Zeitschrift: IABSE proceedings = Mémoires AIPC = IVBH Abhandlungen
Band: 14 (1990)
Heft: P-142: Prismatic and orthotropic structures

Artikel: Structures prismatiques orthotropes
Autor: Rigo, Philippe
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-42834

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

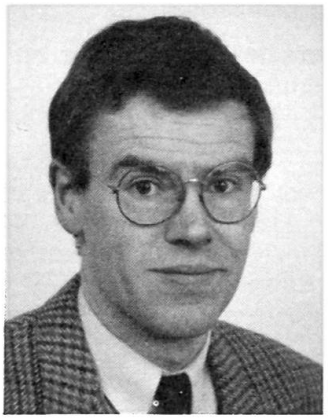
ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Structures prismatiques orthotropes

Prismatic and Orthotropic Structures

Prismatische orthotrope Tragwerke

Philippe RIGO
Dr. sc. appliquées
Université de Liège
Liège, Belgique



Philippe Rigo, né en 1959, obtient son diplôme de docteur en Sciences Appliquées à l'Université de Liège. Chercheur dans le laboratoire des constructions hydrauliques de l'ULG, il s'intéressa durant 6 années aux structures hydrauliques métalliques. Il y effectua de nombreuses études de barrage. Détaché, il va poursuivre, en 1990 – 1991, ses recherches au Japon à l'Université de Kyoto.

RÉSUMÉ

L'article présente le logiciel des bordages raidis L.B.R.-3, reposant sur la méthode dite des «bordages raidis» du Professeur N.M. Dehousse. Ce logiciel permet l'étude de nombreuses structures composées de coques et de plaques orthotropes. Cette méthode d'analyse harmonique des structures a connu récemment de nouveaux développements qui accroissent considérablement son champ d'investigation. Ainsi, il est maintenant aisé d'étudier des structures dont les appuis sont des plus divers (encastrements, appuis élastiques, . . .).

SUMMARY

The L.B.R.-3 stiffened sheatings software, is based on a method introduced by Professor N.M. Dehousse which is called «stiffened sheatings». This software allows the study of numerous structures composed of orthotropic shells and plates. This method of harmonic analysis of structures has been recently subject to new developments which considerably increased its investigation field. Thus, it is easier now to study structures with different modes of support (elastic supports, fixed supports, . . .).

ZUSAMMENFASSUNG

Das Programm der versteiften Planken L.B.R.-3 beruht auf der Methode der versteiften Planken von Professor N.M. Dehousse, welche die äusseren Einflüsse mittels harmonischer Funktionen beschreibt. Das Programm ermöglicht die Berechnung zahlreicher Tragwerken bestehend aus orthotropen Schalen und Platten. Die Methode ist in der letzten Zeit weiterentwickelt worden und erlaubt jetzt die Berechnung einer weit grösseren Anzahl verschiedener Tragwerken. Zum Beispiel ist es jetzt möglich Tragwerken mit den verschiedensten Auflager zu berechnen (feste Einspannung, elastische Auflager, . . .).

1. PREAMBULE

Il y a bientôt deux ans, MM. Dehousse et Beguin proposaient dans ce même périodique, les fondements de la **méthode des bordages raidis**. Dans un article intitulé "*Calcul des portes d'écluses fluviales et maritimes*" [5], ils présentaient combien il est désormais aisé de calculer des portes d'écluses.

Il ne faut cependant pas croire que cette méthode ne convienne que pour ce type d'ouvrage. En effet, en 1957, c'est pour le calcul de voile mince cylindrique que N.M. Dehousse développa une technique de résolution des équations différentielles de Flügge. Il l'appliqua ensuite à la résolution de coques cylindriques précontraintes. C'est ensuite qu'il a résolu le système de 3 équations différentielles relatives aux coques cylindriques orthotropes [2].

Les premières utilisations pratiques de ces développements, combien remarquables par leur originalité et leur ingéniosité, furent des études de portes d'écluses composées de plaques raidies [3]. Il ne s'agissait plus de coques mais de plaques dont l'assemblage permit la vérification de portes d'écluses à double bordage [1].

Plus récemment, nous avons développé un logiciel de calcul de structures métalliques basé sur les développements du Professeur Dehousse. Ensuite, nous avons étendu le logiciel aux coques prismatiques orthotropes [10]. L'originalité la plus importante qui est proposée est l'extension de la méthode à diverses conditions d'appuis pour les deux extrémités de la structure. En effet, jusqu'à présent les conditions aux deux extrémités x=0 et x=L (fig. 1) étaient celles relatives à des appuis simples (les rotations dw/dx et les déplacements longitudinaux u sont libres, les déplacements transversaux v et w sont bloqués). Ainsi en est-il de toutes les structures étudiées précédemment par MM. Dehousse et Beguin [5]. C'est avec l'apport d'effets de bord, forces N_b et moments M_b (fig. 2), que l'on peut maintenant tenir compte d'encastrements, d'appuis élastiques, ...

A présent, ce logiciel nommé **L.B.R.-3 (Logiciel des Bordages Raidis, version n°3)** a un champ d'investigation très vaste. Il s'étend aux coques et plaques raidies (dalles, rayonnages, toitures en sheds ...), aux bordages orthotropes (tablier de pont, ...) et aux structures prismatiques composées de coques ou de panneaux plans fortement raidis tels que vannes de barrages mobiles, portes d'écluses, barrières marée-tempête, coques de navires et bateaux, ...

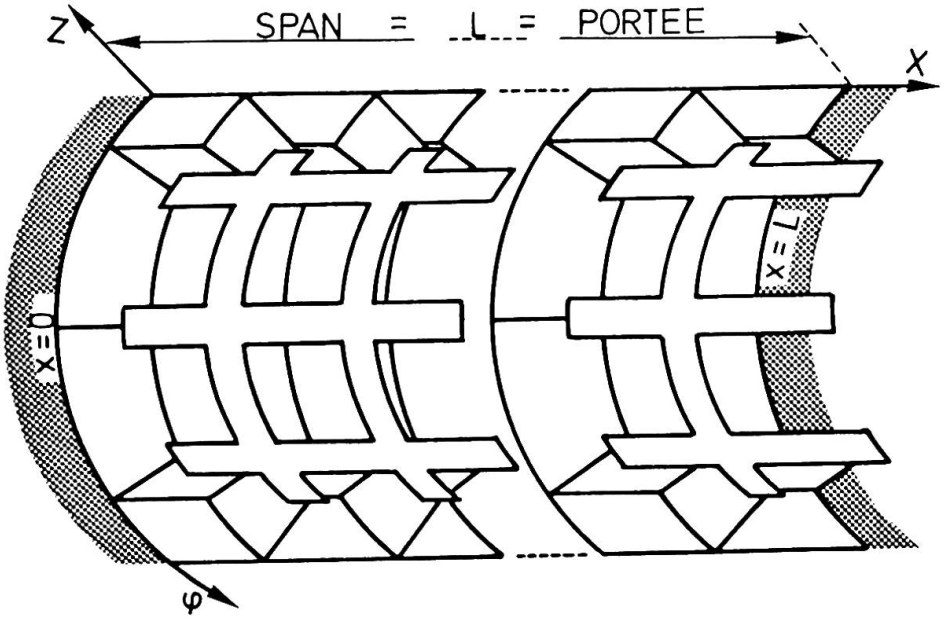


Fig. 1 : Elément de coque cylindrique orthotrope.

Dans cet article, après une introduction sur les caractéristiques de la méthode et un court rappel des développements antérieurs à nos recherches, sont présentés les nouveaux développements qui ont permis d'étendre le champ d'application du logiciel L.B.R.-3 [10]. Ensuite, aux travers d'applications dites de contrôle de la fiabilité de la méthode, on y montre que le logiciel donne des résultats concordant avec ceux relatifs aux théories classiques et notamment avec les éléments finis (F.E.M.).

Enfin, il est présenté de façon succincte, les études d'un pont canal, d'une porte marée tempête, d'un bateau citerne et d'une vanne segment.

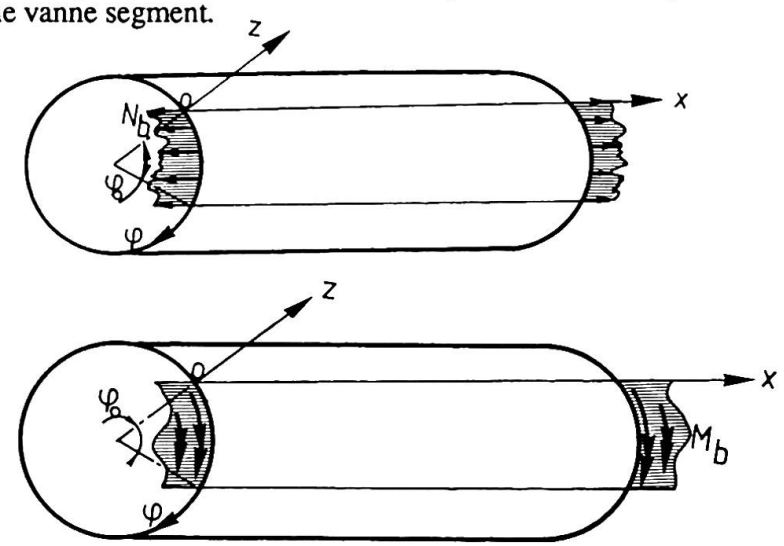


Fig. 2 : Forces N_b et moments M_b de bord

2. INTRODUCTION

La méthode des bordages raidis fait partie de la famille des méthodes harmoniques. Depuis quelques années, ces méthodes sont victimes de préjugés défavorables, à savoir être peu performantes et avoir de nombreux inconvénients. Parmis ces prétentus inconvénients, on peut citer :

- des conditions d'appuis limités, à savoir des appuis simples;
- des difficultés pour tenit compte de discontinuités telles que trous, orifices, renforts localisés;
- l'impossibilité de tenir compte d'une orthotropie variable;
- le fait de négliger les contraintes résiduelles ainsi qu'une éventuelle déformée initiale;
- la limitation au domaine linéaire, ne permettant pas à la méthode l'étude des phénomènes d'instabilité;
- des difficultés vis-à-vis des charges concentrées;
- une précision aléatoire qui dépend du nombre de termes utilisé lors du développement harmonique.

