Der Feuerwiderstand stählerner Rahmentragwerke: Ansätze zur Berechnung des Brandlastfalles

Autor(en): **Beyer, R. / Klingmüller, O. / Thierauf, G.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **IABSE reports of the working commissions = Rapports des commissions de travail AIPC = IVBH Berichte der Arbeitskommissionen**

Band (Jahr): **21 (1975)**

PDF erstellt am: **30.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-18800

IV

Der Feuerwiderstand stählerner Rahmentragwerke.
Ansätze zur Berechnung des Brandlastfalles

Fire Resistance of Steel Frameworks.
Proposals for Calculation of the Fire Load Factor

Résistance au feu de cadres métalliques.
Propositions pour le calcul de la charge portante en cas d'incendie

R. BEYER O. KLINGMÜLLER G. THIERAUF
Institut für Konstruktiven Ingenieurbau
Bochum, BRD

1. Einleitung

Brandschutzmaßnahmen werden im Stahlbau derzeit durch Versuche so bestimmt, daß eine ausreichende Feuerwiderstandsdauer (F30,F60 - DIN 4102) der Einzelbauteile gewährleistet ist. Das Verhalten der gesamten Konstruktion bei erhöhten Temperaturen findet bislang keine Berücksichtigung. Ist der Einfluß von Temperaturerhöhungen in einigen Bauteilen auf das Tragverhalten der Konstruktion bekannt, wird es möglich, den Brandschutz nach statischen Erfordernissen auszulegen und so zu einer wirklichkeitsnahen Einschätzung der Sicherheit im Brandfall zu kommen.

Da der Zusammenhang zwischen dem mechanischen Verhalten und dem thermischen Energiezustand wegen der verhältnismäßig geringen Temperaturen und der kleinen Verformung vernachlässigbar ist, läßt sich die Untersuchung des Tragverhaltens in zwei voneinander getrennte Probleme aufteilen:

a) Bestimmung einer Temperaturverteilung für einen gegebenen Brandfall,

b) Statische Berechnung des Tragwerks für die gegebene Temperaturverteilung.

Unter statischer Berechnung wird hierbei eine Traglastberechnung verstanden. Der vollständige Verlust der Tragfähigkeit als gefährlichster Versagenszustand wird damit am besten erfaßt. Für die Berechnung der Temperaturverteilung wird von einem bekannten Brandraum und einem bekannten Brandverlauf (z. B. Normbrandverlauf) ausgegangen.

Betrachtet man die Temperaturverteilung zu einem festen Zeitpunkt, so ergeben sich bei verschiedenen Ausgangsbrandräumen verschiedene Lastfaktoren: der kleinste dieser Lastfaktoren definiert einen "kritischen Brandraum" (Bild 1). Bei instationärer (zeitabhängiger) Temperaturverteilung ergibt sich der Lastfaktor als Funktion der Zeit. Die Zeit bis zum Absinken des Lastfaktors auf 1.0 kann dann als "kritische Branddauer" bezeichnet werden (Bild 2).

