Du rôle de la symétrie dans la géométrie élémentaire

DU ROLE DE LA SYMÉTRIE

DANS LA GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE

Par F.-U. Redard, ingénieur.

Ayant eu l'occasion de faire quelques essais d'enseignement de la perspective à des personnes qui n'avaient aucune notion de géométrie, je me suis bientôt convaincu que je n'arriverais qu'à inculquer quelques règles empiriques, plus ou moins bien comprises et appliquées sans discernement. D'un autre côté, un enseignement géométrique préalable, par les méthodes généralement usitées, aurait exigé beaucoup de temps, sans être une préparation parfaitement appropriée à mon but. Je fus ainsi amené à me frayer une voie qui diffère de celle suivie jusqu'ici. D'ailleurs, l'enseignement de la géométrie élémentaire, tel qu'il est ordinairement pratiqué, est un legs du passé qui n'est plus en harmonie avec les progrès modernes de la géométrie supérieure. Les théorèmes se succèdent sans que leur ordre et le lien qui les unit soient assez apparents pour former un ensemble bien caractérisé, et sans qu'on puisse les rattacher à un principe. Ce manque d'unité rend l'étude de la géométrie, non seulement plus difficile, mais encore moins féconde en applications immédiates. La méthode que je vais développer assurerait une marche régulière aux premiers chapitres de la géométrie; elle me paraît simple et nouvelle et se base sur les propriétés des figures symétriques. Je commencerai par développer ce qui a trait aux figures planes.

I. FIGURES PLANES.

1° Symétrie par rapport a un Centre.

Deux points A et A' sont *symétriques par rapport à un centre* S lorsque la droite AA' est partagée par le point S en deux parties égales. Deux lignes sont *symétriques*, lorsque tous les points de l'une sont symétriques des points de l'autre. Deux figures sont *symétriques*, lorsque toutes les lignes de l'une sont symétriques des lignes de l'autre.

Théorème. — *Deux figures F et F_1 symétriques par rapport à un centre, sont égales.*

Soient A et A' (fig. 1) deux points symétriques; si l'on fait tourner la ligne SA autour du point S, sans que SA' se déplace, il est évident qu'après avoir décrit un demi-cercle, le point A s'appliquera sur A'. — Soient maintenant deux groupes de points symétriques A, B, C, D et A', B', C', D'; supposons les lignes SA, SB, SC, SD, indépendantes de leurs prolongements, mais reliées entre elles d'une manière invariable, et faisons-les tourner toutes ensemble autour du point S; il est facile de voir que lorsque le point A aura décrit un demi-cercle et sera venu s'appliquer sur A', les autres points B, C, D, auront aussi décrit des demi-cercles et coïncideront respectivement avec B', C', D'. Ce raisonnement peut se répéter pour tous les points de deux figures symétriques. Ces figures peuvent donc être amenées à coïncider en tous leurs points; il en résulte qu'elles sont égales.

Une ligne droite a donc pour symétrique une ligne droite de même longueur; une courbe et sa symétrique sont égales; un angle et l'angle symétrique sont égaux, et ainsi de suite. Lorsque plusieurs lignes se coupent en un même point, toutes les lignes symétriques se coupent aussi en un même point symétrique du premier.

THÉORÈME. — *Deux droites symétriques par rapport à un centre sont parallèles.*

Soit S (fig. 2) le centre de symétrie, m et m' les deux droites; si elles se rencontraient en un point A, ce point aurait pour symétrique un point A', qui serait à la fois sur la droite m' symétrique de m et sur la droite m symétrique de m'; ce serait donc un nouveau point d'intersection des droites m et m'; on pourrait donc, entre les points A et A', tirer deux droites différentes, ce qui est impossible.

REMARQUE. — Le sens dans lequel se succèdent les points d'une droite m (fig. 3) est inverse de celui des points correspondants de la droite symétrique m', ce que l'on exprimera plus simplement en disant que les droites m et m' sont de sens inverse.

Dans le cas particulier où une droite passe par le centre de symétrie, celui-ci la partage en deux branches opposées symétriques l'une de l'autre.

