

Einfache Methode zur Berechnung der Bruchlast von schlanken Druckgliedern

Autor(en): **Menn, C.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen**

Band (Jahr): **16 (1974)**

PDF erstellt am: **11.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-15727>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Einfache Methode zur Berechnung der Bruchlast von schlanken Druckgliedern

Simple Method for Determining the Ultimate Load of Slender Compression Members

Méthode simple pour le calcul de la charge ultime de pièces élancées comprimées

C. MENN
 Prof. Dr.
 ETH Zürich
 Zürich, Schweiz

1. Einleitung

Die Bemessung schlanker Druckglieder mit einer Vorschrift über zulässige Spannungen ist deshalb besonders problematisch, weil zu Folge des Spannungsproblems zweiter Ordnung eine zuverlässige Beurteilung der effektiven Sicherheit kaum möglich ist. Die Kommission des SIA für die SIA-Norm Nr. 162 (Norm für die Berechnung, Konstruktion und Ausführung von Bauwerken aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton) hat deshalb einer Arbeitsgruppe den Auftrag erteilt, eine einfache, klare Richtlinie für die Bemessung schlanker Druckglieder nach dem Traglastverfahren auszuarbeiten. Nach eingehender Prüfung der bekannten Berechnungsverfahren und umfangreicher Vergleiche und Untersuchungen hat diese Arbeitsgruppe beschlossen, als Grundlage ein neues Berechnungsverfahren anzuwenden, das am Institut für Baustatik und Konstruktion an der ETH Zürich entwickelt wurde. Dieses Verfahren wird im Folgenden kurz dargestellt.

2. Bruchlast schlanker Druckglieder

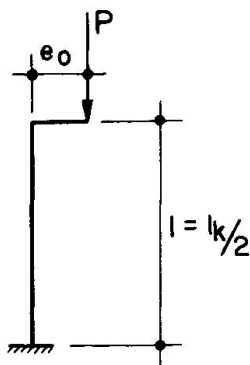


Fig. 1

Die Schwierigkeit der Traglastberechnung für eine einfache Stütze gemäss Fig. 1 besteht vor allem darin, dass bei der Laststeigerung die Querschnittssteifigkeit auf der ganzen Stützenhöhe ständig ändert; d.h. jedem Schnittkraftpaar N und M entspricht eine bestimmte Steifigkeit EI . Diese spezifische Steifigkeit lässt sich im Prinzip aus den Arbeitslinien für Stahl (Fig. 2) und Beton (Fig. 3) berechnen.

Sie beträgt unter Berücksichtigung von

$$y'' = - \frac{M}{EI} \quad (y = \text{Stützensausbiegung})$$

und $y'' = \frac{1}{\rho}$ ($\rho = \text{Krümmungsradius}$)

$$EJ = |M \cdot \rho|$$

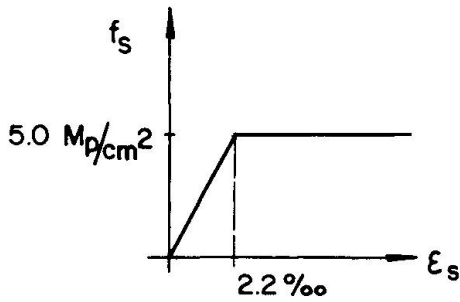


Fig. 2

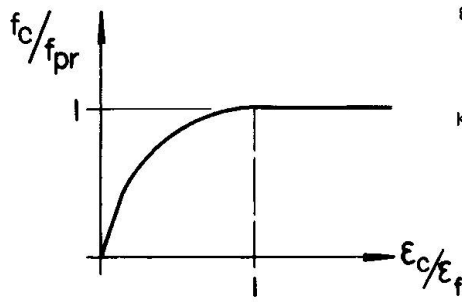
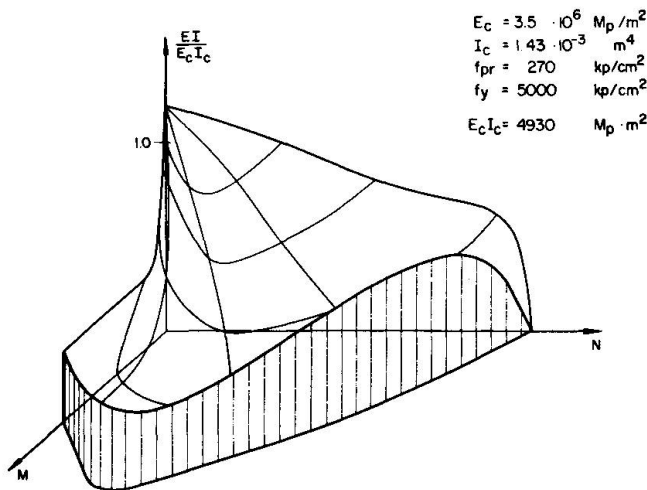