Faire ces critiques est aisé et relève d'une méconnaissance des derniers progrès des méthodes harmoniques dans des domaines spécifiques où leurs avantages peuvent être particulièrement valorisés. S'il est vrai que les méthodes harmoniques développées il y a quelques 30 ou 40 ans [7] ont été, avec bonheur, suplantées par la méthode des éléments finis (FEM); il n'en reste pas moins que certaines d'entre elles conservent des domaines d'application ou elles sont encore très utiles. La méthode des éléments finis est, par exellence, la méthode universelle de calcul auquelle aucune structure ne résiste pour autant que l'on y mette le prix (aéronautique, vaisseaux de l'espace, instabilité, grande déformation, non linéarité, matériaux composites, interaction fluide-structure, ...). Il y a cependant des domaines pour lesquels le temps de la discrétisation, le nombre d'équations à mettre en oeuvre et par conséquent le coût de l'étude par éléments finis sont tels qu'une méthode alternative, moins coûteuse, plus rapide, permettant une discrétisation plus simple et une interprétation des résultats plus aisée, mieux adaptée et éventuellement plus précise, est souhaitable. Ainsi en est-il des structures hydrauliques [4] et navales telles que portes d'écluses, barrages mobiles, portes marée-tempête, panneaux orthotropes, bateaux citernes, tankers, ... Ces structures, raidies par deux ou trois lits de nervures (traverses, aiguilles, raidisseurs), engendrent d'importantes difficultés de discrétisation par la méthode des éléments finis. Les semelles et les âmes des nervures devant être discrétisées séparément, cela entraîne une augmentation, inacceptable financièrement, du nombre de noeuds et donc d'inconnues. De plus, pour ces structures, le risque d'instabilité globale par voilement ou flambement ainsi que le danger de mise en vibration par résonance, est nul. L'apparition de ces phénomènes ne peut être que localisé, principalement aux endroits où la structure est en contact avec un écoulement. Des dispositions pratiques (aérateur de nappe, ...) sont toujours prévues de façon à se prémunir contre des accidents de ce type. Ajoutons que ces structures sont toujours très rigides [15]; le dimensionnement est d'ailleurs autant un calcul de limitation des déformées que des contraintes.

Tout les éléments constitutifs sont massifs et ont des épaisseurs relativement fortes (de 8 à 40 mm); une limitation inférieure étant imposée pour faire face à la corrosion. Il n'empêche que des vérifications doivent être faites, voilement de panneaux, déversement de nervures, flambement d'éléments comprimés. Ces vérifications peuvent être faites soit traditionnellement, soit par éléments finis; le coût d'une discrétisation détaillée d'une zone limitée étant cette fois économiquement acceptable.

Cela étant précisé, nous pensons que les méthodes harmoniques ont une place de choix à prendre, ou à reprendre, dans des créneaux qui nécessitent une méthode spécifique, à portée limitée mais très performante dans la gamme d'application requise. C'est dans cette optique que s'inscrit la méthode des bordages raidis et son logiciel L.B.R.-3.

Compte-tenu du champ d'application que nous nous sommes fixés, tous les prétendus inconvénients cités ci-avant sont, soit résolus, soit relatifs à des phénomènes n'apparaissant pas dans cette gamme d'application, soit d'une importance mineure face aux avantages de la méthode.

Ainsi, est-il utile de reprendre ces restrictions et de les mettre en concurrence avec les avantages de la méthode.

- Le champ d'application du logiciel L.B.R.-3 est le suivant : toute structure possédant un axe selon lequel elle est développée; ainsi en est-il des portes d'écluses, des vannes de barrages mobiles, des tankers et des bateaux citernes. A l'instar de toutes les méthodes spécifiques, L.B.R.-3 n'est applicable que dans son domaine. A savoir **le régime élastique** des coques minces orthotropes (pour de faibles déformations) ; les problèmes d'instabilité devront être abordés séparément. La méthode étant limitée au domaine élastique et inapplicable aux problèmes d'instabilité, les problèmes de déformées initiales et de contraintes résiduelles ne peuvent être abordés que via le principe de superposition. Il faut noter que ces problèmes ne se posent généralement pas dans ce type de constructions hydrauliques.

- Les conditions d'appuis classiques sont des appuis simples. Cependant, il est possible d'envisager bien d'autres conditions. Ainsi le professeur Gibson [6], à l'aide des fonctions d'Inglis et via les simplifications dites de Schorer, calcule des structures lisses (non raidies) bi-encastrées, encastrée-libre, continues, ... Pour notre part, ainsi qu'il sera montré ci-après, utilisant toujours les équations dites D.K.J. pour les coques orthotropes, il a été nécessaire d'utiliser des forces et des moments de bords pour étudier les **structures bi-encastrées** ou sur **appuis élastiques**.

- Les coques doivent être continues selon l'axe le long duquel elles sont développées. Ainsi, n'est-il pas possible de tenir compte d'un orifice. Cependant au niveau du raidissage, il est tout à fait possible de tenir compte d'une **orthotropie variable** contrairement aux idées préconcues. La position et les dimensions de chaque nervure peuvent être variables ; l'espacement entre les nervures peut varier d'une nervure à l'autre. Le logiciel L.B.R.-3 ne repose donc nullement sur une technique de "tartinage" des nervures mais permet de tenir compte exactement de chaque traverse ou raidisseur. De plus, c'est la seule méthode de ce type qui tient compte de la **rigidité torsionnelle des nervures** ainsi que de leur **rigidité flexionnelle latérale**, tangente à la coque [7],[10].

- Les charges concentrées peuvent être aisément prise en compte. Ainsi en a-t-il été lors de l'étude d'un bateau citerne dont les multiples cas de chargement font apparaître des charges localisées [11]. Notons qu'en constructions hydrauliques, les charges concentrées n'existe pas et sont toujours réparties sur une zone plus ou moins grande. Plus la zone est petite, plus de termes de la série de Fourier seront nécessaires.

- Compte tenu du développement en séries de Fourier utilisé, la **solution** est toujours **exacte** et **indépendante de la discrétisation** car le logiciel L.B.R.-3 résout analytiquement les problèmes; il n'y a donc pas de problème d'interprétation des résultats. Pour les structures hydrauliques, la pratique a montré que 7 termes est un optimum assurant à l'utilisateur une bonne qualité de résultats pour un nombre réduit de termes. Ce n'est que lors de cas de chargement particulièrement variables, avec des charges réparties sur de très faibles surfaces, qu'il s'avère nécessaire d'accroître le nombre de termes. Ainsi, certains cas de chargement de bateaux citernes requièrent l'utilisation de 13 termes de la série de Fourier.

- Les **résultats** fournis par le logiciel L.B.R.-3 sont les **déplacements**, les **contraintes** et les éléments de réduction. La précision et la qualité des résultats sont garanties aussi bien pour les contraintes que pour les déplacements contrairement aux méthodes des éléments finis qui

privilégient soit contraintes, soit déplacements.

- Ces **résultats sont accessibles en tous points de la structure** puisque la méthode fournit l'expression analytique des contraintes et déplacements en fonction des coordonnées x,φ et z. En pratique, les résultats sont fournis pour chaque élément de coques ou de plaques en 155 points de coordonnées (x,φ) avec $x=x_i$ (i=1,5) et $\varphi = \varphi_j$ (j=1,31). En chacun de ces points, on obtient les déplacements (u,v,w) et les contraintes agissant dans le bordage mais aussi dans les nervures aux jonctions âme-semelle et âme-bordage ainsi que dans la semelle.
- La **discrétisation**, qui constitue souvent le point nécessitant le plus de formation de la part de l'utilisateur, est pour la méthode des bordages raidis fort simple et de plus évidente car elle se fait **naturellement en fonction de l'unique géométrie de la structure**. Pratiquement, il suffit de discrétiser la structure comme un ensemble de plaques et de coques cylindriques dont les dimensions relatives n'ont pas d'importance.

3. FONDEMENTS THEORIQUES DE LA METHODE DES BORDAGES RAIDIS

Les équations différentielles relatives aux coques cylindriques d'épaisseur constante sont issues de la méthode de Donnell, von Karman et Jenkins. Elles ont été adaptées par le Professeur Dehousse et l'auteur aux coques orthotropes [2] et [10].