Le théorème qui précède donne un moyen facile de mener par un point donné et sans se servir de l'équerre, une parallèle à une droite donnée. On fera voir ensuite que deux parallèles peuvent toujours être regardées comme symétriques, par rapport au milieu du segment qu'elles interceptent sur une transversale quelconque, et l'on démontrera facilement que *les parties de parallèles comprises entre deux autres parallèles sont égales.*

Angles symétriques. — Toute la théorie des angles formés par une transversale avec deux parallèles, ou par des droites parallèles deux à deux, est extrêmement simple. Disons d'abord que *deux angles opposés par le sommet sont égaux*, comme symétriques par rapport à ce sommet.

Deux angles alternes internes AOS, A_1O_1S (fig. 4) *sont égaux* parce qu'ils sont symétriques par rapport au centre S, milieu de la droite OO_1.

Deux angles alternes externes COB, $C_1O_1B_1$ *sont égaux* comme symétriques.

Deux angles correspondants COB, SO_1A_1 *sont égaux*, parce qu'ils sont tous les deux égaux à AOS.

Deux angles qui ont leurs côtés parallèles et dirigés en sens inverse sont égaux, parce qu'ils sont symétriques par rapport au milieu de la droite qui relie les sommets.

Deux angles qui ont leurs côtés parallèles et de même sens sont égaux, parce que le premier est égal à celui qui lui est opposé par le sommet, lequel est symétrique du second par rapport au milieu de la droite qui relie les deux sommets.

Lorsque les angles que l'on compare ont leurs premiers côtés de même sens, et leurs seconds de sens inverse, ou vice-versa, ils sont supplémentaires.

Au lieu de comparer deux angles par le sens de leurs côtés, comme cela se fait d'habitude, on peut aussi les comparer par leur propre sens à eux-mêmes;

il faut supposer alors que les mesures partent soit de deux côtés parallèles entre eux, soit d'une même transversale; on remarque alors que *les angles égaux entre eux, qu'ils soient symétriques ou correspondants, sont décrits dans le même sens*. Dans la fig. 4, par exemple, où l'on suppose que les mesures partent des parallèles AB, A_1B_1; les quatre angles dont le sens est indiqué par des flèches sont égaux et sont décrits de gauche à droite, c'est-à-dire en sens inverse du mouvement des aiguilles d'une montre. Les autres angles de la figure se mesurent en sens inverse à partir des mêmes parallèles. Cette manière de comparer les angles offre l'avantage de s'appliquer non-seulement lorsqu'ils ont leurs côtés parallèles, mais encore lorsqu'ils font partie de figures correspondantes quelconques.

POLYGONES SYMÉTRIQUES. — Ce qui précède suffit pour démontrer que deux polygones symétriques ont leurs côtés symétriques égaux, parallèles et de sens inverse, et leurs angles correspondants égaux et de même sens. Il sera facile d'ailleurs de faire voir que deux polygones qui satisfont à la condition d'avoir leurs côtés deux à deux égaux, parallèles, de sens inverse, et disposés dans le même ordre, sont toujours placés symétriquement par rapport au point milieu de la droite qui relie deux sommets correspondants.

Il peut arriver qu'un polygone soit formé de deux moitiés symétriques l'une de l'autre. Soit par exemple (fig. 5) $ABCDA_1$ une ligne brisée et S le point milieu de la ligne AA_1. Traçons, en prenant S comme centre de symétrie, la ligne brisée $A_1B_1C_1D_1\ A$ symétrique de $ABCDA_1$ nous obtiendrons ainsi un polygone fermé symétrique de lui-même. Voici ses principales propriétés :

Toute transversale n, qui passe par le centre, divise le polygone en deux moitiés égales.

Tout diamètre MM_1 *est partagé par le centre en deux rayons égaux.*

Un polygone symétrique par rapport à un centre a un nombre pair de côtés.

Deux côtés opposés sont égaux, parallèles et de sens inverse.

Deux angles opposés sont égaux et de même sens.

De tous les polygones symétriques par rapport à un centre, le plus simple est le parallélogramme : *le point d'intersection des diagonales est le centre de symétrie; les diagonales se coupent mutuellement en deux parties égales; les côtés opposés sont égaux; les angles opposés sont égaux; chaque diagonale divise le parallélogramme en deux triangles égaux.*

Les angles placés aux extrémités du même côté d'un parallélogramme sont supplémentaires, parce qu'ils sont de sens inverse et que les côtés non coïncidants sont parallèles ; il résulte de là que *la somme des quatre angles d'un parallélogramme vaut donc quatre droits;* et comme corollaire que *la somme des angles d'un triangle équivaut à deux angles droits.*

Courbes symétriques. — Une courbe, formée de deux moitiés symétriques, jouit de propriétés analogues à celles des polygones.

