Sur le degré de précision des résultats déduits des observations de chronomètres de poche

Autor(en): **Arndt, L.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles**

Band (Jahr): **31 (1902-1903)**

PDF erstellt am: **17.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-88494

Séance du 20 juin 1903

SUR LE DEGRÉ DE PRÉCISION DES RÉSULTATS DÉDUITS

DES

OBSERVATIONS DE CHRONOMÈTRES DE POCHE

PAR LE Dr L. ARNDT

Les marches des chronomètres, envoyés à l'Observatoire astronomique de Neuchâtel dans le but d'obtenir des bulletins de marche, doivent satisfaire à diverses conditions qui sont fixées par un règlement spécial. Si un chronomètre dépasse une de ces limites d'exclusion, il est retourné au déposant sans bulletin de marche. Mais il arrive quelquefois que cette limite n'est dépassée que de quelques dixièmes ou de quelques centièmes de seconde. Dans ce cas, on peut poser la question suivante : quelle est l'influence des erreurs d'observation sur ce résultat ou, en d'autres termes : quelle est la limite de tolérance pour le renvoi des chronomètres ?

D'autre part, les observations des chronomètres sont condensées par le calcul dans un résumé qui exprime, pour ainsi dire, la qualité du chronomètre. On pourrait, dans ce résumé, pousser le calcul des différents éléments aussi loin que possible et indiquer par exemple sur le bulletin de marche d'un chronomètre de poche les millième de seconde. Ces chiffres imposeraient peut-être, mais seraient-ils vraiment réels?

Aussi sera-t-il intéressant de savoir jusqu'à quelle fraction de seconde on peut pousser le calcul sans sortir de la réalité.

Dans les lignes suivantes nous voulons essayer de répondre à ces deux questions.

Par suite du fait que nos sens et les appareils avec lesquels nous faisons les observations ne sont pas parfaits, le degré de précision des résultats qu'on déduit de ces observations est plus ou moins grand.

On distingue deux sortes d'erreurs qui influencent le résultat: les erreurs systématiques et les erreurs accidentelles.

Les erreurs systématiques dépendent de la bienfacture de l'appareil ou, dans notre cas, du chronomètre. Elles sont les mêmes pour le même appareil. Telles sont les erreurs de division du cadran, les inégalités des dents des roues, etc. On peut réduire leur influence en prenant certaines précautions ou en perfectionnant l'appareil; mais, en général, elles ne sont pas accessibles au calcul.

Seules les erreurs accidentelles ou les erreurs d'observation proprement dites peuvent être soumises aux lois des probabilités et donnent un moyen de juger le degré de précision du résultat.

Les chronomètres de poche sont comparés tous les jours à la même heure à la pendule normale de l'Observatoire, c'est-à-dire qu'on note la position de l'aiguille des secondes du chronomètre quand la pendule indique la seconde *zéro*. Mais comme l'aiguille des secondes du chronomètre avance par petits sauts, on commet des erreurs d'estimation. Ces erreurs sont plus ou moins grandes suivant l'habileté de l'observateur et suivant le genre d'échappement du chronomètre.

Plus l'intervalle entre deux battements est grand, plus les erreurs d'estimation sont petites. Pour un observateur bien exercé, j'ai trouvé deux dixièmes de seconde comme moyenne de ces erreurs d'estimation ; c'est-à-dire que chaque comparaison est exacte à deux dixièmes de seconde près, ou, en d'autres termes, chaque observation peut être affectée d'une erreur de $0^s,2$.

En désignant une comparaison par la lettre w et le degré de précision de cette observation par $\varepsilon(w)$, nous écrivons

$$\varepsilon(w) = \pm 0^s,2.$$

Afin d'éliminer autant que possible les erreurs de division du cadran du chronomètre, on fait les comparaisons à six différentes places du cadran, donc au moment où la pendule indique les secondes 0, 10, 20, 30, 40 et 50. La moyenne des fractions ajoutée à la seconde entière qu'on a observée à la seconde *zéro* de la pendule, donne *l'état W* du chronomètre.