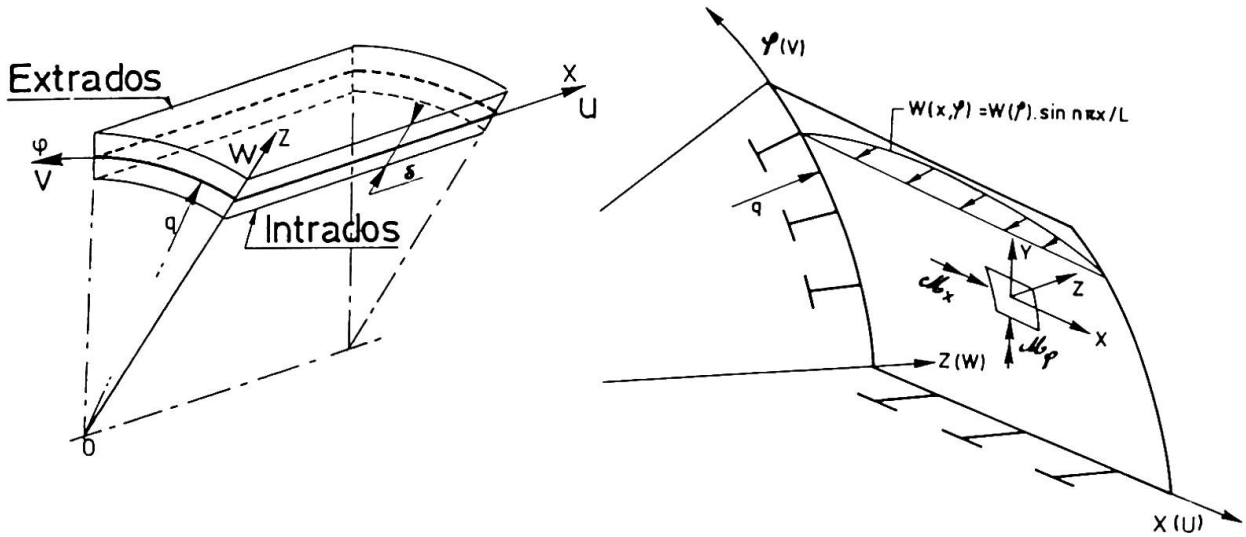


Fig. 3 : Coque cylindrique raidie.

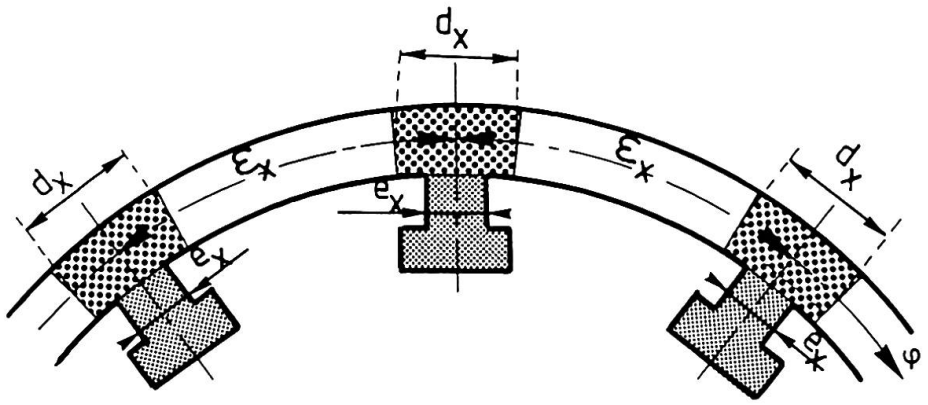


Fig. 4 : La coque et ses nervures longitudinales.

L'élément de base est la coque cylindrique de longeur L. Le système de coordonnées dont on fait usage est représenté figure 3. L'axe des X selon les génératrices du cylindre et l'axe des φ orienté selon la circonférence. A chaque axe est associé un déplacement, u selon OX, v selon l'axe des φ et w selon OZ. Le rayon de la coque est q et son épaisseur est δ. Cet élément de référence est compris entre

les surfaces d'intrados et d'extrados de la coque ; il est raidi par des nervures longitudinales et transversales, respectivement espacées de ε_x et ε_φ (figure 4). A cet élément, on y associe les efforts unitaires et les moments unitaires calculés par rapport à la surface moyenne. On les nomme N_x, N_φ, $N_{x\varphi}$, $N_{\varphi x}$, Q_x, Q_φ, M_x, M_φ, $M_{x\varphi}$ et $M_{\varphi x}$.

Les hypothèses émises sont les suivantes:
- le domaine de validité des développements est le régime élastique,
- on doit admettre les simplifications conduisant à la méthode D.K.J. , à savoir :
  - une coque mince (épaisseur <<< rayon)
  - de faibles déformations
  - et les hypothèses dites de Love-Kirchhoff.

La surface moyenne reçoit la charge extérieure (figure 3) et celle-ci peut être subdivisée comme ceci : X, Y, Z les pressions spécifiques en N/m^2 et $\mathcal{M}_x$, $\mathcal{M}_\varphi$, $\mathcal{M}_z$ les moments spécifiques en $N.m/m^2$

On obtient après mise en équation du problème, une équation différentielle (1) en w du 8ème ordre à 2 variables, x et φ .

$$A.w''''''' + B.w''''' + C.w''''''^{oo} + D.w''''' + E.w''''^{oo} + F.w''''^{oooo} + G.w''^{oo} + I.w''^{oooo} + J.w''^{oooooo} + K.w^{ooooooo} = 0 \qquad (1)$$

avec $w' = dw/dx$ et $w^o = dw/d\varphi$

Les coefficients A,B,C, ...,J et K sont des constantes connues dépendant uniquement des caractéristiques géométriques de la coque (q, δ, ...) et des nervures ainsi que des propriétés mécaniques du matériau (E et ν).

Afin d'obtenir une équation à variables séparées, on est astreint à poser :

$$w(x,\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} w(\varphi) \,.\, \sin(n\pi x/L) \qquad \text{avec L la longueur de la coque selon OX} \qquad (2)$$

Ce qui se traduit pour le terme n du développement en série par (3) à (5)

$$w = w(x,\varphi) = w(\varphi) \sin(\pi x n/L) \qquad (3)$$

$$v = v(x,\varphi) = v(\varphi) \sin(\pi x n/L) \qquad (4)$$

$$u = u(x,\varphi) = u(\varphi) \cos(\pi x n/L) \qquad (5)$$

L'analyse du problème montre que des efforts correspondant à un harmonique donné produisent des déplacements du même type. Cette propriété permet d'étudier la structure sous l'action des charges et des déplacements correspondant à chaque terme du développement de la série de Fourier, puis de sommer les résultats, en appliquant le principe de superposition. En vertu du principe de superposition, on peut admettre que les charges extérieures réparties (X,Y,Z, ...) peuvent se décomposer en un ensemble de lignes de forces et de moments concentrés agissant le long de lignes d'équation φ = constante (fig. 3). La déformée de la coque due aux charges réparties s'obtient en intégrant la déformée due aux lignes de charges concentrées résultant de l'intégration de l'équation (1) sans second membre. Cela a pour conséquence que les charges extérieures interviennent dans la résolution de l'équation différentielle (1) uniquement lors de la détermination des 8 constantes d'intégration A,B,C, ... et K. Ces 8 constantes sont en effet déterminées en fonction des conditions d'extrémités et des lignes de charges concentrées [10].

La conséquence principale du choix des relations (3) à (5) est qu'il faut décomposer toutes les charges en série de Fourier. Le développement le plus simple est celui d'une charge uniforme selon OX comme l'est la pression hydrostatique Z. On peut montrer que pour de telle charge, un développement en série de Fourier avec les 3 premiers termes est déjà satisfaisant.

4. EXTENSION DE LA METHODE A DES CONDITIONS D'APPUI PARTICULIERES (encastrement, appuis élastiques,...)

Avant l'élaboration des développements relatifs aux effets de bord, il est utile de rappeler que le logiciel des bordages raidis n'était applicable qu'aux structures ayant des conditions d'appuis simples ($w=v=M_x=N_x=0$). C'est grâce aux effets de bord qu'il est aujourd'hui applicable à une large gamme

de conditions d'appuis (encastrements, appuis élastiques, ...). L'utilisation des hypothèses simplifiées de Schorer ne permait pas dans notre cas de résoudre ce problème en utilisant les fonctions d'Inglis. Les effets de bords (fig. 2) sont des forces et des moments que l'on applique aux extrémités x=0 et x=L des coques ou des plaques de la structure. Ces forces de bord N_b et moments de bord M_b, vont permettre de simuler par exemple, les forces et moments que transmettent les bras aux extrémités d'une vanne segment de barrage mobile (fig. 5).