Fig. 3

$$\epsilon_f = \frac{2f_{pr}}{E_c} (1 + \kappa \cdot \varphi)$$

$$\kappa = N_g/N \text{ bzw. } M_g/M$$

In Fig. 4 ist das Verhältnis $\frac{EI}{E_c I_c}$ als Funktion der Schnittkräfte N und M für den Querschnitt der Fig. 5 unter Vernachlässigung der Mitwirkung des Betons in der Zugzone aufgetragen.



$E_c = 3.5 \cdot 10^6 \text{ M}_p/\text{m}^2$
 $I_c = 1.43 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$
 $f_{pr} = 270 \text{ kp}/\text{cm}^2$
 $f_y = 5000 \text{ kp}/\text{cm}^2$
 $E_c I_c = 4930 \text{ M}_p \cdot \text{m}^2$

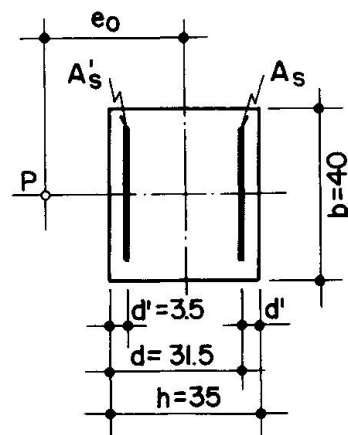


Fig.4 Steifigkeit - Schnittkräfte (N,M)

Fig.5 Querschnitt $A_c = 35 \times 40 \text{ cm}$

$$A_s = A'_s = 12 \text{ cm}^2$$

Diese relativ komplizierten Verhältnisse lassen sich zwar mit einem Computer-Programm beliebig genau berücksichtigen, eine praktische Berechnung auf dieser Grundlage ist jedoch unverhältnismässig aufwendig. Ein unterer Grenzwert der Traglast lässt sich allenfalls damit bestimmen, dass während der ganzen Laststeigerung (von $P = 0$ bis $P = P_{\text{Bruch}}$) und auf der ganzen Stützhöhe mit der Steifigkeit unmittelbar vor dem Erreichen der Bruchlast gerechnet wird. Die Schnittkräfte bei einer Stütze gemäss Fig. 1 sind dabei

$$N = P \quad M = P \cdot e_0 \frac{1}{1 - \frac{P}{P_E}} \quad (P_E = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2})$$

Dieses Verfahren ist aber deshalb kompliziert, weil nur eine Iteration zum Ziel führt, oder weil zum mindesten nachgewiesen werden muss, dass die der Berechnung zugrunde gelegte Steifigkeit kleiner ist als die den Bruchschnittkräften N_u und M_u entsprechende Steifigkeit.

3. Moment-Krümmungsdiagramm

Aus einem Moment-Krümmungsdiagramm ($h/\rho =$ bezogene Krümmung), in Fig. 6 für den Querschnitt der Fig. 5 dargestellt, lässt sich die Steifigkeit für bestimmte Kombinationen von N und M ebenfalls herauslesen; sie ist mit

$$EI = M \cdot \rho = \frac{1}{h} \cdot \alpha$$

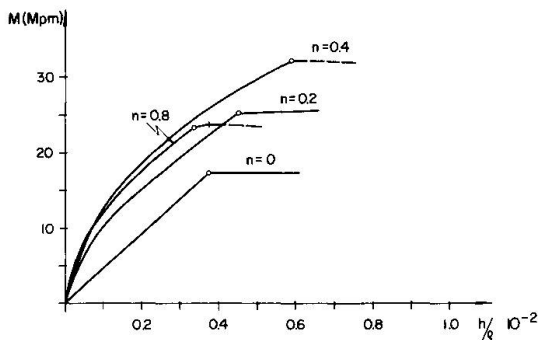


Fig. 6 Moment - Krümmung; $A_s = A'_s = 12\text{cm}^2$ ($p_t = 1.71\%$)

$$\text{Kurvenparameter: } n = \frac{N}{bh f_{pr}}$$

Dabei ist α die Neigung der Verbindungslinie vom Ursprung ($M = h/\rho = 0$) zu einem beliebigen Punkt (N, M) $N = nbhf_{pr}$. Die $M-h/\rho$ - Linien weisen einen deutlichen Knick auf, wenn bei einer bestimmten Normalkraft das Moment Stahlfliesen erzeugt. Diese Knickpunkte sind identisch mit dem Bruchwiderstand des Querschnitts, der bei einem schlanken Druckglied mit dem Stahlfliesen auf der Zug- oder Druckseite praktisch erreicht wird. Der effektive