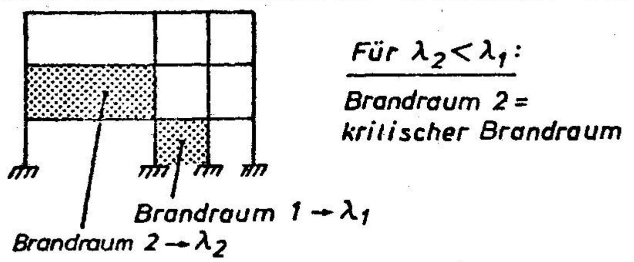

Bild 1: Kritischer Brandraum

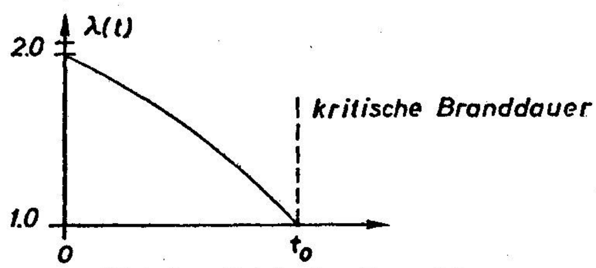

Bild 2: Kritische Branddauer

2. Die Traglastberechnung als Lineare Optimierungsaufgabe

An dieser Stelle werden die Grundgleichungen des Verfahrens zusammengestellt, so daß der Einfluß der Temperatur auf die Traglastberechnung ersichtlich ist. Ausführliche Darstellungen der Traglastberechnung mit Linearer Optimierung findet man in der Literatur /1/, /2/. Eine systematische Berechnung der Traglast auf der Grundlage des ersten Traglastsatzes führt auf die konvexe Optimierungsaufgabe:

$$\text{Maximiere } \lambda \qquad (1a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\underline{N}\ \underline{S} - \lambda\, \underline{P} = \underline{0}, \quad \text{(Gleichgewicht)} \qquad (1b)$$

$$f_i(\underline{S}, \underline{S}_F) = 0, \quad \text{(Fließbedingung)} \qquad (1c)$$

i = 1,..., r Bemessungspunkte,
$\underline{N}$: Gleichgewichtsmatrix,
$\underline{S}$: Spaltenvektor der Schnittgrößen in den Bemessungspunkten,
$\underline{P}$: Spaltenvektor der äußeren Lasten,
$\underline{S}_F$: Spaltenvektor der vollplastischen Schnittgrößen,
λ : Lastfaktor.

Gesucht ist das Maximum von λ unter der Bedingung, daß Gleichgewicht herrscht (1b) und die Schnittgrößen die durch die Fließbedingungen f_i festgelegten Grenzen der zulässigen Beanspruchung nicht überschreiten. Eine Lösung der Gleichgewichtsgleichungen (1b) mit dem Kraftgrößenverfahren wird durch

$$\underline{S} = \lambda\, \underline{b}_o \underline{P} + \underline{b}_x \underline{X} \qquad (2)$$

dargestellt. Das Produkt $\lambda\, \underline{b}_o \underline{P}$ ergibt die Schnittgrößen in einem statisch bestimmten Hauptsystem, $\underline{b}_x \underline{X}$ die Eigenspannungszustände. Für die Fließbedingungen (1c), die im allgemeinen nichtlineare Funktionen in $\underline{S}$ sind, wird hier eine lineare Approximation einfachster Art angenommen (Bild 3):

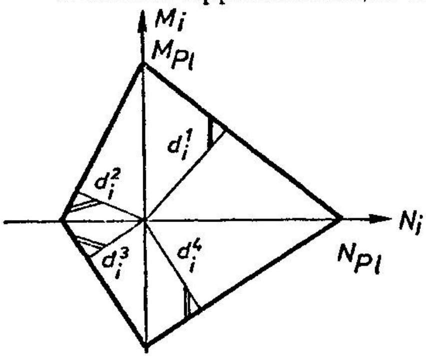

Bild 3: Linearisierter Fließbereich

$$\underline{A}\ \underline{S} = \underline{d}(\sigma_F), \qquad (3)$$

$$\underline{A}_i = \begin{bmatrix} \cos\alpha_i^1 & \sin\alpha_i^1 \\ \cos\alpha_i^2 & \sin\alpha_i^2 \\ \cos\alpha_i^3 & \sin\alpha_i^3 \\ \cos\alpha_i^4 & \sin\alpha_i^4 \end{bmatrix}, \quad d_i^1 = \frac{N_{Pl}\ M_{Pl}}{\sqrt{N_{Pl}^2 + M_{Pl}^2}}, \quad \underline{d}_i = \begin{bmatrix} d_i^1 \\ \vdots \\ d_i^4 \end{bmatrix}, \quad \underline{d} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_r \end{bmatrix},$$

$$\underline{A} = \mathrm{diag}\,(\underline{A}_1, \ldots, \underline{A}_r), \quad M_{Pl} = W_{Pl} \cdot \sigma_F, \quad N_{Pl} = F \cdot \sigma_F. \qquad (4)$$