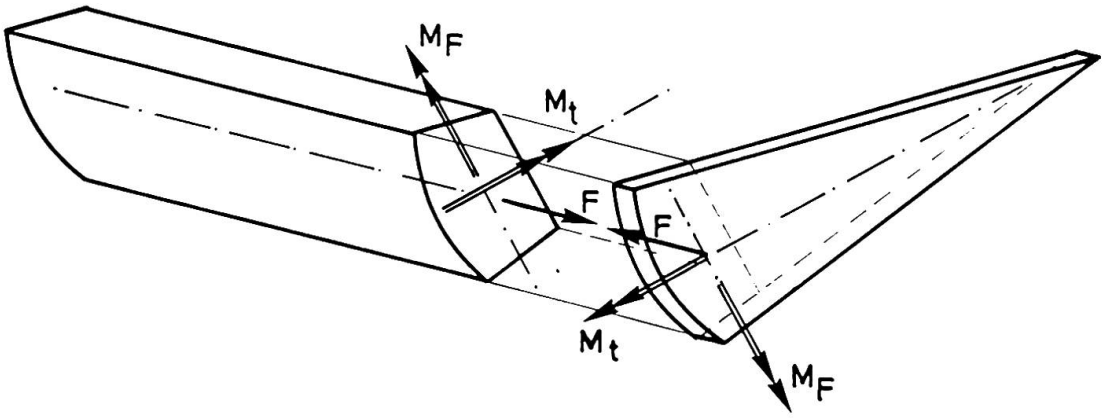
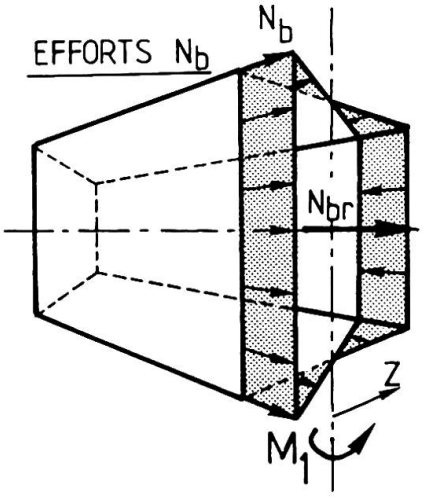


Fig. 5 : Forces et moments de liaisons entre la vanne et les bras

Pour ce qui est des **forces de bord N_b** (fig. 6), on peut obtenir la solution analytique d'un cylindre complet chargé par une ligne de force de 10000 cos λx dirigée selon OX. Si au lieu d'utiliser le développement en série de Fourier d'une charge uniforme, on utilise celui correspondant à 2 charges d'extrémités antisymétriques, on obtient la solution analytique de cette même coque soumise à des forces axiales F(antisymétriques) agissant aux extrémités x=0 et x=L.



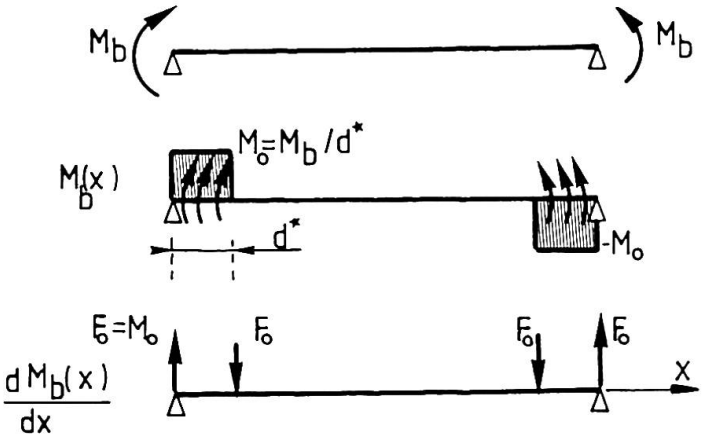


Fig. 6 : Exemple de répartition de forces de bord N_b que l'on applique aux extrémités de la structure.

Fig. 7 : Moments de bord M_b.

Pour les **moments de bord M_b**, on utilise le même procédé. Néanmoins, une différence importante existe, les charges extérieures de type moment $\mathcal{M}_\varphi$ n'apparaissent dans les équations différentielles que sous forme de leur dérivée première. D'où, pour un diagramme de moment de bord M_b donné qui est appliqué à la structure (fig. 7), c'est en fait l'effet dérivé que l'on applique. Analytiquement cela se traduit par l'expression (6) d'un moment d'extrémité M_b développé en série de Fourier et par l'expression (7) de la dérivée du moment qui, au coefficient H près, est identique à l'expression obtenue pour le développement des forces de bord N_b.

$$M_b(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{4\,M_b}{(2n-1)\,\pi\,d^*} \cdot (-1)^{n+1} \cdot \cos \frac{(2n-1)\,\pi\,(L-2d^*)}{L} \cdot \cos \frac{(2n-1)\,\pi\,x}{L} \right] \qquad (6)$$

$$\frac{dM_b(x)}{dx} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{4\,H}{(2n-1)\,\pi\,d^*} \cdot (-1)^{n+1} \cdot \cos \frac{(2n-1)\,\pi\,(L-2d^*)}{L} \cdot \sin \frac{(2n-1)\,\pi\,x}{L} \right] \tag{7}$$

avec $H = -\,M_b \dfrac{(2n-1)\pi}{L}$

Pour les développements des effets de bord et plus spécialement pour les moments de bord, il faut un nombre de termes de la série de Fourier très importants pour représenter exactement les charges. Mais en pratique, 7 termes suffisent pour représenter ces charges ponctuelles d'extrémités avec suffisamment de précision. Il est à noter que les charges concentrées n'existent pas et qu'elles sont toujours réparties plus ou moins localement. Ainsi, les forces de bord N_b et les moments de bord M_b sont-ils appliqués sur de petits intervalles placés aux extémités. Ainsi en est-il de la zone de jonction entre les bras d'une vanne segment et le corps de la vanne elle même (fig. 8).

Le cas des appuis élastiques peut également être envisagé. On entend par appui élastique la liaison rigide d'un corps avec un autre sans liaison avec la fondation. Ainsi, dans le cas des vannes segments (fig. 8), la structure vanne-bras se comporte comme un portique; les sections d'extrémités de la vanne ne sont donc pas libres de se déformer d'une manière quelconque comme c'est le cas pour des appuis simples et il ne s'agit pas non plus d'un encastrement.

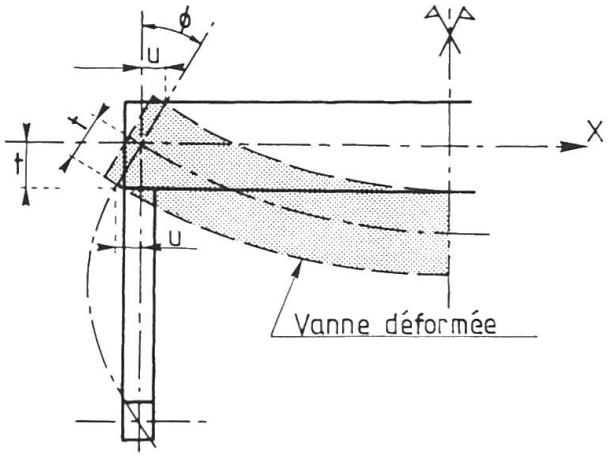


Fig. 8 : Schéma d'une structure portique, les bras et le corps de la vanne segment.

Présentons maintenant la technique utilisée pour déterminer les forces de bord N_b et les moments de bord M_b pour des champs de déplacements u et de rotations dw/dx donnés.

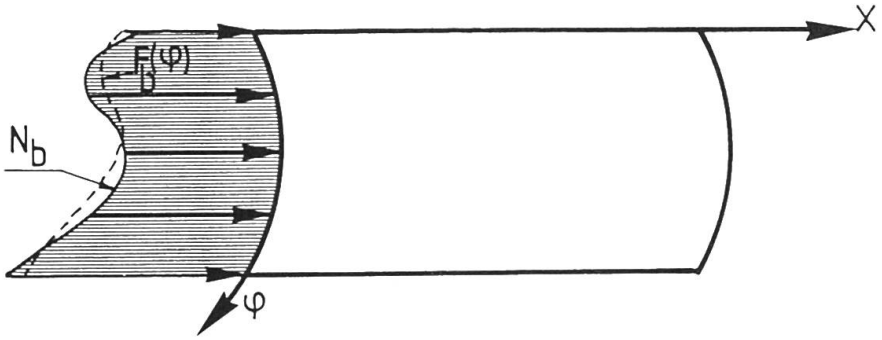


Fig. 9 : Ajustement de la fonction de forme des forces de bord $F(\varphi)$ aux forces de bord théoriques N_b.

Les expressions théoriques des forces et moments de bord présentent des inconvénients majeurs qui sont liés à la lourdeur des développements analytiques nécessaires compte tenu de la forme de ces fonctions. A des fins de simplicité et de rationalisation, nous avons opté pour un développement des fonctions de bord en série polynomiale du 3ème degré (8) et (9).

Soit $F(\varphi)$ la fonction fixant la répartition des forces de bord

$$F(\varphi) = a\,(q\,\varphi)^3 + b\,(q.\varphi)^2 + c.(q.\varphi) + d \qquad (8)$$

avec a,b,c,d les paramètres inconnus de la fonction **force de bord**

Soit $G(\varphi)$ la fonction fixant la répartition des moments de bord

$$G(\varphi) = e\,(q\,\varphi)^3 + f.(q.\varphi)^2 + g.(q.\varphi) + h \qquad (9)$$

avec e,f,g,h les paramètres inconnus de la fonction **moment de bord**

Ces paramètres sont à déterminer de manière à avoir une équivalence entre $F(\varphi)$ et N_b (fig. 9) et entre $G(\varphi)$ et M_b.

Pratiquement on obtient les coefficients a,b,c, ...,h en imposant une continuité de déplacements et de rotations point par point entre la vanne et ses bras. Pour une structure composée de n coques on aura donc 8.n paramètres inconnus que l'on obtient en imposant 8.n conditions en des points ponctuels de la structure.

5. VERIFICATIONS NUMERIQUES DE LA METHODE DES BORDAGES RAIDIS

Ces vérifications sont basées sur la comparaison entre nos résultats, ceux relatifs à la méthode des éléments finis ou ceux théoriques lorsqu'ils sont disponibles.

5.1. Coque cylindrique de Scordelis

La coque de Scordelis [14] est un cas d'école très utilisé pour tester des éléments finis; ce cas est connu pour sa sensibilité à la qualité de représentation des modes de déformation flexionnelle. Dans cet exemple, on analyse une coque cylindrique supportée, par deux diaphragmes rigides dans leur plan et soumise à son poids propre (figure 10).