Querschnittswiderstand ist zwar etwas grösser; es ist aber nicht zweckmässig dies zu berücksichtigen, da nach dem Fließen des Stahls die Querschnittssteifigkeit rasch absinkt und die Momente zweiter Ordnung um so schneller zunehmen. Nach dem Fließen des Stahls ist somit die mögliche Laststeigerung bis zum Erreichen des effektiven Bruchwiderstandes sehr klein.

4. Vereinfachung des $M-h/\rho$ - Diagramms

Im Hinblick auf eine einfache, zuverlässige Traglastberechnung werden die beiden folgenden Vereinfachungen gemacht:

- Die Neigung α bzw. die Steifigkeit EI bleibt von $M = 0$ bis zum Knickpunkt $M = M_u$ konstant; dies entspricht einem geradlinigen Verlauf der $M-h/\rho$ - Linie und bedeutet, dass bei konstantem Querschnitt auf der ganzen Stablänge mit der gleichen Steifigkeit gerechnet werden darf.
- Für jede Grösse der Normalkraft wird die Steifigkeit aus der $M-h/\rho$ - Linie für $N = N_F$ bestimmt. N_F ist dabei diejenige Normalkraft, die sich ergibt, wenn Zug- und Druckarmierung gleichzeitig fließen. Dies bedeutet - zusammen mit der ersten Annahme -, dass die Vergrößerung der Anfangsexzentrizität e_o folgendermassen gerechnet werden darf:

$$e = e_o \frac{1}{1 - \frac{P}{P_E}} \quad P_E = \frac{\pi^2 EI_F}{l_k^2}$$

wobei EI_F die N_F entsprechende Steifigkeit ist; d.h. die Steifigkeit, bei der Zug- und Druckarmierung gleichzeitig fließen. $EI_F = M_F \cdot \rho_F$ lässt sich besonders einfach bestimmen. Gemäss Fig. 7 gilt z.B. für einen Rechteckquerschnitt

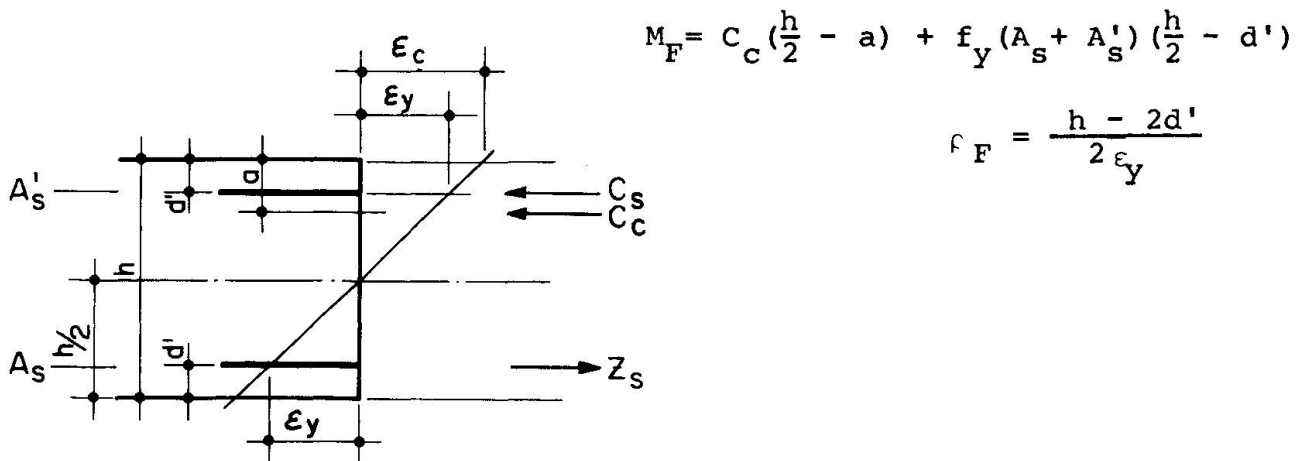


Fig. 7

Während die erstgenannte Vereinfachung bedeutet, dass während der ganzen Laststeigerung bis zum Bruch immer mit der gleichen Steifigkeit gerechnet werden darf, ist die zweite Vereinfachung aus folgenden Erwägungen sinnvoll:

- Bei kleiner Anfangsexzentrizität e_0 und kleiner Schlankheit ist $N_u > N_F$; die effektive Steifigkeit ist dann grösser als EI_F ; d.h. die berechnete Bruchlast ist auf der sicheren Seite. Erst bei sehr grosser Normalkraft nimmt EI wieder ab. Dann ist aber die Schlankheit so klein, dass nicht nach der Theorie zweiter Ordnung gerechnet werden muss.
- Bei grosser Anfangsexzentrizität und kleiner Schlankheit ist die Bruchlast unter Umständen kleiner als N_F . EI ist aber infolge starker Bewehrung (grosse Momente) nur unwesentlich kleiner als EI_F ; zudem spielt in diesem Falle EI keine wesentliche Rolle; der Einfluss der Verformung zweiter Ordnung ist gering.
- Bei kleiner Anfangsexzentrizität und grosser Schlankheit ist die Bruchlast unter Umständen ebenfalls kleiner als N_F ; wegen der starken Minimalbewehrung bei grosser Schlankheit ist aber $EI_F \sim EI_{N=0} = EI_{\min}$.
- Bei grosser Anfangsexzentrizität und grosser Schlankheit ist die Bruchlast ebenfalls kleiner als N_F ; auch in diesem Fall ist aber eine starke Bewehrung erforderlich, so dass $EI_F \sim EI_{N=0} = EI_{\min}$ gilt.

5. Berechnungsgang

Für eine Stütze gemäss Fig. 1 mit gegebenen Querschnittswerten und Materialeigenschaften wird zunächst das N-M-Interaktionsdiagramm des Querschnittswiderstandes bestimmt, wobei immer das Fliesen des Stahls auf der Zug- oder auf der Druckseite massgebend ist. Die Berechnung der Steifigkeit $EI_F = M_F \rho_F$ erfolgt nach Abschnitt 4 für $\rho_F = \frac{h-2d'}{2\varepsilon_y}$ (kleinster Krümmungsradius). Damit folgt für die

Ausbiegung nach der Theorie zweiter Ordnung:

$$e = e_0 \frac{1}{1 - \frac{P}{P_E}} \qquad P_E = \frac{\pi^2 EI_F}{l_k^2}$$

mit den massgebenden Schnittkräften

$$N = P \qquad \text{und} \qquad M = P \cdot e$$

Die Traglast ist erreicht, wenn die Last-Momenten-Linie das N-M-Interaktionsdiagramm schneidet.

Bei zentrischer Belastung muss immer eine Anfangsexzentrizität $e_{\min} \approx \frac{h}{30}$ angenommen werden.

Bei kleinen Anfangsexzentrizitäten $e_0 \approx \frac{h}{5}$ ist es zur Erzielung einer besseren Genauigkeit zweckmässig, ein $M-h/\rho$ - Diagramm gemäss Fig.8 anzunehmen. Mit steigendem Moment sinkt dabei die Steifigkeit linear auf den Wert EI_F ab.

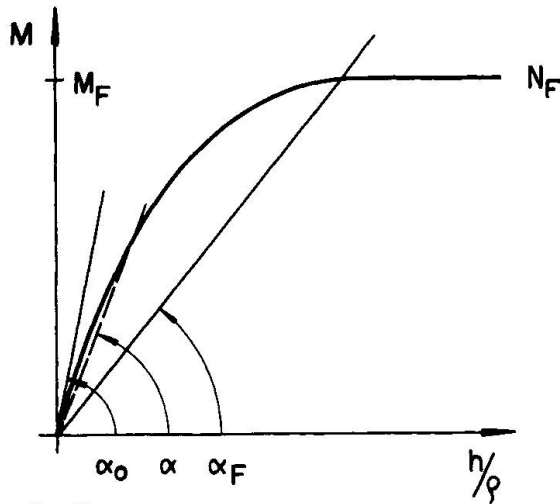


Fig.8

$$EI = M \cdot \rho = h \cdot \text{tg} \alpha$$

$$EI = h \left[\text{tg} \alpha_0 - \frac{M}{M_F} (\text{tg} \alpha_0 - \text{tg} \alpha_F) \right]$$