Tout diamètre divise la courbe en deux moitiés égales.

Tout diamètre est partagé par le centre en deux rayons égaux.

Les cordes opposées, interceptées entre deux transversales, menées par le centre, sont égales et parallèles.

Les arcs opposés, interceptés entre deux transversales menées par le centre, sont égaux.

Les quatre points déterminés sur la courbe par deux diamètres sont les sommets d'un parallélogramme.

Les tangentes menées aux extrémités d'un même diamètre sont parallèles.

De toutes les courbes symétriques, la plus simple et la plus parfaite est le cercle, auquel on peut appliquer mot à mot les propositions qui précèdent.

Polygones égaux non symétriques. — Si l'on construit, par rapport à deux centres différents, les figures F_1 et F_2 symétriques d'une même figure F, elles seront égales et auront leurs côtés parallèles et de même sens. Il est aisé de voir que l'on pourrait établir directement la figure F_2 au moyen de la figure F_1 sans l'intermédiaire de F en menant par tous les sommets de F des droites égales et parallèles. — Les sommets des deux figures F_1 et F_2 se trouvent donc sur un faisceau de droites parallèles ; les angles homologues sont de même sens.

Si l'on déplace un polygone d'une manière quelconque dans son plan, les côtés ne resteront généralement pas parallèles à leurs premières directions, mais les angles ne changeront pas de sens ; on aura la proposition suivante : *Deux polygones sont égaux lorsque leurs côtés sont égaux chacun à chacun et disposés dans le même ordre, et que leurs angles homologues sont égaux et de même sens.*

2° Symétrie par rapport a un Axe.

Deux points A et A_1 sont *symétriques par rapport à un axe,* lorsque cet axe est perpendiculaire sur le milieu de la droite $A\,A_1$. Deux figures sont *symétriques* lorsque tous les points de l'une sont symétriques des points de l'autre.

Deux figures F et F_1 symétriques par rapport à un axe sont égales, parce qu'un rabattement de F autour de l'axe fera coïncider tous ses points avec ceux de la figure F_1.

Ce théorème établi, on fera voir que *deux droites symétriques rencontrent l'axe au même point et font avec lui des angles égaux.* Si une droite est perpendiculaire à l'axe, ses branches opposées sont symétriques l'une de l'autre. Si une droite est parallèle à l'axe, sa symétrique le sera également; elles sont à la même distance de l'axe.

Si l'on relie deux points symétriques avec un même point de l'axe, on obtient deux droites symétriques et par conséquent égales; donc *l'axe est le lieu des points également distants de deux points symétriques.* (Pour que cette proposition soit bien établie, il faut démontrer que tout point non placé sur l'axe est inégalement distant de deux points symétriques.)

Ici se place la théorie des obliques, de la plus courte distance d'un point à une droite, de la distance de deux droites parallèles, et ce théorème que tout point de la bissectrice d'un angle est également distant des deux côtés de cet angle.

Polygones symétriques. — La seule inspection de deux polygones F et F_1 symétriques par rapport à un axe fera voir que les angles homologues sont de sens inverse et que les côtés se suivent dans un ordre inverse, c'est-à-dire que si l'on suit le contour du polygone F en marchant de droite à gauche (en sens inverse des aiguilles d'une montre) il faudra marcher de gauche à droite (dans le sens des aiguilles d'une montre) sur le polygone F_1.

Supposons que l'un des deux polygones F_1 vienne à être déplacé dans son plan, il sera toujours *symétrique de forme* avec F, mais il ne lui sera plus *symétrique de position ;* l'égalité existera toujours et comme il n'y aura rien de changé, ni dans la grandeur et l'ordre des côtés, ni dans le sens des angles, on aura la proposition suivante *: Deux polygones sont égaux lorsque leurs côtés sont égaux chacun à chacun et disposés dans un ordre inverse, et que leurs angles homologues sont égaux et de sens inverse.*

Deux figures égales ne peuvent se présenter que dans les conditions énoncées dans ce théorème, ou par son similaire formulé plus haut. Il en résulte que lorsque deux figures ne satisfont ni à l'une ni à l'autre de ces propositions, elles ne peuvent être égales. Ce sera d'ailleurs dans l'étude spéciale des figures égales que l'on établira quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour assurer l'égalité.