A_k : Matrix der Richtungswinkel,
d_i^k : Abstand einer Begrenzungslinie des zulässigen Bereichs,
M_{Pl} : vollplastisches Moment,
N_{Pl} : vollplastische Normalkraft,
W_{Pl} : vollplastisches Widerstandsmoment,
F : Querschnittsfläche,
σ_F : Fließspannung,
W_{Pl} und F sind im Stabelement konstant.

Durch Einsetzen von (2) in (3) und (3) in (1) erhält man folgende Lineare Optimierungsaufgabe:

$$\text{Maximiere } \lambda \qquad (5a)$$

unter den Nebenbedingungen

$$\underline{A}(\lambda \underline{b}_o \underline{P} + \underline{b}_x \underline{X}) \leqq \underline{d}, \quad \lambda > 0. \qquad (5b)$$

Die statisch Unbestimmten X sind freie Variable. Da die Gleichgewichtsbedingungen am unverformten Tragwerk aufgestellt werden, sind nur die vollplastischen Schnittgrößen M_{Pl} und N_{Pl} und damit auch d temperaturabhängig. Ist die Temperatur T in den Bemessungspunkten bekannt, so lassen sich mit

$$\sigma_F(T) = 2400 - 4\,T \quad (\text{St } 37) \tag{6a}$$

oder

$$\sigma_F(T) = 3600 - 5.15\,T \quad (\text{St } 52) \tag{6b}$$

die Abstände d der Begrenzungslinien des zulässigen Bereichs als Funktionen der Temperatur darstellen. Für einen gegebenen Brandverlauf wird die Lineare Optimierungsaufgabe (5) für verschiedene Punkte der Temperatur-Zeit-Kurve als parametrische Optimierungsaufgabe gelöst. Die Lösung ergibt den zeitabhängigen Lastfaktor λ (t), /‾4_7.

Zur Veranschaulichung des Einflusses der Temperatur wird in Bild 4 die Abhängigkeit der Fließbedingungen von der Temperatur in einem Interaktionsdiagramm dargestellt.

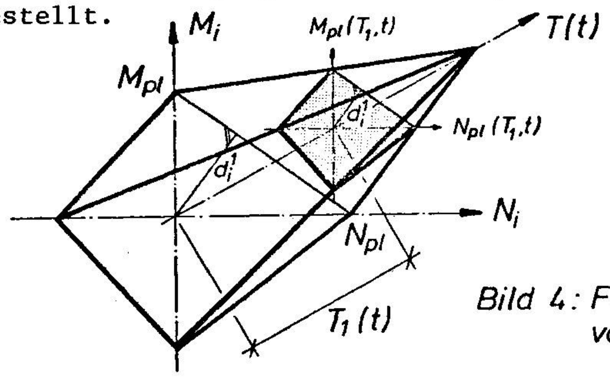

Bild 4: Fließbereich in Abhängigkeit von der Temperatur T(t)

3. <u>Berechnung der Temperaturverteilung</u>

Die theoretische Ermittlung der Feuerwiderstandsdauer ebener Rahmentragwerke aus Baustahl geht von einer Temperaturverteilung infolge gegebener Belastung durch punktförmige Wärmeströme aus. Die Berechnung der Temperaturverteilung in dem Stabwerk erfolgt unter den bekannten Annahmen und Vernachlässigungen der technischen Wärmelehre/‾3_7. Die eindimensionale instationäre Grundgleichung der Wärmeleitung in einem Stab mit dem Linienelement dx lautet bei konstanten Stoffwerten λ, c, ρ

$$c\rho\,\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\,\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + Q(x,t). \tag{7}$$

Hierin ist

- λ die Wärmeleitzahl,
- $c\rho$ die Wärmekapazität,
- $T(x,t)$ die gesuchte Temperatur,
- t die Zeit und
- Q eine punktförmige Wärmequelle.

