontale et la composante verticale du déplacement de l'anneau central où convergent les câbles radiaux. L'équilibre du système de câbles radiaux permet de déterminer u_o et v_o par approximations successives. La variable ϕ_u se détermine par la résolution du système (5), en partant d'une valeur initiale arbitraire.

L'hypothèse 1. se traduit par les conditions aux limites suivantes:

$$w = \psi = Q = 0 \qquad \text{en } \phi = 0 \text{ et } \phi = \pi \tag{7}$$

L'imperfection géométrique de l'anneau réel étant petite, avec l'indice v relatif à la dite imperfection, considérons la forme linéaire de l'expression (5a) $\varepsilon_v = (w'_v - u_v)/R = 0$ et celle de (5b) $\psi_v = (w_v + u'_v)/R$. En prenant $u_v = U_v R \cos 2\phi$, on trouve:

$$w_v = (1/2)\, U_v R \sin 2\phi$$
$$\psi_v = -(3/2)\, U_v \sin 2\phi \tag{8a,b}$$

Ainsi, afin de tenir compte de l'imperfection géométrique initiale, on introduira dans le système (5), $u + u_v$, $w + w_v$ et $\psi + \psi_v$ à la place, respectivement, de u, w et ψ, là où l'influence de l'imperfection a un sens, avec $\cos \psi_v \simeq 1$ et $\sin \psi_v \simeq \psi_v$; $N_v = Q_v = M_v = 0$.

5.3.3 Résolution numérique

Le système de sept équations différentielles (5) à sept fonctions inconnues w, u, ψ, N, Q, M et H, définies dans l'intervalle $[0,\pi]$, associé aux conditions aux limites (7), se résout numériquement. Ainsi, à chaque état d'équilibre post-critique avancé considéré, correspondent les valeurs des fonctions inconnues dans l'intervalle $[0,\pi]$ et celles de u_o, v_o et ϕ_u.

5.4 Présentation graphique des résultats

Les allures des courbes d'équilibre de l'anneau étudié, peuvent être représentées dans un diagramme charge - déplacement comme sur la figure 8. La branche d'équilibre 1 représente les états d'équilibre précritique de l'anneau parfaitement circulaire dont la contraction uniforme $u = H_r R^2/(EA)$; les valeurs de P_t, charge extérieure qui sollicite toute la structure suivant son axe de symétrie, s'obtiennent à partir de celles de F et de H_r, grâce aux relations dues à la statique et à la géométrie du système de câbles radiaux. La branche 2 est la représentation de la formule (1) avec P_t ($P_{t,cr}$) obtenu à partir de λ (λ_{cr}). La branche 3 est obtenue par la résolution du système (5); $P_{te,min}$ est la valeur de P_t correspondant au minimum de la courbe 3. La courbe 4 est obtenue par la résolution du système (5) avec prise

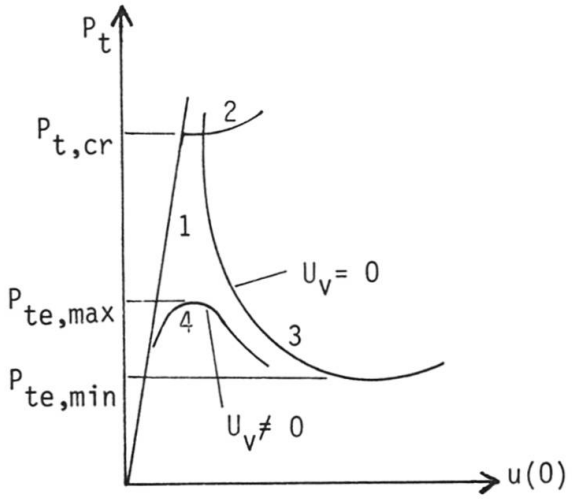


Fig. 8 Courbes d'équilibre

en compte de l'imperfection géométrique; $P_{te,max}$ est la valeur de P_t correspondant au maximum de la courbe 4.