Le degré de précision de la quantité W est représenté par l'expression :

$$\varepsilon(\mathrm{W}) = \frac{1}{6}\sqrt{\varepsilon^2(w_0) + \varepsilon^2(w_1) + \varepsilon^2(w_2) + \varepsilon^2(w_3) + \varepsilon^2(w_4) + \varepsilon^2(w_5)}.$$

Pour calculer cette racine, il faudrait connaître l'erreur de chaque observation; mais comme il s'agit d'un aperçu général, nous supposons chaque comparaison comme étant affectée d'une même erreur, savoir $\varepsilon(w)$, de sorte que nous aurons :

$$\varepsilon(\mathrm{W}) = \frac{\varepsilon(w)}{\sqrt{6}} = \pm 0^s,08.$$

Nous voyons donc que l'incertitude de *l'état* du chronomètre n'est que de huit centièmes de seconde.

La *marche diurne* (m) d'un chronomètre est la différence entre deux états observés dans un intervalle de 24 heures. Le degré de précision de celle-ci sera

$$\varepsilon(m) = \varepsilon(\mathrm{W})\sqrt{2}$$

ou

$$\varepsilon(m) = \frac{\varepsilon(w)}{\sqrt{3}} = \pm 0^s{,}115.$$

La *variation diurne* (v) d'un chronomètre est la différence entre deux marches diurnes consécutives ; par conséquent son erreur probable sera

$$\varepsilon(v) = \varepsilon(m)\sqrt{2} = \varepsilon(w)\sqrt{\tfrac{2}{3}}.$$

Suivant le règlement de l'Observatoire, la durée des épreuves est divisée en périodes de quatre jours. La marche moyenne de chaque période sera donc exprimée par la formule

$$\mathrm{M} = \tfrac{1}{4}\Sigma m_i$$

et son erreur probable

$$\varepsilon(\mathrm{M}) = \tfrac{1}{4}\sqrt{\Sigma\varepsilon^2(m_i)}.$$

En faisant les mêmes suppositions qu'au commencement, nous aurons

$$\varepsilon(\mathrm{M}) = \frac{\varepsilon(w)}{\sqrt{12}}.$$

L'*écart de la marche diurne* est la différence entre chaque marche d'une période et la marche moyenne de cette période, donc

$$\mathrm{E}_i = m_i - \mathrm{M}$$

par conséquent son erreur probable

$$\varepsilon(\mathrm{E}_i) = \sqrt{\sum_k \left[\varepsilon^2(m_k)\left(\frac{\partial(\mathrm{M} - m_i)}{\partial m_k}\right)^2\right.}$$

k étant le nombre de marches composant une période.

En désignant par n le nombre des écarts, nous pourrons exprimer l'erreur probable de *l'écart moyen* de la marche diurne, qui est la moyenne de tous les écarts, par la formule

$$\varepsilon(\mathrm{E}_n) = \frac{\varepsilon(w)}{2\sqrt{n}}.$$

Soit maintenant r le nombre des périodes dont on tient compte pour le calcul de *l'écart moyen correspondant à un changememt de position,* nous aurons d'abord comme expression de la moyenne de ces périodes

$$\mathrm{M}_p = \frac{1}{r}\,\Sigma\,\mathrm{M}_i$$

et l'écart moyen correspondant à un changement de position P_r sera

$$\mathrm{P}_r = \frac{1}{r}\,\Sigma\,(\mathrm{M}_p - \mathrm{M}_i).$$

L'erreur probable de cette quantité sera par conséquent :

$$\varepsilon(\mathrm{P}_r) = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{r-1}{12}}\,\varepsilon(w).$$

L'erreur probable de *la reprise de marche* et de la *variation des marches moyennes du cadran en haut au cadran en bas* ainsi que la *variation des marches moyen-*

nes du plat au pendu des chronomètres de bord est représentée par l'expression

$$\frac{\varepsilon(w)}{\sqrt{6}}.$$

En ce qui concerne les chronomètres de poche Ire classe, l'erreur probable de la variation des marches moyennes du plat au pendu est

$$\varepsilon(H_1) = \frac{\varepsilon(w)}{\sqrt{8}}.$$

La même quantité pour les chronomètres de poche IIme classe sera

$$\varepsilon(H_2) = \frac{\varepsilon(w)}{\sqrt{12}}.$$

Quant à la marche diurne moyenne des chronomètres dont la limite est aussi fixée par le règlement, nous avons comme expression de son erreur probable la formule

$$\varepsilon(L) = \frac{\varepsilon(w)}{s\sqrt{3}}$$

en désignant par s le nombre de jours.