Mit $\text{tg} \alpha_0 = \frac{1}{h} EI_0$

und $\text{tg} \alpha_F = \frac{1}{h} EI_F$ wird

$$EI = EI_0 - \frac{M}{M_F} (EI_0 - EI_F)$$

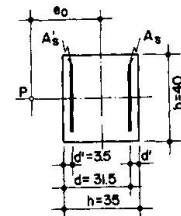
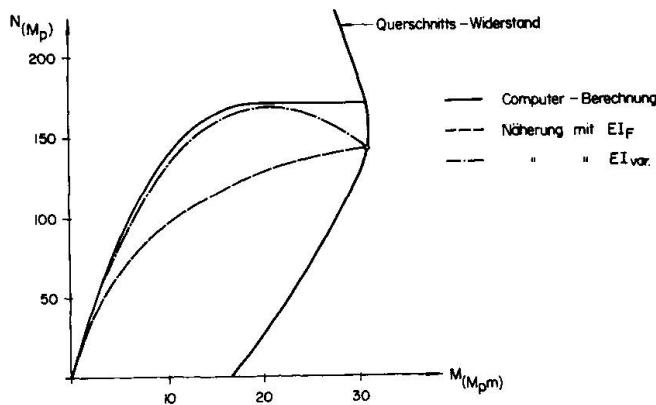
$$(EI_0 = E_c I_c + E_s I_s)$$

In diesem Falle gilt

$$e = e_0 \frac{1}{1 - \frac{P}{P_E}} \quad \text{mit } P_E = \frac{\pi^2 EI}{i_k^2}$$

natürlich nur solange, als $M = P \cdot e$ kleiner ist als das für die Berechnung von EI angenommene Moment M .

Fig.9 zeigt einen Vergleich zwischen der Computer-Rechnung und der vorgeschlagenen Näherungsberechnung für eine Stütze gemäss Fig.1 mit folgenden Abmessungen und Materialwerten:



$$f_{pr} = 270 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 5000 \text{ kg/cm}^2$$

Fig.9 Last-Momenten - Kurve $l_k/h = 28.6$

$$p_t = 1.71\% \quad (A_s = A_s' = 12 \text{ cm}^2) \quad e_0/h = 0.143$$

6. Traglasten der Standardstütze, die dem Fragebogen zum Vergleich verschiedener Normen zugrunde gelegt wurde

Die Fig. 10 - 12 zeigen einen Vergleich der Traglasten, die einerseits mit dem Computer und andererseits mit dem vorgeschlagenen Näherungsverfahren berechnet wurden. Dabei handelt es sich um jenen Stützentyp, der dem Fragebogen zum Vergleich verschiedener Normen zugrunde gelegt wurde*. In der Fig. 13 ist die Streuung aller für diesen Stützentyp berechneten Fälle dargestellt.

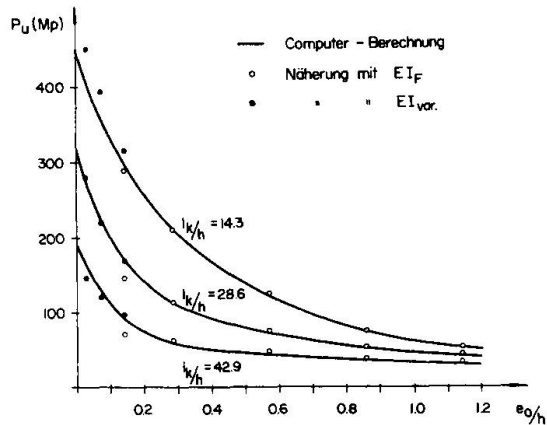


Fig.10 Traglast-Exzentrizität
 $A_s = A'_s = 12\text{cm}^2$ ($p_t = 1.71\%$)
 Kurvenparameter:
 Schlankheit l_k/h

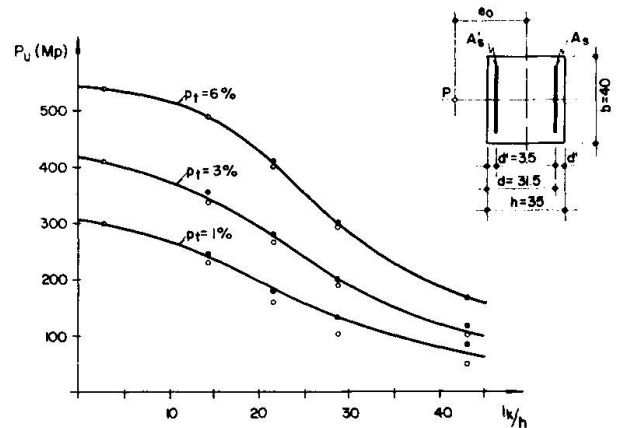


Fig.11 Traglast-Schlankheit
 Exzentrizität $e_0 = \frac{h}{6} = 5.8\text{ cm}$
 Kurvenparameter:
 Bewehrung p_t ($A_s = A'_s$)

