

Aus der Mathematik

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Berner Schulfreund**

Band (Jahr): **3 (1863)**

Heft 2

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

Quellen der Neufß, Linth und des Rheins u. s. w. Es mag aber an dem Gesagten genügen, um den Standpunkt anzudeuten, von dem aus sich das schweizerische Alpengebirge mit Erfolg betrachten läßt.

Aus der Mathematik.

Auflösung der 1. Aufgabe.

Die Fortpflanzung der Wärme geschieht entweder durch Leitung oder durch Strahlung. Während die Leitung „in einer Mittheilung der Wärme zwischen aneinander liegenden, sich anscheinend berührenden Theilchen besteht, bezeichnet das Wort Strahlung einen Uebergang auf Entfernung hin.“ — Wenn wir das eine Ende eines Eisenstabes in der Hand halten und das andere erhitzen, so wird unsere Hand bald die Temperaturerhöhung wahrnehmen. Die Wärme ist von einem Theilchen des Stabes zum andern fortgeleitet worden; wir haben eine Fortpflanzung durch Leitung. Wenn (laut unserer Aufgabe) die Wärme vom Körper A durch die Wand hindurch zum Körper B überströmt, so ist dieser Vorgang ebenfalls der Leitung der Wärme zuzuschreiben. Eine Folge der Strahlung ist es dagegen, wenn wir die Wärme eines Feuers auf eine Entfernung von mehreren Schritten wahrnehmen, oder wenn das Thermometer die Nähe eines Ofens vor der Berührung anzeigt.

Sowohl die Leitung als die Strahlung der Wärme folgen gewissen Gesetzen. Wir lassen indeß hier die Strahlung ganz außer Acht und bemerken über die Leitung nur so viel, als zum Verständniß und zur Lösung unserer Aufgabe nothwendig ist. — Wir unterscheiden eine äußere und eine innere Leitung, jene zwischen zwei sich berührenden Körpern, diese zwischen den verschiedenen Theilchen ein und desselben Körpers. In unserer Aufgabe kommen beide Arten vor: Vermöge der äußern Leitung strömt die Wärme aus dem Körper A in die Wand und aus dieser in den Körper B; vermöge der innern Leitung dringt sie von der ersten Berührungsfläche durch die Wand hindurch zur zweiten. „Beide Leitungen unterscheiden sich dadurch: 1) daß im ersten Falle die verschiedenartigen Theile zweier Körper, im zweiten die gleichartigen eines einzigen im Spiele sind; 2) daß dort die Berührung der Theilchen stets eine sehr unvollkom-

mene, nur für wenige Stellen innigere ist, hier hingegen eine so vollkommene, als die Cohäsionsverhältnisse es eben gestatten; 3) daß endlich die äußere Leitung als Oberflächen-, die innere als Massen-erscheinung aufgefaßt werden muß.“ —

Beobachtungen und Versuche über beide Arten von Leitung haben zu folgenden Gesetzen geführt:

a. Bei der äußern Leitung ist die in der Zeiteinheit überströmende Wärmemenge proportional: 1) der Berührungsfläche O ; 2) der Temperaturdifferenz $t-t'$ der beiden sich berührenden Flächen; 3) einem Coefficienten k , der das äußere Leitungsvermögen bezeichnet und von der Natur und Berührungswelse der beiden Körper abhängig ist. Die Formel hiefür ist also: $Q = k \cdot O (t-t')$.

b. Bei der innern Leitung ist die in der Zeiteinheit überströmende Wärmemenge proportional: 1) dem Querschnitte O ; 2) der Temperaturdifferenz $t-t'$ der beiden äußersten Flächen des Körpers; 3) einem Coefficienten l , der das innere Leitungsvermögen bezeichnet und von der Natur des Körpers abhängt. Dagegen ist sie verkehrt proportional der Dicke D des Körpers. Es folgt hieraus die Formel: $Q = l \cdot O \cdot \frac{t-t'}{D}$.

Nach diesen Erläuterungen bietet nun die Lösung unserer Aufgabe keine Schwierigkeiten mehr. Der Uebergang der Wärme von dem Körper A in die Wand gehört, wie schon bemerkt, der äußern Leitung an. Die Temperatur der berührenden Fläche der Wand ist nicht gegeben; wir bezeichnen sie mit x . Die Temperaturdifferenz wäre also $t-x$; daher die Gleichung: $Q = k \cdot O (t-x)$. (1)

Das Hindurchströmen der Wärme durch die Wand ist eine Folge der innern Leitung. Bezeichnen wir die Temperatur der ersten Fläche der Wand, auf welche die Wärme aus dem Körper A zunächst übergeht, wie vorhin, mit x , diejenige der entgegengesetzten Fläche dagegen, welche den Körper B berührt, mit x' , so ist die Temperaturdifferenz der beiden Oberflächen $= x-x'$. Es entspricht daher diesem Vorgang die Gleichung: $Q = l \cdot O \cdot \frac{(x-x')}{D}$. (2)

Der Uebergang der Wärme aus der Wand in den Körper B ist der äußern Leitung zuzuschreiben. Die Temperaturdifferenz der beiden sich berührenden Flächen ist $x' - t'$; wir haben mithin die Gleichung:

$$Q = k' \cdot O (x' - t'). \quad (3)$$

Setzen wir nun in diese Buchstabengleichungen die in der Aufgabe gegebenen Werthe ein, so erhalten wir folgende Zahlengleichungen:

$$1) Q = 4,2 \cdot 2,5 (50 - x)$$

$$2) Q = 2,7 \cdot 2,5 \cdot \frac{x - x'}{0,86}$$

$$3) Q = 3 \cdot 2,5 (x' - 20).$$

Es sind dieß 3 Gleichungen mit 3-Unbekannten. Nur in Gleichung (2) kommen die Unbekannten alle vor; in (1) fehlt x' und in (3) ist x nicht vorhanden. Wir berechnen daher aus (1) das x in Funktionen von Q ; ebenso aus (3) das x' , setzen dann diese Größen in Gleichung (2) ein und lösen endlich diese nach Q auf.

$$\text{Aus (1) folgt: } x = \frac{5250 - 10Q}{105} = 50 - \frac{2}{21} Q.$$

$$\text{Aus (3) folgt: } x' = \frac{1500 + 10 Q}{75} = 20 + \frac{2}{15} Q$$

Diese Werthe in (2) eingesetzt, giebt:

$$Q = 2,7 \cdot 2,5 \cdot \frac{50 - \frac{2}{21} Q - (20 + \frac{2}{15} Q)}{0,86}$$

Wenn wir nun die Multiplikationen ausführen, die Brüche wegschaffen und die unbekanntten Glieder auf die linke, die übrigen auf die rechte Seite bringen, so erhalten wir schließlich:

$$1682 Q = 141750, \text{ woraus folgt: } Q = 84,274.$$

Allein es ist dieß nur die Wärmemenge, welche in einer Stunde hindurchströmt. Wir sollen sie für 6 Stunden berechnen. Es ist also

$$Q = 6 \cdot 84,274 \text{ oder } 505,644 \text{ Wärmeeinheiten.}$$

Erklärung.

Die Art und Weise, wie in letzter Zeit bei Anlaß der bekannten Adressen-Angelegenheit sich nun der Zorn einiger politischer