Il peut arriver qu'un polygone soit formé de deux moitiés symétriques l'une de l'autre. Voici ses principales propriétés :

Deux côtés symétriques sont égaux; ils se rencontrent sur l'axe et font avec lui des angles égaux de sens inverse.

Toute droite perpendiculaire à l'axe est coupée par celui-ci et par les côtés du polygone en deux parties égales.

Deux diagonales symétriques se rencontrent sur l'axe, et font avec lui des angles égaux de sens inverse.

Dans le cas le plus général, le nombre des côtés est pair et il y a deux sommets sur l'axe. Lorsqu'il n'y a qu'un sommet sur l'axe, celui-ci coupe perpendiculairement en son milieu le côté opposé à ce sommet; le nombre des côtés est alors impair. Lorsqu'il n'y a aucun sommet sur l'axe, celui-ci coupe perpendiculairement en leurs milieux deux côtés opposés; le nombre des côtés est pair.

De tous les polygones symétriques, le plus simple est le triangle isocèle. On reconnaît immédiatement que *les deux extrémités de la base*, étant également distantes du sommet, *sont des points symétriques par rapport à la bissectrice de l'angle au sommet* : donc *cette bissectrice est perpendiculaire sur le milieu de la base; les deux angles à la base sont égaux.*

Courbes symétriques. — Une courbe formée de deux moitiés symétriques jouit de propriétés analogues à celles des polygones.

Deux cordes symétriques sont égales; elles rencontrent l'axe en un même point, et font avec lui des angles égaux de sens inverse.

Deux tangentes symétriques rencontrent l'axe en un même point, également distant des deux points de contact; elles font avec l'axe des angles égaux de sens inverse.

Lorsque la tangente à l'une des moitiés de la courbe, au point où elle rencontre l'axe, n'est pas perpendiculaire à celui-ci, la tangente symétrique rencontrera l'axe au même point et sera distincte de la première à moins qu'elles ne se confondent l'une et l'autre avec lui; on reconnaît aisément que la courbe présentera une brisure. Mais si la tangente est perpendiculaire à l'axe, elle sera unique et la courbe n'aura pas de brisure.

De toutes les courbes symétriques, la plus parfaite est le cercle, puisque chaque diamètre est un axe de symétrie; on reconnaît immédiatement les propriétés suivantes :

Le milieu d'un arc, le milieu de sa corde, le centre du cercle, et le point de concours des tangentes menées aux extrémités de l'arc sont sur une perpendiculaire à la corde.

Deux parallèles interceptent sur une circonférence des arcs égaux.

Les deux tangentes menées par un même point extérieur sont égales.

Toute tangente est perpendiculaire à l'extrémité du rayon qui aboutit au point de contact.

Quand deux circonférences se coupent, la ligne des centres est perpendiculaire sur le milieu de la corde commune.

Quand deux circonférences se touchent, le point de contact est sur la ligne des centres.

Pour démontrer que l'angle inscrit a pour mesure la moitié de l'arc compris entre ses côtés, on se base à la fois sur la symétrie du cercle relativement à son centre et relativement à ses diamètres.

3° Symétrie par rapport a plusieurs axes.

On abordera ici en premier lieu la symétrie par rapport à deux axes perpendiculaires entre eux. On verra que, dans ce cas, les points se correspondent quatre à quatre. L'un d'eux A (fig. 6), par exemple, est symétrique de A_1 par rapport à l'axe x, de A_2 par rapport à l'axe y et de A_3 par rapport au centre S. Si, au lieu de quatre points, on a quatre figures, il existe entre elles les mêmes relations; telles sont par exemple les lettres *p q b d*, disposées ainsi $\frac{\mathrm{p} \mid \mathrm{q}}{\mathrm{b} \mid \mathrm{d}}$. Au lieu de quatre figures distinctes, on peut n'en avoir qu'une seule, divisible en quatre fractions symétriques les unes des autres. Telles sont les quatre branches de deux droites symétriques passant par le centre et les formes spéciales du parallélogramme: le *losange*, le *rectangle*, le *carré* qui a quatre axes de symétrie.

Passant aux polygones réguliers, on remarque que ceux dont le nombre des côtés est impair n'ont pas de centre de symétrie. Lorsque le nombre des côtés est pair, le centre de figure est un centre de symétrie. Dans les deux cas, le nombre des axes de symétrie est égal à celui des côtés.

II. GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE.

Comme mode de démonstration, la symétrie joue un rôle moins grand dans l'espace que dans un plan. Pour ne pas donner à ce travail des proportions trop étendues, je me bornerai à quelques indications.