$E = 2{,}07\ 10^{10}$ N/m²
$\upsilon = 0{,}0$
$\delta = 0{,}0762$ m
$P = 4{,}4$ kN/m²
$q = 7{,}62$ m
$L = 15{,}24$ m
$\alpha = 40°$

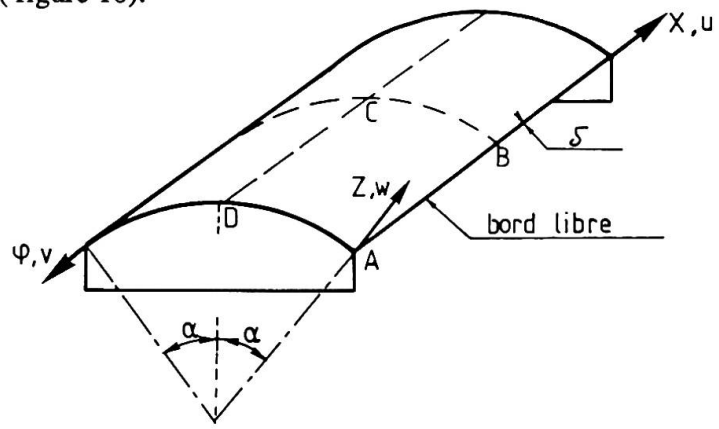


Fig. 10 : Vue de la coque cylindrique.

Au tableau n°1, nous comparons la flèche w au point B situé au milieu du bord libre (figure 14) pour différentes analyses du problème [8].

Approche	Déplacement vertical du point B	
Eléments finis :		
Nadisor (8x9 E.F.)	-9,1684 cm	(-0,3008 ft)
SAP (4x4 E.F.)	-8,3881 cm	(-0,2752 ft)
DAWSEY (4x4 E.F.)	-7,7998 cm	(-0,2559 ft)
T.S.D. (4x4 E.F.)	-9,1480 cm	(-0,2990 ft)
Logiciel des bordages raidis (3termes)	-8,9540 cm	(-0,2940 ft)
Solution de Scordelis	-9,1683 cm	(-0,3006 ft)

Tableau n° 1 : Résultats comparatifs de la déformée de la coque de Scordelis.

5.2. Plaque orthotrope chargée dans son plan

Cette application purement académique, permet de vérifier la participation des semelles des nervures à la reprise de l'effort tranchant transversale (tangent à la coque). Il s'agit d'étudier l'effet d'une charge agissant dans le plan d'une plaque raidie par 6 nervures longitudinales (fig. 11). Les nervures sont

choisies particulièrement importantes vis-à-vis du bordage, de manière à souligner leur influence. Les bords, x=0 et x=L, correspondent à des appuis simples et les bords, $\varphi = 0$ et $\varphi = \varphi_0$, sont des bords libres.

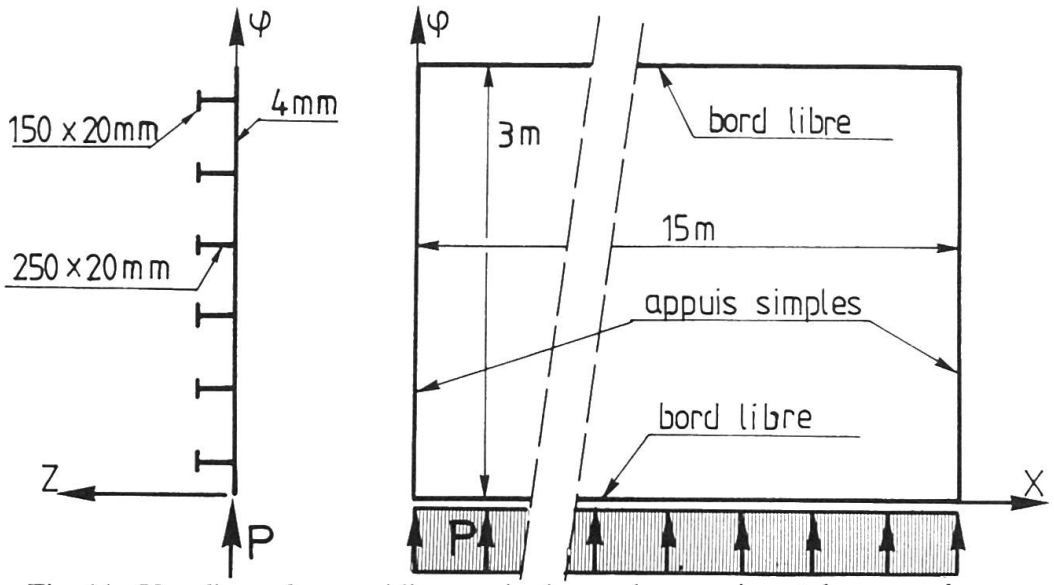


Fig. 11 : Vue d'une plaque raidie soumise à une charge agissant dans son plan.

L'étude de cette plaque a été réalisée par éléments finis de manière à confirmer nos propres résultats. Vu la symétrie de la structure, la décomposition a été la suivante : 24x5 éléments pour le bordage et 3x5 éléments par nervure, soit un total de 210 éléments comptant 32 DDL chacun, c'est-à-dire, compte tenu des fixations 2854 degrés de liberté. En ce qui concerne la méthode des bordages raidis, la figure 12 donne la déformée transversale à mi-portée relative à une discrétisation ne comportant qu'un seul panneau (système de 8 équations). On constate un bon accord entre la solution du logiciel L.B.R.-3 et celle due au programme éléments finis Samcef [13]. Ainsi a-t-on un déplacement v à mi-portée de respectivement 20 cm et 18 cm.

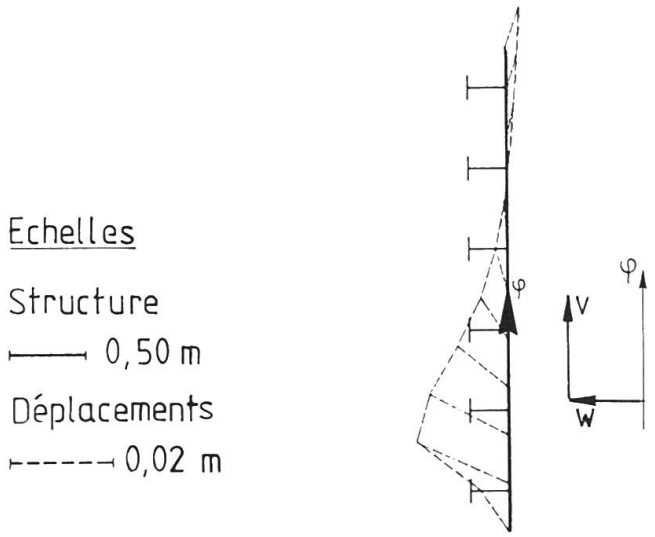


Fig. 12 : Déplacements v et w à mi-portée.

6. APPLICATIONS

Les figures 13, 14, 15 et 16 présentent successivement quatre structures pouvant faire l'objet d'une étude à l'aide du logiciel L.B.R.-3. A titre démonstratif, nous avons choisi de présenter l'étude d'un pont-canal sur appuis multiples, d'une porte marée-tempête de 390m de portée, d'un bateau citerne et d'une vanne segment. C'est aux travers de ces applications que la puissance et la facilité d'utilisation du logiciel des bordages raidis sont mis en évidence.

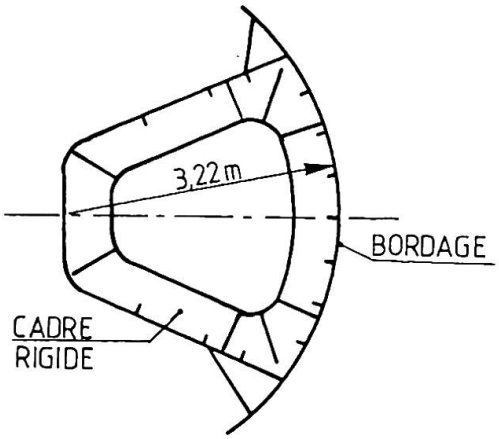


Fig. 13 : Vanne de barrage mobile.

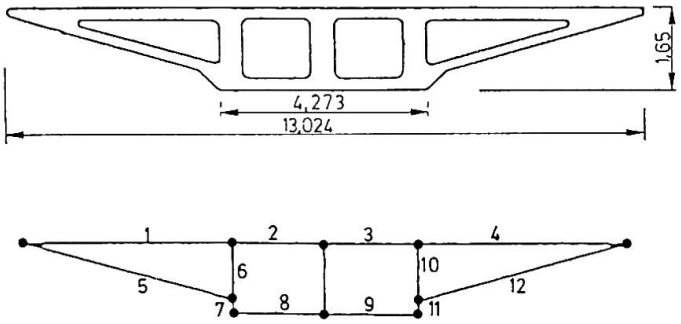


Fig. 14 : Tablier de pont.

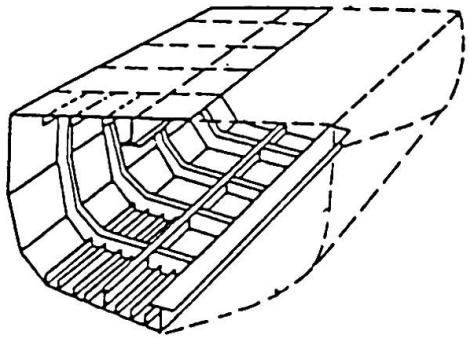


Fig. 15 : Coque de navire.

