

# De la transformation des lignes planes par réflexion sur un miroir conique

Autor(en): **Terrier**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société des Sciences Naturelles de Neuchâtel**

Band (Jahr): **10 (1873-1876)**

PDF erstellt am: **17.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-88092>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

DE LA

# TRANSFORMATION DES LIGNES PLANES

PAR RÉFLEXION SUR UN MIROIR CONIQUE

PAR

M. LE PROFESSEUR TERRIER

---

Soit donné un miroir ayant la forme d'un cône de révolution; supposons l'œil placé à une hauteur donnée  $H$  au-dessus du sommet, proposons-nous de déterminer quelles lignes il faut tracer dans le plan de la base pour apercevoir dans le miroir une image donnée, et inversement, quelle sera l'image produite par des lignes données.

Soient  $R$  le rayon de base du cône,  $\theta$  le demi-angle au sommet,  $\varphi(\rho, \omega) = 0$  l'équation de l'image demandée, en coordonnées polaires, le centre  $O$  du cercle de base du cône étant pris pour pôle et une ligne passant par ce point pour axe polaire.

Désignons par  $M$  un point quelconque de l'image, par  $N$  le point correspondant de la ligne demandée : la ligne  $OM$  passe par  $N$ , soit  $B$  le point où elle coupe le cercle de base. Soient enfin  $S$  le sommet du cône,  $A$  la position de l'œil,  $D$  le point où le rayon visuel  $AM$  rencontre le cône,  $\delta$  l'angle  $ADS$ .

La ligne  $DB$  est bissectrice de l'angle  $D$  du triangle  $MDN$ ;

comme  $MB = R - \rho$ ,  $BN = \rho' - R$ ;  $\rho$  et  $\rho'$  étant les rayons vecteurs des deux points correspondants, on en déduit :

$$\frac{R - \rho}{\rho' - R} = \frac{\frac{BM}{\sin \delta}}{\frac{BN}{\sin \delta}} = \frac{\cos(2\theta - A)}{\cos A}$$

par suite de la proportionnalité des côtés aux sinus des angles opposés dans les triangles BDM et BDN, et de la relation  $\delta = \theta - A$ .

On a d'ailleurs

$$\operatorname{tg} A = \frac{\rho}{H}$$

par suite

$$\frac{R - \rho}{\rho' - R} = \cos 2\theta + \frac{\rho}{H} \sin 2\theta$$

et

$$\rho = H \frac{R + (R - \rho') \cos 2\theta}{H + (\rho' - R) \sin 2\theta}$$

En remplaçant  $\rho$  par sa valeur dans l'équation  $\varphi(\rho, \omega) = 0$ , on obtient l'équation polaire de la ligne demandée.

De même on obtient la solution de la question inverse.

### *Cas particulier.*

Si  $\theta = 45$ , la valeur de  $\rho$  se réduit à

$$\frac{RH}{\rho' + H - R}$$

et l'on a

$$\rho' = \frac{HR}{\rho} - (H - R)$$

Cherchons la ligne dont l'image est une portion de ligne droite, à distance  $d$  du centre du cercle de base. Son équation est

$$\rho = \frac{d}{\cos \omega}$$

d'où résulte pour la ligne cherchée l'équation

$$\rho' = \frac{HR}{d} \cos \omega - (H - R)$$

équation d'une conchoïde de cercle dont un arc seulement répond à la question.

Secondement, cherchons la ligne dont l'image est une circonférence décrite sur un des rayons du cercle de base comme diamètre.

Equation de la circonférence :

$$\rho = R \cos \omega$$

d'où résulte pour la ligne cherchée l'équation

$$\rho' = \frac{H}{\cos \omega} - (H - R)$$

équation d'une conchoïde de droite.