Fig. 1

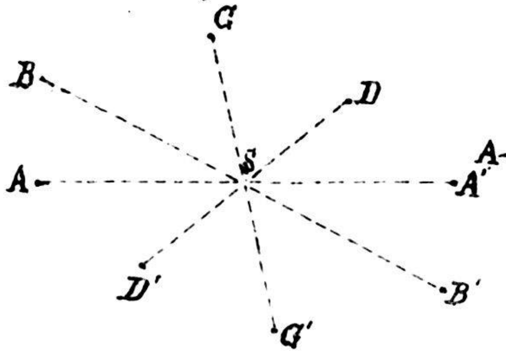


Fig. 2.

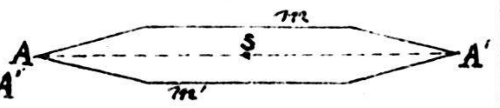


Fig 3

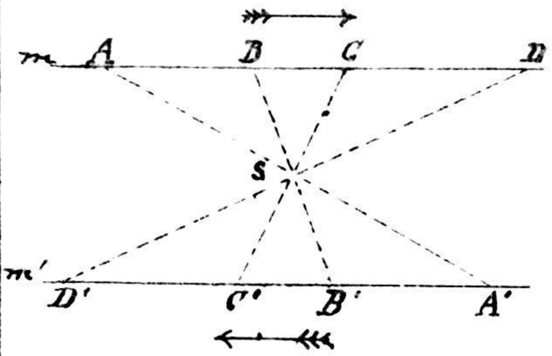


Fig. 4

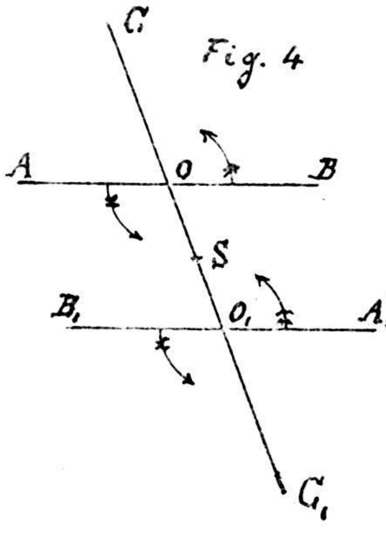


Fig 5

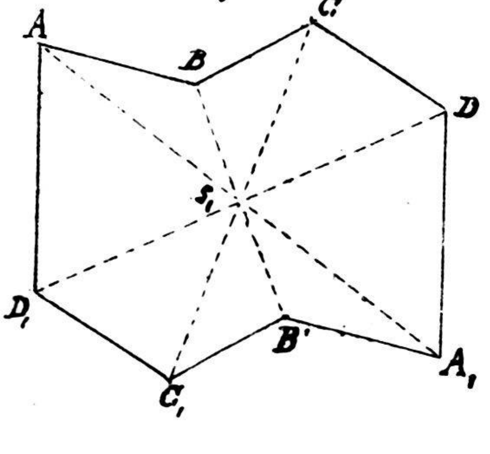
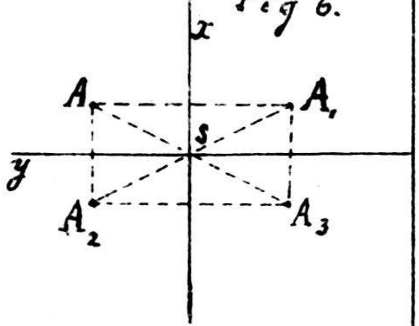


Fig 6.



Il faut distinguer ici : 1° la symétrie par rapport à un point, 2° la symétrie par rapport à un axe, 3° la symétrie par rapport à un plan.

1° Symétrie par rapport a un point.

Sont symétriques par rapport à un point : deux droites parallèles, deux plans parallèles, deux figures dont les éléments sont symétriques deux à deux.

On peut démontrer par symétrie l'égalité des angles plans à côtés parallèles, des angles dièdres à faces parallèles, des figures planes dont les côtés sont deux à deux égaux, parallèles et de sens inverse ; il est bien entendu que l'on suppose l'observateur qui regarde les figures placé d'un même côté relativement à leurs plans; s'il se trouvait placé entre ces plans, il devrait faire un demi-tour pour passer de la première figure à la seconde, ce qui lui ferait attribuer aux côtés de cette dernière le même sens qu'à ceux de la première.