Für $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ erhält man den stationären (zeitunabhängigen) Fall der Wärmeleitung.

Im allgemeinen Fall /‾5_7 sind die Anfangs- und Randbedingungen des Problems gegeben durch:

a) die Anfangstemperatur $T_0(x, t = 0)$ und
b) die vorgegebenen Temperaturen $T = T(x,t)$ auf der Berandung des Stabes mit dem Querschnitt A (Randbedingung 1. Art) oder
c) durch Randwerte auf der Oberfläche S (Randbedingungen 2. Art)

$$\lambda\,\frac{\partial T}{\partial n} + \alpha\,(T - T_u) + q = 0, \tag{8}$$

mit $\frac{\partial T}{\partial n}$ als Temperaturgradient in Richtung der äußeren Normalen von S,

α dem Wärmeübertragungskoeffizienten und

T_u der Umgebungstemperatur.

Das Potential für den instationären Fall, erweitert um das Randintegral zur Anpassung der Randbedingung c, lautet nach / 5 /:

$$\chi = A \int_{\text{Tragwerk}} \left[\frac{1}{2}\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 - Q^* T \right] dx + \int_S \left[q \quad T + \frac{1}{2}\alpha (T - T_u)^2 \right] dS. \qquad (9)$$

Eine Lösung für $T(x,t)$ folgt nach dem Prinzip vom Minimum der potentiellen Energie aus der ersten Variation $\delta\chi = 0$, wobei

$$Q^* = c\varrho \frac{\partial T}{\partial t} - Q(x,t) \text{ nicht variiert wird.}$$

Durch eine Diskretisierung des Tragwerks in einzelne Elemente e erhält man das Gesamtpotential

$$\chi = \sum \chi^e. \qquad (10)$$

Bei der *stationären* Wärmeleitung wird für die gesuchte Temperatur elementweise ein linearer Ansatz gewählt:

$$T(x) = \underline{L}(x) \quad \underline{T}^e. \qquad (11)$$

$\underline{L}(x)$ ist eine Ansatzfunktion für die Temperatur im Element und $\underline{T}^e$ der Spaltenvektor der gesuchten Knotentemperaturen. Einsetzen in das Potential χ^e eines Elementes liefert die folgende Matrizengleichung:

$$\frac{\partial \chi^e}{\partial \underline{T}^e} = \underline{h}^e \, \underline{T}^e + \underline{F}^e. \qquad (12)$$

$\underline{h}^e$ ist die Elementwärmeleitungsmatrix analog der Elementsteifigkeitsmatrix bei der Berechnung elastischer Tragwerke:

$$\underline{h}^e = \begin{bmatrix} h^e_{ii} & h^e_{ij} \\ h^e_{ji} & h^e_{jj} \end{bmatrix} \quad \text{mit } h^e_{ij} = A \int_1 \frac{dL_i}{dx} \frac{dL_j}{dx} dx \qquad (13)$$

$$\text{und } F^e_i = - \int_{1^e} Q \quad L_i \, dx - \int_{S^e} q \quad L_i \, dS + \left(\int_{S^e} \underline{L} \, \alpha \, L_i \, dS \right) \underline{T}^e. \qquad (14)$$

F^e_i entspricht der Elementbelastung bei der Berechnung elastischer Tragwerke. Summiert man in bekannter Weise (Finite Elementmethode), so erhält man aus der Minimalbedingung $\delta\chi = 0$ die Matrizengleichung für den *stationären* Fall:

$$\frac{\partial \chi}{\partial \underline{T}} = \underline{0} = \underline{H} \, \underline{T} + \underline{F}. \qquad (15)$$

Bei der *instationären* Wärmeleitung gilt entsprechend:

$$\underline{H} \, \underline{T} + \underline{C} \frac{\partial \underline{T}}{\partial t} + \underline{F} = 0, \qquad (16)$$

wobei $\underline{T}$ die gesuchten Temperaturen und
$\underline{F}$ die Wärmeströme in den Knotenpunkten (Spaltenvektoren) sind.