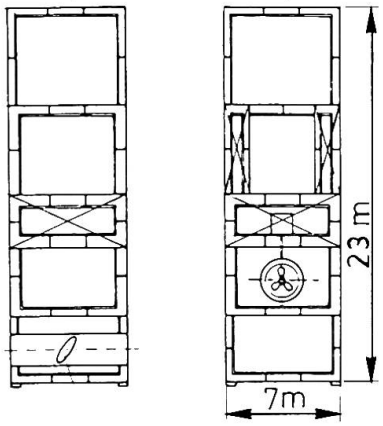


Fig. 16 : Porte d'écluse.

6.1. Etude d'une travée centrale d'un pont canal sur appuis multiples

Il s'agit d'un pont canal pour bateau de 1350 tonnes dont les caractéristiques principales sont : 360m de long (travée de 20m), 50.85m de large et de 4.5m de tirant d'eau [12]. Vu la symétrie du pont canal ainsi que de la charge, seule la moitié de la structure a été étudiée. Sans entrer dans trop de détails, signalons que les armatures ont été prises en compte dans le logiciel par l'intermédiaire de surfaces équivalentes. Le poids propre a également été inséré dans le cas de charge. De plus, les travées centrales peuvent être assimilées à des travées bi-encastrées.

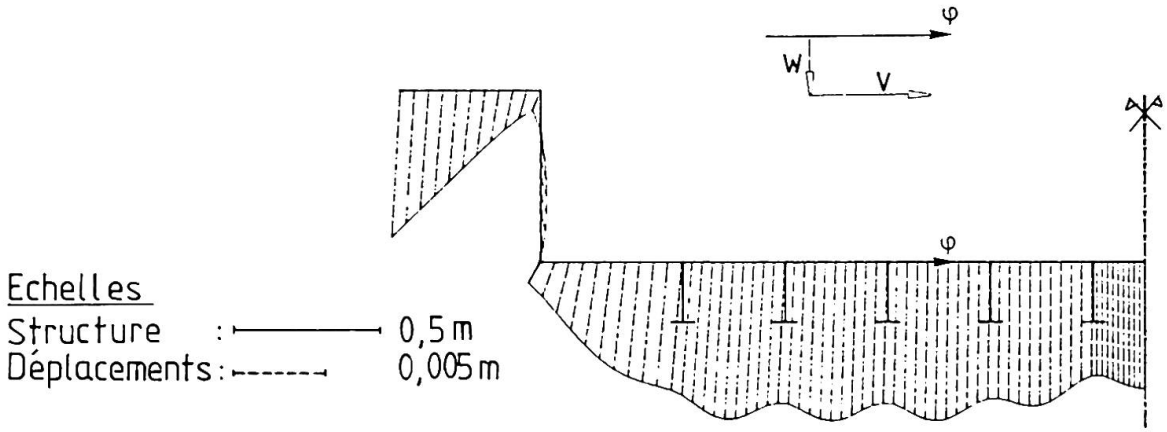


Fig. 17 : Travée bi-encastrée, déplacements w et v combinés dans la section transversale à mi-portée.

La discrétisation effectuée en vue du calcul de cette demi-structure est la suivante : 2 panneaux de type *plaque lisse* pour représenter le bajoyer, 1 panneau de même type pour représenter une partie du tablier d'épaisseur et 5 panneaux du type *plaque raidie* pour représenter le reste du tablier. Ce procédé de subdivision du tablier en sous-panneaux a permis d'obtenir des champs de forces et moments de bord suffisamment riches pour annuler aux extrémités, les déplacements u et les rotations dw/dx.

Les figures 17 et 18 donnent respectivement, dans la section transversale à mi-portée, les déplacements w et v combinés et les contraintes longitudinales σ_x.

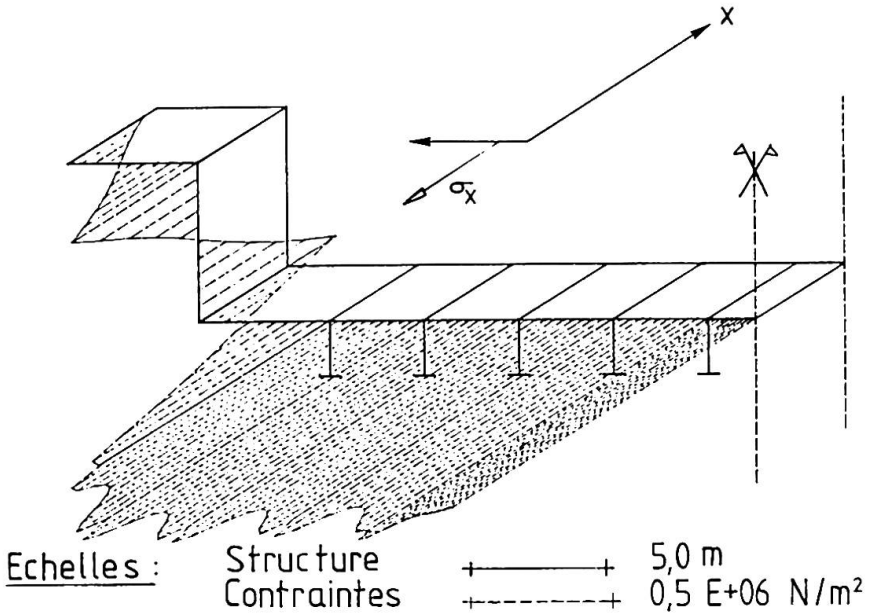


Fig. 18 : Travée bi-encastrée, contraintes longitudinales σ_x à mi-portée.

6.2. Etude d'une porte marée-tempête

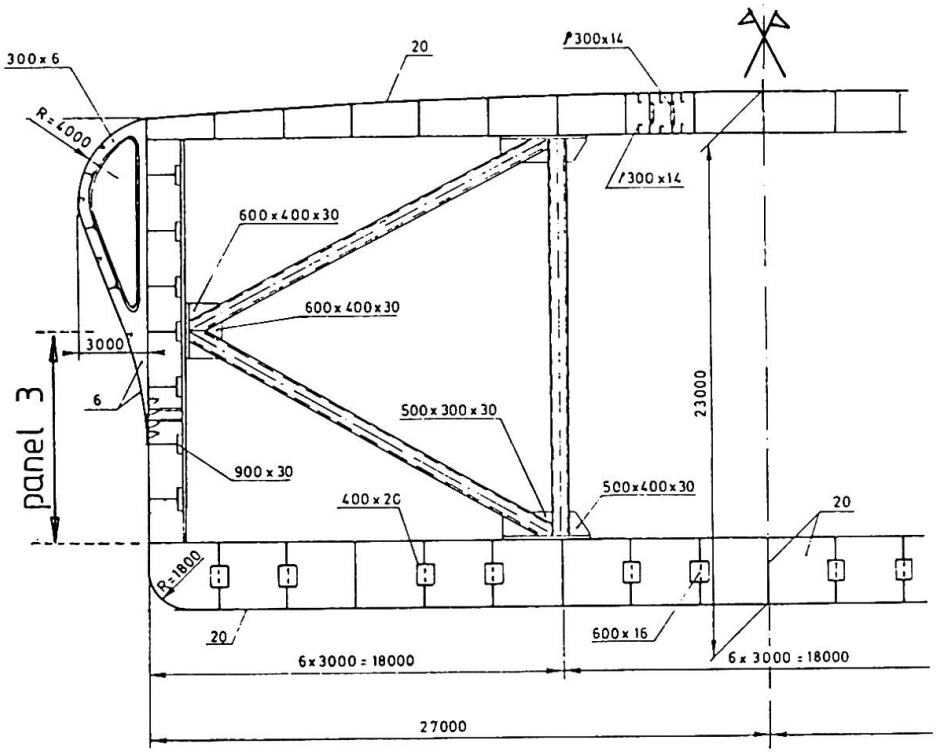


Fig. 19 : Coupe transversale dans la porte marée-tempête.

Il s'agit d'une porte flottante de 390m de portée, de 22m de haut, de 54m de large et pesant 55.000 tonnes (figure 19). La discrétisation comprend 30 panneaux dont 24 sont raidis et 6 panneaux représentent les épontilles [9].

L'intérêt de cette application réside, non pas dans des difficultés de principe ou dans des conditions particulières d'appuis mais simplement dans l'extrême facilité d'utilisation du logiciel des bordages raidis. Ainsi, prenons l'exemple du panneau n°3 (fig. 19), ses caractéristiques sont : une dimension totale de 9,5 m x 390m, soit près de 4000 m^2, la présence de 3 types de nervures (3 traverses de 390 m, 79 aiguilles de 9,5 m et un total de 5850 m de raidisseurs). Tous ces éléments ne nécessitent que 11 lignes de données en vue de l'utilisation de notre programme. On comprend donc aisément l'intérêt que représente son utilisation. En effet, les facilités de discrétisation, la rapidité d'exécution et la clarté des résultats ont permis d'effectuer un calcul complet endéans les 12 heures. La première analyse a nécessité 1 heure pour la discrétisation, 1 heure pour l'entrée des données et de leur vérification, 15 à 20 minutes de temps CPU sur l'IBM 4381 et enfin 2 heures pour l'impression et le dépouillement des résultats ; le reste du temps ayant été consacré à l'étude de modifications et alternatives.