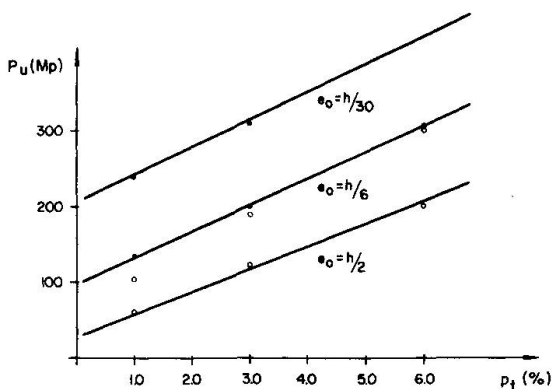


Fig.12 Traglast-Bewehrung
 Schlankheit $l_k/h = 28.6$
 Kurvenparameter:
 Exzentrizität e_0

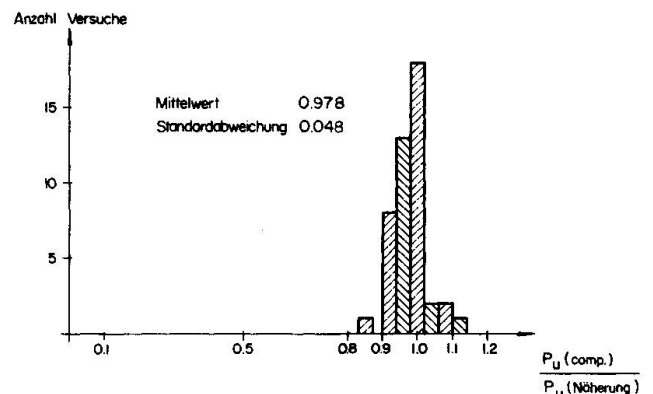


Fig.13 Vergleich der
 exakten Lösung ($P_{u\text{ comp}}$)
 mit der
 Näherungslösung ($P_{u\text{ Näherung}}$)

*vergl. Vorbericht Québec 1974

"Stützen aus Stahlbeton, Vergleich verschiedener Normen"

Bezeichnungen

A_S = Fläche der Zugarmierung	E_C = Elastizitätsmodul des Betons
A'_S = Fläche der Druckarmierung	J_C = Trägheitsmoment des homogenen Betonquerschnitts
E_S = Elastizitätsmodul des Stahls = 2100 Mp/cm ²	f_C = Betonspannungen
J_S = Trägheitsmoment des Stahlquerschnitts	f_{pr} = Prismenfestigkeit des Betons
f_S = Stahlspannung	ϵ_C = Betonstauchung
f_Y = Fließ-Spannung des Stahls	ϵ_U = maximale Betonstauchung = 0.003
ϵ_S = Stahldehnung	φ = Kriechzahl
ϵ_Y = Fließ-Dehnung des Stahls	N_g, M_g = Beanspruchung infolge Dauerlasten
A_C = Betonfläche	p_t = Armierungsgehalt (Stahlfläche/Betonfläche)

144

$$EI_F = M_F \cdot \rho_F$$

ZUSAMMENFASSUNG

Das vorgeschlagene Verfahren für eine einfache Berechnung der Traglast von Stützen beruht darauf, dass die Ausbiegung zweiter Ordnung mit einer konstanten, ideellen Steifigkeit berechnet wird. Diese Steifigkeit wird am gerissenen Querschnitt bestimmt, wobei angenommen wird, dass die Bewehrung auf der Zug- und Druckseite gleichzeitig fließt.

SUMMARY

The proposed method for a simple calculation of the ultimate load of columns is based on calculating the 2nd-order deflection with a constant virtual stiffness. This stiffness is determined from the fractured cross-section, assuming that the reinforcement on the tension and compression sides flows simultaneously.

RESUME

On propose, pour le calcul de la charge ultime des colonnes, un procédé basé sur un calcul de déformation du second ordre avec une rigidité fictive constante. Cette rigidité est déterminée pour la section fissurée en admettant que les armatures dans les zones tendues et comprimées travaillent à la limite apparente d'élasticité.