Der zusätzliche Term $\underline{C} \frac{\partial \underline{T}}{\partial t}$ gegenüber (15) berücksichtigt die zeitabhängige Temperaturverteilung. $\underline{C}$ ist die globale Wärmekapazitätsmatrix. Mit dem linearen Ansatz (11) berechnet man $\underline{c}^e$ elementweise zu

$$\underline{c}^e = \begin{bmatrix} c^e_{ii} & c^e_{ij} \\ c^e_{ji} & c^e_{jj} \end{bmatrix}, \quad c^e_{ij} = c\varrho \; A \int_1 L_i \, L_j \, dx, \quad i,j = 1,2. \qquad (17)$$

Zur Lösung von (16) wird im Zeitinterval Δt ebenfalls ein linearer Ansatz L(t) gewählt:

$$T(t)_i = \underline{L}(t) \begin{bmatrix} T_\nu \\ T_{\nu+1} \end{bmatrix}_i, \text{ mit } \nu = 0,1,2,... \tag{18}$$

T_ν ist der Anfangstemperaturvektor zur Zeit $t_o = 0$,
$T_{\nu+1}$, der Temperaturvektor zur Zeit $t + \Delta t = t_{\nu+1}$

Die Lösung der instationären Wärmeleitungsgleichung (16) liefert zum Zeitpunkt $t_{\nu+1}$ nach /4/

$$\underline{T}_{\nu+1} = (\frac{2}{3}\underline{H} + \frac{1}{\Delta t}\underline{C})^{-1} \left[(-\frac{1}{3}\underline{H} + \frac{1}{\Delta t}\underline{C})\,\underline{T}_\nu - \underline{F}\right] \tag{19}$$

Die Temperaturverteilung kann damit in den einzelnen Zeitschritten bestimmt werden.

4. Ergebnisse

An einem ebenen Rahmentragwerk soll die Berechnung des zeitabhängigen Lastfaktors gezeigt werden (Bild 5). Der Lastfaktor bleibt zunächst eine Zeitlang konstant und fällt dann sehr schnell ab; die Abhängigkeit der Feuerwiderstandsdauer vom Brandraum ist deutlich zu erkennen. Bei unterschiedlicher Wärmebelastung (5000 - 3000 kcal/h) ergibt sich für den Brandraum 1 die größte Feuerwiderstandsdauer von einer Stunde; für den Brandraum 5 sinkt sie auf 40 Minuten und erreicht im Brandraum 4 nur noch 20 Minuten. Ein wesentlicher Grund für die geringe Feuerwiderstandsdauer im Brandraum 4 sind die kleinen Stabquerschnitte, die sich relativ schnell erwärmen.