Deux polyèdres symétriques par rapport à un point ont leurs éléments plans correspondants égaux et parallèles : les angles plans sont égaux ; les angles dièdres sont égaux ; les faces sont égales deux à deux, et pourtant ces deux polyèdres ne sont pas égaux, car si l'on fait coïncider deux faces correspondantes, on trouve que les solides sont placés de part et d'autre de ces faces. Les polyèdres formés de deux moitiés symétriques l'une de l'autre offrent des propriétés analogues à celles des polygones plans : on démontre très simplement que tous les plans diagonaux et les diagonales d'un parallélipipède se coupent en un même point, centre de symétrie de ce corps.

Il est naturel de compléter ce qui précède en montrant que deux polyèdres sont égaux lorsqu'ils ont leurs arêtes deux à deux égales, parallèles, de même sens et disposées de la même manière ; alors les sommets correspondants sont placés sur un faisceau de droites égales et parallèles. Deux polyèdres égaux peuvent toujours être amenés dans ces positions relatives.

2° Symétrie par rapport a un axe.

Deux figures symétriques par rapport à un axe sont égales, parce qu'une rotation de l'une d'elles de 180° autour de l'axe, la fait coïncider avec l'autre. C'est à ce genre de symétrie que se rattache la théorie des perpendiculaires et des obliques à un plan, ainsi que de la plus courte distance d'un point à un plan, de deux droites quelconques, de deux plans parallèles.

Les solides formés de deux moitiés symétriques par rapport à un axe sont fréquemment employés ; tels sont les pyramides et les prismes droits à base symétrique par rapport à un centre, ainsi que tous les corps de révolution que l'on rencontre journellement dans les produits de l'industrie, de l'architecture et des arts. Ils jouissent entre autres des deux propriétés suivantes, d'une application continuelle, notamment dans les arts du dessin :

Toute section faite par un plan passant par l'axe est symétrique par rapport à cet axe.

Toute section faite par un plan perpendiculaire à l'axe est symétrique par rapport à un centre qui est le point d'intersection du plan coupant avec l'axe.

3° Symétrie par rapport a un plan.

Deux figures de l'espace symétriques par rapport à un plan ne sont pas égales, bien que leurs éléments plans soient égaux ; leur étude offre cependant la plus grande analogie avec celle des figures planes symétriques par rapport à un axe, et fournit les éléments de démonstration de plusieurs théorèmes, essentiellement en ce qui concerne la sphère.

Un théorème important, qui trouve ici sa place, est le suivant : *Si deux figures sont symétriques par rapport à un plan, on peut toujours les déplacer de manière à les rendre symétriques par rapport à un centre.* Il sera ainsi démontré que la différence entre la symétrie par rapport à un plan ou à un centre, ne gît que dans l'*orientation* et non pas dans la *forme* de ces figures (1).

4° Combinaison des différents genres de symétrie.

Une étude complète des différents genres de symétrie combinés entre eux fournit des résultats remarquables, mais il entraîne à des longueurs et à des complications. Le mieux, pour un enseignement élémentaire, sera de se borner à quelques exemples comprenant entre autres le parallélipipède rectangle, le cube et les polyèdres réguliers.

(1) Un exemple intéressant, que chacun peut étudier sur sa propre personne, est le suivant : supposons les deux mains appliquées l'une contre l'autre, de manière à faire coïncider les points correspondants de leurs faces ; elles seront symétriques par rapport au plan de ces faces. Si maintenant nous faisons tourner les mains l'une devant l'autre, en prenant comme centre de rotation un quelconque de leurs points de contact, par exemple la racine des doigts majeurs, elles finiront par avoir les doigts dirigés parallèlement, mais en sens inverse, et seront alors symétriques par rapport au point qui a servi de centre de rotation.

CONCLUSIONS.

Je terminerai ce rapide aperçu par quelques considérations générales. Vous avez remarqué que l'étude des parallèles, qui dérive de la symétrie par rapport à un point, est complètement distincte de celle des perpendiculaires, qui se rattache à la symétrie par rapport à un axe ou à un plan. Par la méthode ordinaire, au contraire, la théorie des parallèles est subordonnée à celle des perpendiculaires ; elles perdent ainsi l'une et l'autre en généralité, en clarté et en précision.