6.3. Etude d'un bateau citerne

En constructions navales, nombreuses sont les structures cylindriques ; ainsi en est-il de la partie centrale de la majorité des bateaux de grande longueur (péniches, barges, pétroliers, bateaux citerne, ...). Lorsqu'on aborde l'étude de ce type de structures flottantes, la première étape est de délimiter la zone cylindrique de manière à obtenir un tronçon cylindrique composé d'un ensemble de coques et de plaques raidies par les lisses, serres, porques, ... Ces coques et plaques sont reliées entre elles par des génératrices communes. Elles forment ainsi la section transversale du navire étudié.

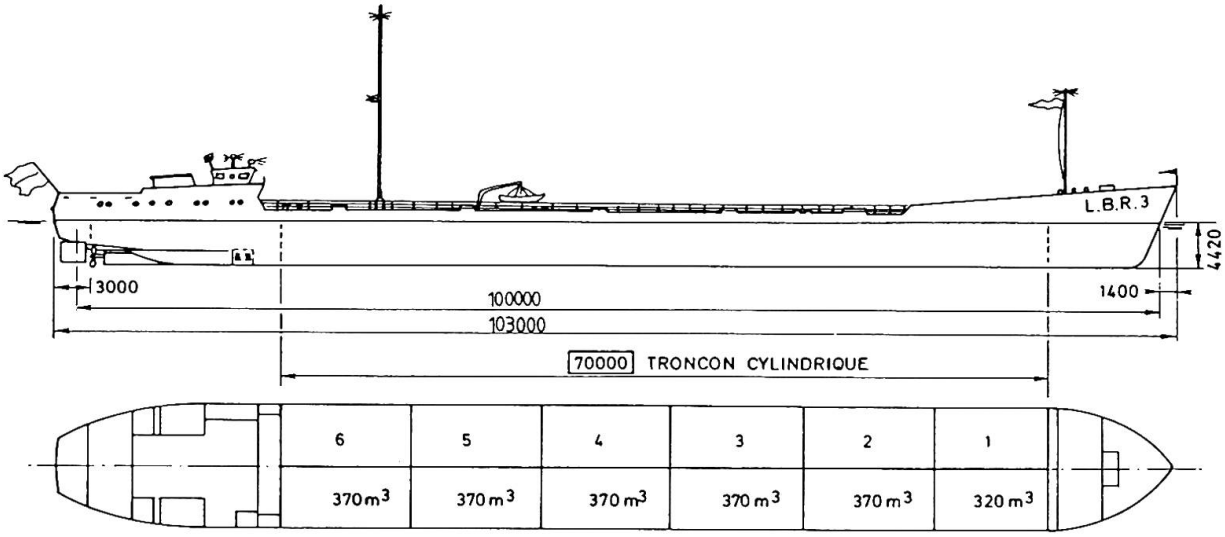


Fig. 20 : Vue en plan et en élévation d'un bateau-citerne.

A titre d'exemple, on a étudié un bateau citerne de type semi-maritime [11]. Il a une longueur de 103m, 12m de large et 5,2m de creux (figure 20). Sa capacité maximale de chargement est de 4340m^3 (10 x 370m^3 + 2 x 320m^3). La longueur de la zone cylindrique est d'environ 70m et elle correspond à la zone des 12 citernes de cargaison. La structure est discrétisée en 7 plaques, chacune étant raidie par les nervures correspondantes (lisses, serres, porques, ..)..

En se référant au diagramme des moments fléchissants de la poutre navire (figure 21) on en déduit les moments d'extrémités M_1 et M_2 que l'on doit appliquer aux extrémités du tronçon cylindrique choisi de manière à tenir compte en travée de l'influence de la poupe et de la proue.

En conséquence, pour le calcul, tout se passe donc comme si l'on étudiait un caisson bi-appuyé dont les extrémités seraient soumises à des moments de flexion d'extrémité (M_1 , M_2), et dont la travée serait sollicitée par les charges réelles (fig. 22) qui agissent au sein du bateau (pression hydrostatique de l'eau, pression du fluide dans les caissons, poids propre, poids du chargement, surcharges, ...). Ces moments M_1 et M_2 et les sollicitations sont, bien sûr, caractérisques d'un cas précis de chargement et ils varient donc pour chaque mode de chargement. Lors de l'étude par le concepteur, 30 cas de chargement furent analysés.

En pratique, 13 termes du développement en série de Fourier ont été nécessaires. La figure 23 donne le diagramme des contraintes longitudinales dans le bordé et cela dans la section transversale la plus sollicitée, x= 35m, ainsi que l'indique la figure 21.

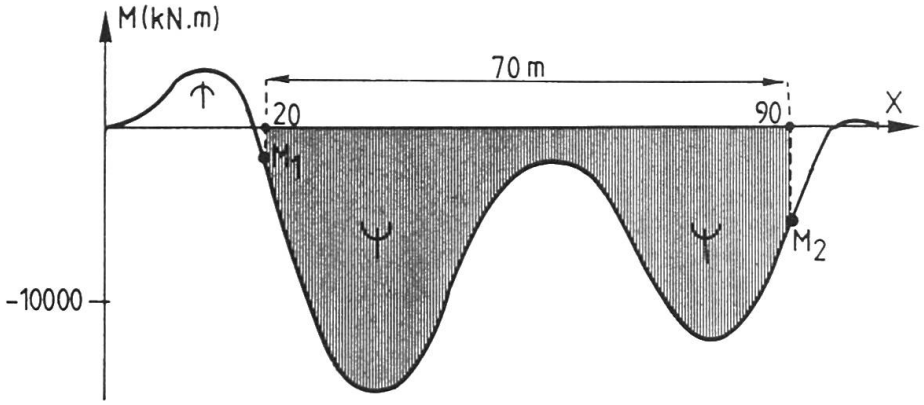


Fig. 21 : Moment fléchissant de la poutre navire.

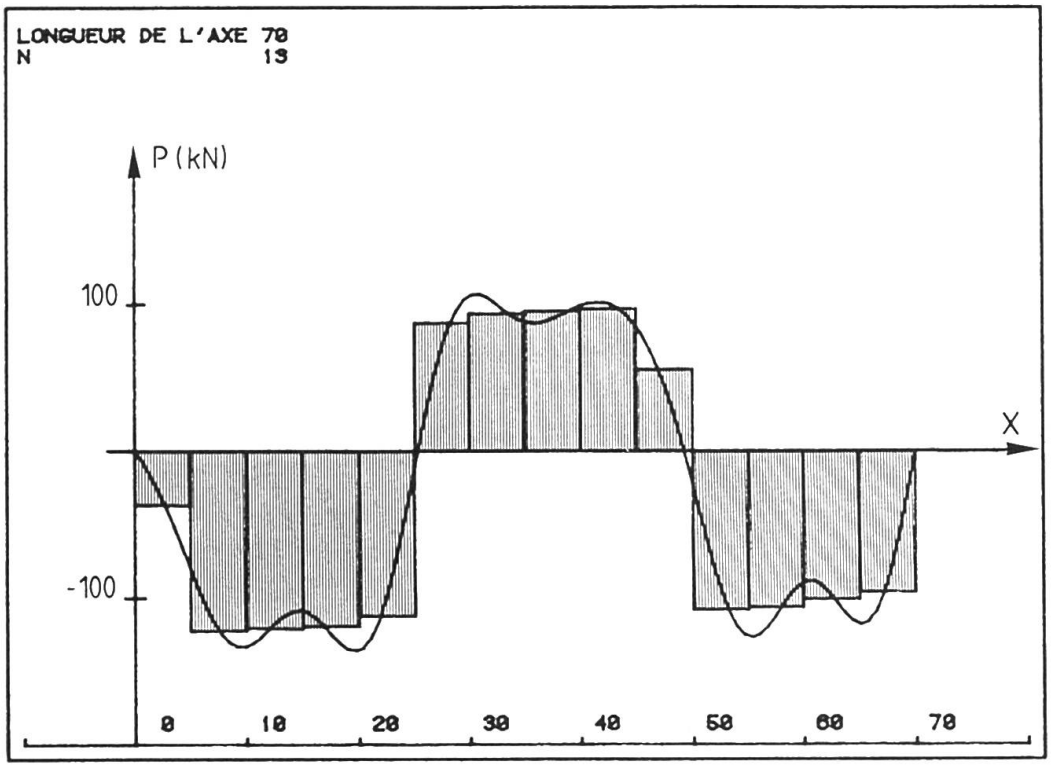


Fig. 22 : Distribution longitudinale des charges verticales théoriques ainsi que celle des charges appliquées en pratique compte tenu du développement en série de Fourier (13 termes).

Les contraintes plus élevées ont été observées dans les semelles des renforts verticaux de la cloison longitudinale médiane. En effet, pour le cas de charge présenté, au droit des sections critiques un tank est vide et l'autre plein, ce qui sollicite fortement la cloison médiane. La contrainte maximale de comparaison relevée dans les semelles de ces renforts est de 140 N/mm^2.

Les données nécessaires à l'étude de ce bateau-citerne avec le logiciel L.B.R.-3 sont extrêmement réduites, 120 lignes de données. La discrétisation et l'encodage ne nécessitent pas plus de 2 heures et le temps d'exécution y compris l'impression n'exige qu'environ 1 heure.