Il nous reste encore à établir le degré de précision du coefficient thermique et de la quantité que le règlement appelle erreur moyenne de la compensation. Pour simplifier le calcul, nous faisons abstraction des petites variations de la température et nous supposons que les chronomètres de bord ont été observés dans les températures 32°, 25°, 18°, 11°, 4° et les chronomètres de poche dans les températures 32°, 18°, 4°.

Comme le *coefficient thermique* se calcule suivant la formule

$$C = \frac{\Sigma\, m_i (t_i - t_o)}{\Sigma\, (t_i - t_o)^2}$$

son erreur probable sera pour les chronomètres de bord :

$$\varepsilon(C) = \frac{\varepsilon(w)}{\sqrt{8400}}$$

pour les chronomètres de poche Ire classe :

$$\varepsilon(C) = \frac{\varepsilon(w)}{28\sqrt{6}}$$

pour les chronomètres de poche IIme classe :

$$\varepsilon(w) = \frac{\varepsilon(w)}{28}\sqrt{\frac{2}{3}}.$$

L'erreur moyenne de la compensation, quantité qui ne doit pas être confondue avec l'erreur moyenne dans la théorie des erreurs, est calculée d'après l'expression :

$$D = \frac{1}{5}\,\Sigma \left\{ m_o - m_i + C(t_i - t_o) \right\} \text{ chronomètres de bord}$$

$$D = \frac{1}{3}\,\Sigma \left\{ m_o - m_i + C(t_i - t_o) \right\} \text{ chronomètres de poche}$$

Le degré de précision de cette quantité sera par conséquent pour les chronomètres de bord :

$$\varepsilon^2(D) = \frac{1}{5^2}\,\Sigma \left\{ \varepsilon^2(m_o - m_i) + (t_c - t_o)^2\, \varepsilon^2(C) \right\}$$

ou $$\varepsilon(D) = \frac{\varepsilon(w)}{50}\sqrt{\frac{155}{6}}$$

pour les chronomètres de poche Ire classe:

$$\varepsilon(D) = \frac{1}{6}\varepsilon(w)$$

pour les chronomètres de poche IIme classe:

$$\varepsilon(D) = \frac{1}{3}\varepsilon(w).$$

Nous réunissons dans le tableau suivant les chiffres que nous obtenons en calculant les formules développées. En supposant que chaque comparaison d'un chronomètre de bord ou de poche soit affectée d'une erreur d'observation de $0^s,2$, les résultats déduits de ces observations, c'est-à-dire les quantités énumérées ci-dessous sont exactes à un chiffre près qui est indiqué dans les colonnes

	CHRONOMÈTRES			
	de bord	de poche ayant subi les épreuves de la Ire cl.	IIme cl.	IIIme cl.
1. Ecart moyen de la marche diurne	$0^s,013$	$0^s,016$	$0^s,022$	—
2. Coefficient thermique	$0^s,002$	$0^s,003$	$0^s,006$	—
3. Erreur moyenne de la compensation.	$0^s,02$	$0^s,03$	$0^s,07$	—
4. Reprise de marche.	$0^s,08$	$0^s,08$	$0^s,08$	—
5. Différence entre deux marches diurnes consécutives	$0^s,16$	$0^s,16$	$0^s,16$	$0^s,16$
6. Variation des marches moyennes du plat au pendu	$0^s,08$	$0^s,07$	$0^s,06$	$0^s,06$
7. Variation des marches moyennes du cadran en haut au cadran en bas	$0^s,08$	$0^s,08$	—	—
8. Ecart moyen correspondant à un changement de position . . .	$0^s,02$	$0^s,02$	—	—
9. Limite de la marche diurne moyenne	$0^s,00$	$0^s,00$	$0^s,00$	$0^s,01$
10. Différence entre la marche diurne à l'étuve et la marche moyenne dans la position verticale. . .	—	—	—	$0^s,12$