D'un autre côté, les formes symétriques se présentent à nous à chaque instant, aussi bien dans les productions du travail de l'homme que dans celles de la nature. Nous les aimons, parce que nous y voyons un élément de beauté; nous les préférons à d'autres, parce qu'elles sont remarquablement appropriées à nos besoins.

L'artiste est porté vers les formes symétriques par un sentiment naturel. L'architecte dispose symétriquement, non-seulement les façades et les différentes parties des édifices, mais encore tous les détails d'ornementation : piliers, colonnes, frontons, balustres, bassins, décorations de salles, de portes, de fenêtres, etc. Dans les constructions et dans les machines, les formes symétriques permettent mieux que d'autres d'éviter des torsions fâcheuses ou des irrégularités de fonctionnement.

Les astronomes et les ingénieurs exigent de la symétrie dans les instruments qui servent à leurs mesures les plus précises, afin de mieux éliminer les chances d'erreurs.

Ainsi, les formes symétriques abondent dans tout ce que nous produisons : dans nos objets d'art, dans nos habitations, dans nos meubles, dans nos machines, dans nos instruments de travail, dans nos vêtements, etc.

Tout en nous donnant ces besoins de symétrie, la nature nous en fournit aussi des modèles parfaits, dans les formes de l'homme comme dans celles des animaux ; chez les plantes, dans l'arrangement de leurs différentes parties, dans leurs feuilles, leurs fleurs, leurs fruits ; chez les minéraux, dans la forme de leurs cristaux, etc.

Nous trouvons encore de la symétrie dans les lois de la physique et de la mécanique ; on la reconnaît même dans des phénomènes purement psychologiques, comme le prouve le calcul des probabilités et en particulier les méthodes de compensation des erreurs, usitées dans les calculs relatifs aux mesurages de précision.

Si j'ai fait l'énumération qui précède, c'est pour montrer le rôle considérable que joue la symétrie dans le monde. Ne devrait-elle pas occuper dans nos études une place en rapport avec son importance ? Cela paraît évident et pourtant cette étude est négligée à tel point que maint élève de nos collèges, déjà versé dans la trigonométrie ou la géométrie analytique, ne se doutera pas que le parallélogramme est une figure symétrique.

D'ailleurs, la géométrie ne doit pas être étudiée seulement comme une préparation à des *calculs* d'arpentage, de trigonométrie, de mécanique ou de physique.

C'est surtout dans ses applications au *dessin* et aux *constructions graphiques*, dont la place est si grande aujourd'hui, même en mécanique, que la géométrie se montre dans toute sa pureté et dans toute sa beauté. Le dessin peut être utile à chacun; il a une portée beaucoup plus générale que toutes les autres applications de la géométrie; le moindre ouvrier peut avoir à travailler d'après un croquis, ou vouloir exprimer son idée par une figure. Le dessin est un langage dont il faut savoir se servir et dont les règles essentielles découlent de la géométrie. Cependant, bien des personnes et même des artistes, dont le dessin est la principale occupation, ne connaissent la géométrie que très superficiellement; cette ignorance a lieu de surprendre, mais elle s'explique par ce fait que l'enseignement géométrique n'est pas approprié à leur usage.

La géométrie du dessin comprend d'abord la théorie de la symétrie, à laquelle se rattache tout naturellement celle de l'égalité; la théorie de la similitude, et enfin celle des projections. Cette dernière, que les travaux modernes ont remarquablement développée, fournit un mode si fécond d'investigation, qu'elle tend de plus en plus à transformer la géométrie tout entière, en lui imprimant une direction nouvelle. Le programme de l'école cantonale de Zurich, pour 1882, renferme à cet égard un travail intéressant de M. Weilenmann; il propose de commencer l'étude de la géométrie par les figures homologiques, et d'envisager comme des cas particuliers les figures égales, les figures symétriques, les figures semblables (homotétiques) et les différents systèmes de projections. Cette marche est très séduisante, mais elle me paraît trop compliquée pour convenir à toutes les intelligences. Je crois qu'il vaut beaucoup mieux commencer par la symétrie, l'égalité et la similitude; si l'on a eu soin de montrer le rôle que jouent dans ces différents cas les faisceaux de rayons parallèles ou concourants, rien ne sera plus facile que de les comprendre ensuite dans une théorie générale des figures projectives. Ce n'est pas toujours en courant directement au but qu'on y arrive le plus sûrement, mais bien en ménageant ses forces, qui ne font que s'accroître par un exercice à leur portée.