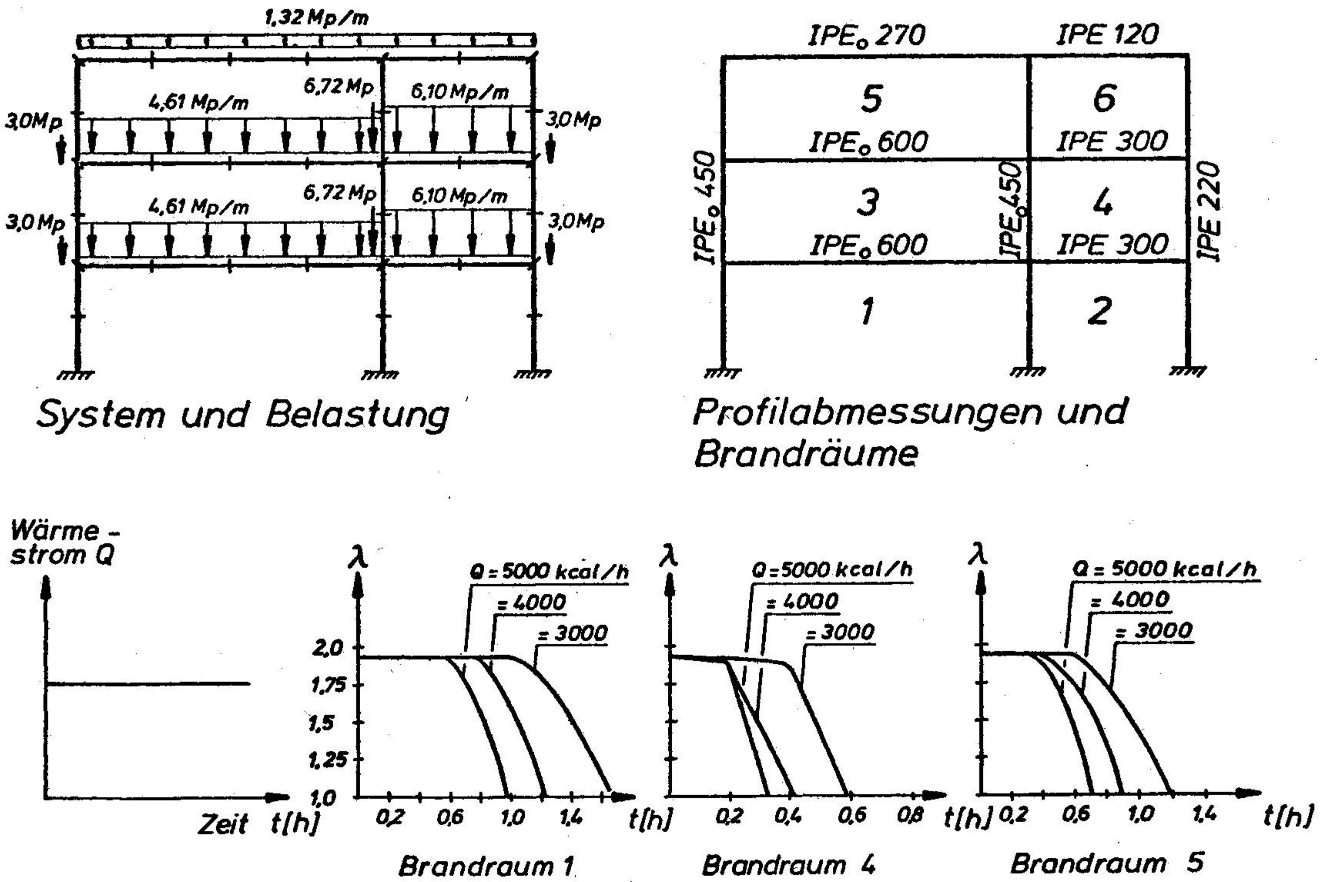

Bild 5: Beispiel Stockwerkrahmen

5. Berücksichtigung der Verformungen

Die starrplastische Traglastberechnung verliert ihre Gültigkeit, wenn vor dem Kollaps so große Verformungen auftreten, daß Zusatzschnittgrößen aus Theorie 2. Ordnung nicht vernachlässigt werden dürfen. Bei der Traglastberechnung Theorie 2. Ordnung unter erhöhten Temperaturen muß bei der Ermittlung der Verformungen berücksichtigt werden, daß sich durch das Auftreten von Fließgelenken die Steifigkeit des Tragwerks verringert. Die Lage der Fließgelenke wird wiederum von der Schnittgrößenverteilung bestimmt. Wird der Lastfaktor schrittweise erhöht, so kann jede Abminderung der Steifigkeit durch Fließgelenke in die Verformungsberechnung einbezogen werden. Sind gleichzeitig mit dem Brand keine größeren seitlichen Verschiebungen der Knotenpunkte zu erwarten, so kann das aufwendige iterative Verfahren umgangen werden durch die Berechnung der Tragfähigkeitsminderung eines Ersatzstabes (vgl. /_6_7). Zur Berechnung des in Bild 6 dargestellten Beispieles wurde das in /_7_7 beschriebene Verfahren verwendet.