6. COMPARAISON DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET THEORIQUES

Dans le tableau 3 qui suit, nous comparons la charge de ruine expérimentale $P_{t,ex}$ de chaque modèle d'essai avec la charge théorique correspondante $P_{te,max}$. Nous donnons aussi la charge extérieure critique $P_{t,cr}$ due à la théorie linéaire , et la charge extérieure minimale $P_{te,min}$ obtenue à partir de la courbe théorique d'équilibre post-critique avancé; ces deux dernières charges étant celles de l'anneau parfait correspondant.

N° DU MODELE TESTE	$P_{t,cr}$ (N)	$P_{te,min}$ (N)	$P_{t,ex}$ (N)	$P_{te,max}$ (N)	$\frac{P_{t,ex}}{P_{te,max}}$
1	10650	3098	3650	4620	0,79
2	10650	3098	3695	4348	0,85
3	10650	3098	4305	4892	0,88
4	10650	3098	4695	5164	0,91
5	13987	4067	6095	6625	0,92
6	13987	4067	5195	6260	0,83
7	13987	4067	5525	6996	0,79
8	13987	4067	5480	5892	0,93
9	13806	3905	6290	6839	0,92
10	13806	3905	5570	6119	0,91
11	13806	3905	4490	5759	0,78
12	13806	3905	5505	6479	0,85
13	13500	3737	5005	5623	0,89
14	13500	3737	5195	5974	0,87
15	13500	3737	5690	6326	0,90
16	13500	3737	6140	6677	0,92

Tableau 3 Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques

La comparaison des charges expérimentales $P_{t,ex}$ avec les charges théoriques $P_{te,max}$ correspondantes, montre que la concordance est bonne. Toutefois toutes les valeurs de $P_{t,ex}$ sont inférieures aux valeurs correspondantes de $P_{te,max}$. Ce qui peut s'expliquer par le fait que la forme de l'imperfection géométrique considérée dans le calcul, est approximative.

Pour la pratique, les valeurs théoriques $P_{te,min}$ des anneaux parfaits peuvent servir de limites inférieures garanties de stabilité des anneaux réels (imparfaits). Nous pouvons constater que dans tous les cas, les charges expérimentales $P_{t,ex}$ sont supérieures aux charges minimales théoriques $P_{te,min}$ correspondantes. Le caractère explosif observé du phénomène d'instabilité, confirme que la charge minimale d'équilibre post-critique (avancé) stable est inférieure à la charge maximale avant l'effondrement.

Quant au mode de flambement expérimental, post-critique avancé, quasi en une seule onde, il correspond à une hypothèse de calcul (figure 7).

7. CONCLUSIONS

Les essais nous ont permis de constater que l'écart moyen entre nos résultats expérimentaux et théoriques était de l'ordre de 15 %. Ce qui est une bonne concordance pour la structure étudiée où l'imperfection géométrique initiale a une grande influence sur la valeur de la charge de ruine.

Tous les anneaux testés ayant flambé dans le domaine élastique, une étude dans le domaine élastoplastique serait intéressante.

BIBLIOGRAPHIE

1. ZETLIN L., Elimination of flutter in suspension roofs. Hanging Roofs. Proc. IASS Coll., Ed. N. Esquillan and Y. Saillard, Paris, 1963, pp.93-100.
2. BRAINOV M., Suspended roofs structures on round foundations with lowered convexe roofs. Proc. IASS Coll., Paris, 1963, pp.255-264.
3. LIUDKOVSKY I. G., On the choice of the optimum types of suspended roofs and of their bearing contours. Proc. IASS Coll., Paris, 1963, pp.176-189.
4. MUTONDO M. W., Etude théorique et expérimentale de l'instabilité des anneaux circulaires chargés par l'intermédiaire de câbles radiaux. Thèse de doctorat présentée à l'Université de Gand, juin 1985.
5. MUTONDO M. W., Instabilité des anneaux circulaires chargés par l'intermédiaire de câbles radiaux. A publier dans les Annales des Travaux Publics de Belgique.
6. NORMES NBN 117, 1950.
7. MURRY G. et CONSTANT A., Contribution à l'étude de la relaxation des contraintes dues au soudage. Revue de Métallurgie, février 1965, pp.127-137.
8. LEYMONIE C., Interprétation des essais de relaxation anisotherme. Mémoires scientifiques. Revue Métallurg. LXX1, N° 10, 1974, pp.609-620.