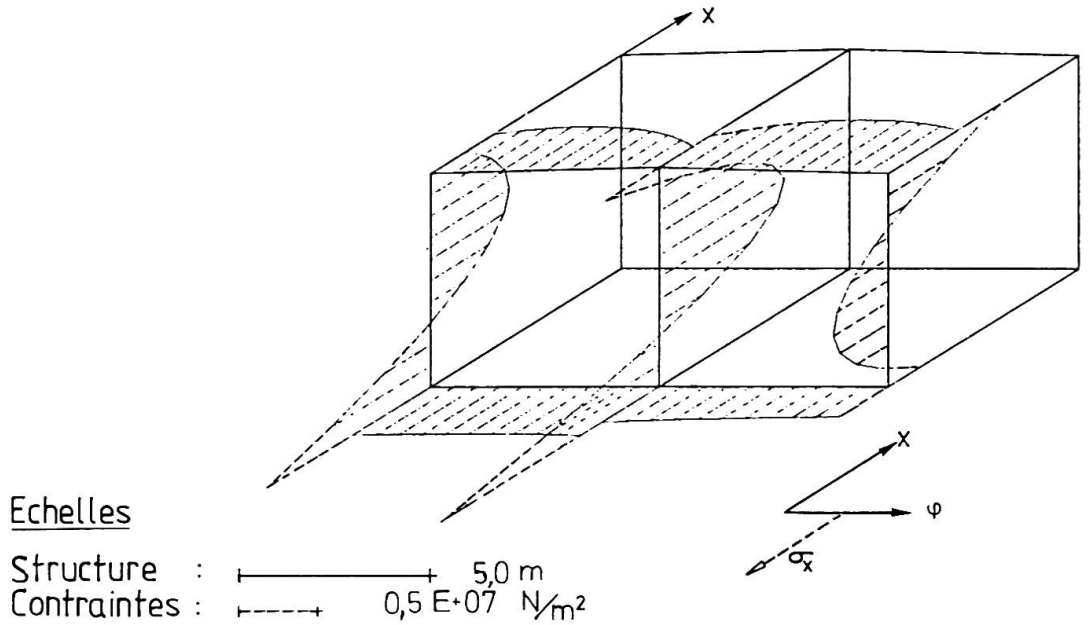


Fig. 23 : Contraintes longitudinales σ_x dans le bordé au droit de la section transversale x=15m.

6.4. Etude d'une vanne-segment

La figure 24 représente la coupe transversale du caisson d'une vanne segment d'un barrage mobile; la vanne reposant sur les 2 appuis élastiques que constituent les bras. On y observe les raidisseurs longitudinaux et sur cette coupe est reporté le diagramme des contraintes transversales σ_φ agissant dans le bordage. Ces contraintes sont dues principalement à la flexion locale des divers panneaux sous l'effet de la pression hydrostatique.

Les premiers calculs, effectués à l'aide du logiciel pour le contrôle du prédimensionnement, ont été réalisés avec 1 terme (vanne considérée comme simplement appuyée sur ses bras). Ils ont nécessité 72 lignes de données et 20 secondes CPU sur un IBM 4381. Les derniers passages effectués avec 7 termes et les effets de bord ne nécessitent que 3 lignes de données supplémentaires mais exigent 411 secondes CPU. Il faut enfin signaler que le logiciel présenté, fonctionne sur micro-ordinateur (Macintosh II) avec un préprocesseur pour l'entrée des données et la possiblité d'une visualisation graphique des résultats.

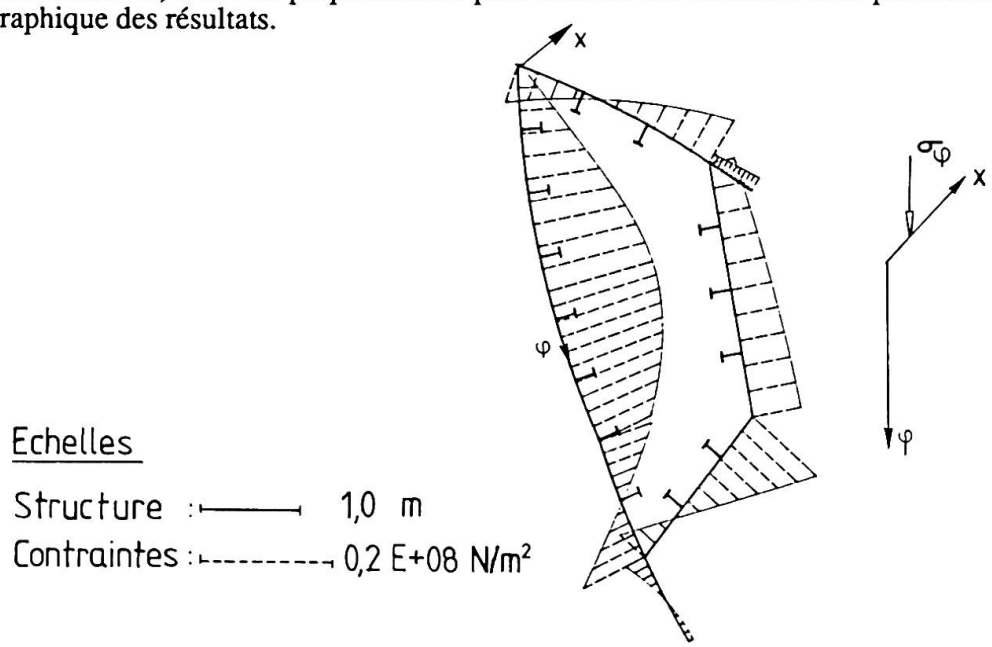


Fig. 24 : Contraintes transversales σ_φ dans le bordage à mi-portée, x=L/2.

7. CONCLUSION

Avec la mise au point du **logiciel des bordages raidis (L.B.R.-3)**, le calcul des structures composées de coques cylindriques orthotropes est devenu une tâche bien plus aisée. Limitée au domaine linéaire, il est un outil de calcul spcifique pour les structure hydrauliques fortements raidies. En effet, le logiciel des bordages raidis est particulièrement performant lorsque le raidissage est important car, tout en tenant compte des effets locaux des nervures, il intègre les nervures au sein du système d'équations différentielles sans alourdir sa résolution. De plus, la méthode permet de tenir compte d'une orthotropie variable.

Le logiciel est très aisé d'accès, les données nécessaires sont fort réduites et très simples à exprimer. Les résultats sont eux, par contre, très détaillés et d'une grande précision, aussi bien sur les contraintes que sur les efforts et les déplacements. En effet, le principe de la méthode, reposant sur une résolution analytique des équations, garantit l'obtention d'une solution pouvant être qualifiée d'exacte dans les limites du développement harmonique choisi.

Le logiciel permet, au stade actuel de son développement, outre la prise en compte des charges extérieures classiques, l'introduction de toutes sortes de conditions d'appuis (appui simple, encastrement , appui élastique). Cela permet d'envisager l'étude complète de nombreuses structures, métalliques et en béton dont notamment les constructions telles que : pont-canal, porte d'écluse, vanne de barrage mobile, rayonnages, toitures en sheds, tabliers de ponts, ... Ainsi, l'étude complète d'une telle structure peut, grâce à ce logiciel, être réalisée endéans les 12 heures.

REFERENCES

1. BEGUIN Ph., "Calcul et optimalisation de portes d'écluses de grandes dimensions à double bordage", Université de Liège, Faculté des Sciences Appliquées, 1982.
2. DEHOUSSE N.M., " Les bordages raidis en construction hydraulique", Mémoires du CERES (Nouvelle série), Vol. n°1, Université de Liège, 1961.
3. DEHOUSSE N.M., J. DEPREZ, "Les bordages orthotropes plans, Calcul d'une porte d'écluse", Mémoires du CERES (Nouvelle série) n°22, 1967.
4. DEHOUSSE N.M. , "Les écluses de navigation", LHCN, Liège, 1985.
5. DEHOUSSE N.M., Ph. BEGUIN, "Calcul des portes d'écluses fluviales et maritimes", Mémoires AIPC, IABSE Proceedings P-113/87, 1987.
6. GIBSON J.E., "The development of General Multi Shell Programs using A Micro Computer", IASS, Madrid Congres, Numerical Methods, Vol. 5, Madrid, Septembre, 1989.
7. HUTCHINSON J.W., AMAZIGO J.D., "Imperfection-Sensitivity of Eccentrically Stiffened Cylindrical Shells", AIAA Journal, vol. 5, 1967.
8. LAGARD R., "Comparaison de 3 éléments finis pour coques", Université de Liège, Faculté des Sciences Appliquées, T.F.E., 1973.
9. L.H.C.H., "Stormvloedkering, Nieuwe Waterweg", Rapport interne du LHCN de l'Université de Liège, 1987.
10. RIGO Ph., "Applications des développements harmoniques aux calculs des ouvrages hydrauliques métalliques", Collection des Publications de la Faculté des Sciences Appliquées de l'Université de Liège, n°120, 1989.
11. RIGO Ph., Le calcul des structures cylindriques flottantes", ATMA, 89ème Session, Paris, Avril 1989.
12. RIGO Ph., "La méthode des bordages raidis. Calcul des coques cylindriques soumises à une pression hydraulique", Construction métallique du CTICM, n°3, Paris, Septembre, 1989.
13. SAMCEF, "Système d'Analyse des Milieux Continus par Eléments Finis", Laboratoires des Techniques Aéronautiques et Spatiales, Université de liège, 1986.
14. SCORDELIS A.C., LO K.S., "Computer Analysis of Cylindrical Shells", Journal of A.C.I., Proc. vol. 61, n°5, 1964.
15. G. WICKERT G., SCHUMAUBER G., "Stahlwasserbau", Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New-York, 1971.