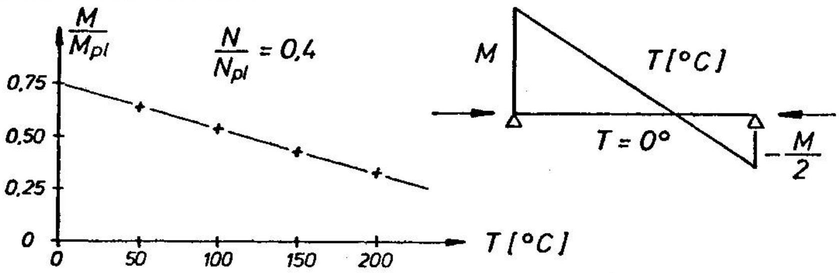

Bild 6: Traglast nach Theorie 2. Ordnung

Literatur:

/_1_7 Anderheggen, E.; Knöpfel, H.: Finite Element Limit Analysis using Linear Programming, Int. J. Solids Structures, 1972, Vol. 8, pp 1413 to 1431.

/_2_7 Thierauf, G.: Traglastberechnung und -bemessung von Stockwerkrahmen mit Hilfe der Linearen Programmierung. Der Stahlbau 44, 1975, Heft 1, S. 19 - 26.

/_3_7 Grigull, U.: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung, Springer-Verlag Berlin, Göttingen 1963.

/_4_7 Beyer, R.: Traglastberechnung bei erhöhten Temperaturen und Feuerwiderstandsdauer. Diplomarbeit am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Ruhr-Universität Bochum, Feb. 1975.

/_5_7 Zienkiewicz, O. C.: The Finite Element Method in Engineering Sciences, Mc. Graw Hill, New York 1971.

/_6_7 Richtlinien zur Anwendung des Traglastverfahrens im Stahlbau. DASt-Richtlinie 008, Mai 1972.

/_7_7 Shen, M. K.; Thierauf, G.: Berechnung der Verformungen eines elastisch-plastischen Stabelements unter gleichzeitiger Wirkung von Biegemoment und Normalkraft. Der Bauingenieur, 46, (1971) Heft 9, S. 342 - 344.

ZUSAMMENFASSUNG

Im vorliegenden Beitrag wird ein Ansatz zur Traglastberechnung von Rahmentragwerken bei erhöhter Temperaturen beschrieben. Für spezielle Brandfälle wird die Temperaturverteilung mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente berechnet, und in Abhängigkeit von der Temperatur die Festigkeit (σ_F) verringert. Die Traglastberechnung mit Linearer Optimierung ergibt den temperaturabhängigen Lastfaktor $\lambda(T)$. Bei zeitlich veränderlicher Temperaturverteilung erhält man den zeitabhängigen Lastfaktor $\lambda(t)$.

SUMMARY

This paper proposes a viable method for collapse load analysis of frameworks subjected to high temperatures. For special cases of fire the distribution of the temperature is computed using a Finite Element method and the strength (yield stress σ_F) is reduced due to the existing temperatures. Using Linear Programming techniques a plastic analysis of the system results in the temperature-dependent load factor $\lambda(T)$. If the distribution of the temperature is given as a function of time, a time-dependent load factor $\lambda(t)$ is obtained.

RESUME

L'article propose une méthode pour le calcul à la ruine de cadres soumis à des températures élevées. Dans des cas d'incendie particuliers, la distribution des températures est calculée à l'aide de la méthode des éléments finis, et la limite élastique est réduite en fonction de la température. Le calcul à la ruine utilisant des techniques de programmation linéaire permet d'obtenir la charge portante en fonction de la température. Si la distribution de la température est donnée en fonction du temps, la charge portante est obtenue en fonction du temps.