

Interprétation mathématique de la courbe de décroissance du débit de l'Areuse

Autor(en): **Burger, André**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles**

Band (Jahr): **79 (1956)**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-88864>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

INTERPRÉTATION MATHÉMATIQUE
DE LA COURBE DE DÉCROISSANCE DU DÉBIT
DE L'AREUSE
JURA NEUCHÂTELOIS (SUISSE)

par
ANDRÉ BURGER

AVEC 1 FIGURE

En régime non influencé par les précipitations ou la fusion des réserves nivales et glaciaires, la décroissance du débit d'un cours d'eau ne dépend plus que de la quantité d'eau contenue dans le sous-sol de son bassin versant. Une vue d'ensemble de ce problème a été donnée par COUTAGNE (1948) sous la forme d'un essai d'adaptation aux différents types de sources et de rivières que l'on rencontre dans la nature, de diverses formules exprimant la vidange d'un réservoir d'eau libre dans certaines conditions déterminées.

L'application des formules de COUTAGNE à l'Areuse conduit à d'intéressantes constatations sur le régime de celle-ci.

Rappelons que le bassin versant de l'Areuse, arrêté à la station limnigraphique des Moyats, mesure, selon les données du Service fédéral des eaux, 360 km² (BRÄM et SARTORY, 1916, p. 14). Les débits journaliers aux Moyats sont publiés chaque année dans l'*Annuaire hydrographique de la Suisse*. Le débit maximum instantané est de l'ordre de 120 à 130 m³/s et le minimum, de 0,8 m³/s. L'Areuse est alimentée, en majeure partie, par des résurgences issues de terrains calcaires, notamment par les sources de la Doux à Saint-Sulpice et de la Noiraigue (SCHARDT, 1904), ainsi que par celles des Raies à Buttes, de la Raisse à Fleurier et de la Sourde à Môtiers.

Aucune des formules simples proposées par COUTAGNE n'exprime avec une exactitude suffisante la décroissance de l'Areuse, en périodes non influencées. Par contre, il est possible de décomposer la courbe de décrue observée en deux courbes élémentaires correspondant à deux des cas étudiés par COUTAGNE. La somme des débits donnés par chacune des deux formules correspond, en bonne approximation, aux débits mesurés. Cette solution découle des constatations suivantes :

Si l'on dessine dans un système de coordonnées semi-logarithmique une courbe de décrue (fig. 1 A), on observe qu'à partir d'un certain

moment, la décroissance devient rectiligne. En d'autres termes, après un certain intervalle de temps depuis la pointe, le débit obéit à une loi exponentielle. De plus, nous avons vérifié, à l'aide de plusieurs courbes, que l'exposant de la fonction est pratiquement constant et égal, en valeur moyenne, à 0,047 pour une unité de temps fixée arbitrairement à trois jours. Ainsi, l'expression algébrique de la décroissance, après une certaine période sans précipitations, prend la forme :

$$Q_t = Q_0 \cdot e^{-0,047t} \quad (1)$$

dans laquelle t est le temps, compté en périodes de trois jours, Qt , le débit moyen journalier au temps t et Q_0 , le débit au temps $t = 0$; e est la base des logarithmes naturels.

Au moment des crues, un écoulement supplémentaire vient se superposer au précédent. Il est caractérisé par une décroissance très rapide et répond approximativement à la relation :

$$Q_t = \frac{Q_0}{(1 + at)^2} \quad (2)$$

dans laquelle a est un coefficient dépendant essentiellement de t . Les autres lettres ont la même signification que dans la formule (1).

Par addition des relations (1) et (2), on obtient l'équation d'une courbe empirique qui peut être fort bien ajustée à celle des débits mesurés :

$$Q_t = \frac{Q_{a0}}{(1 + at)^2} + Q_{\beta_0} \cdot e^{-0,047t} \quad (3)$$

Cette équation comprend trois inconnues : a , Q_{a0} et Q_{β_0} . En y introduisant les valeurs $t = 0, 1$ et 2 , ainsi que les débits correspondants Q_0, Q_1 et Q_2 (qu'il est nécessaire de connaître), on obtient un système de trois équations qui, résolu par rapport à a , conduit à une expression du quatrième degré. Dans les quelques cas que nous avons examinés, celle-ci n'a qu'une solution convenable. Nous l'avons déterminée graphiquement de la manière suivante : par élimination de Q_{a0} , le système de trois équations se réduit à :

$$Q_{\beta_0} = \frac{Q_0 - Q_1(1 + a)^2}{1 - 0,95(1 + a)^2} = \frac{Q_0 - Q_2(1 + 2a)^2}{1 - 0,91(1 + 2a)^2} \quad (4) \text{ et } (5)$$

En donnant à a quelques valeurs que l'expérience nous a conduit à choisir entre 0,4 et 1,8, on construit, sur un système d'axes rectangulaires (Q_{β_0}, a), les courbes correspondant aux expressions (4) et (5). Les coordonnées de leur point d'intersection sont les valeurs cherchées de Q_{β_0} et a (fig. 1 B). Q_{a0} se calcule ensuite par la relation $Q_{a0} = Q_0 - Q_{\beta_0}$.

Le tableau suivant donne les débits mesurés et calculés en m^3/s pour trois décrues en périodes totalement exemptes de précipitations. Les coefficients ont les valeurs suivantes : nov. 1924, 1,54 ; sept.-oct. 1948,

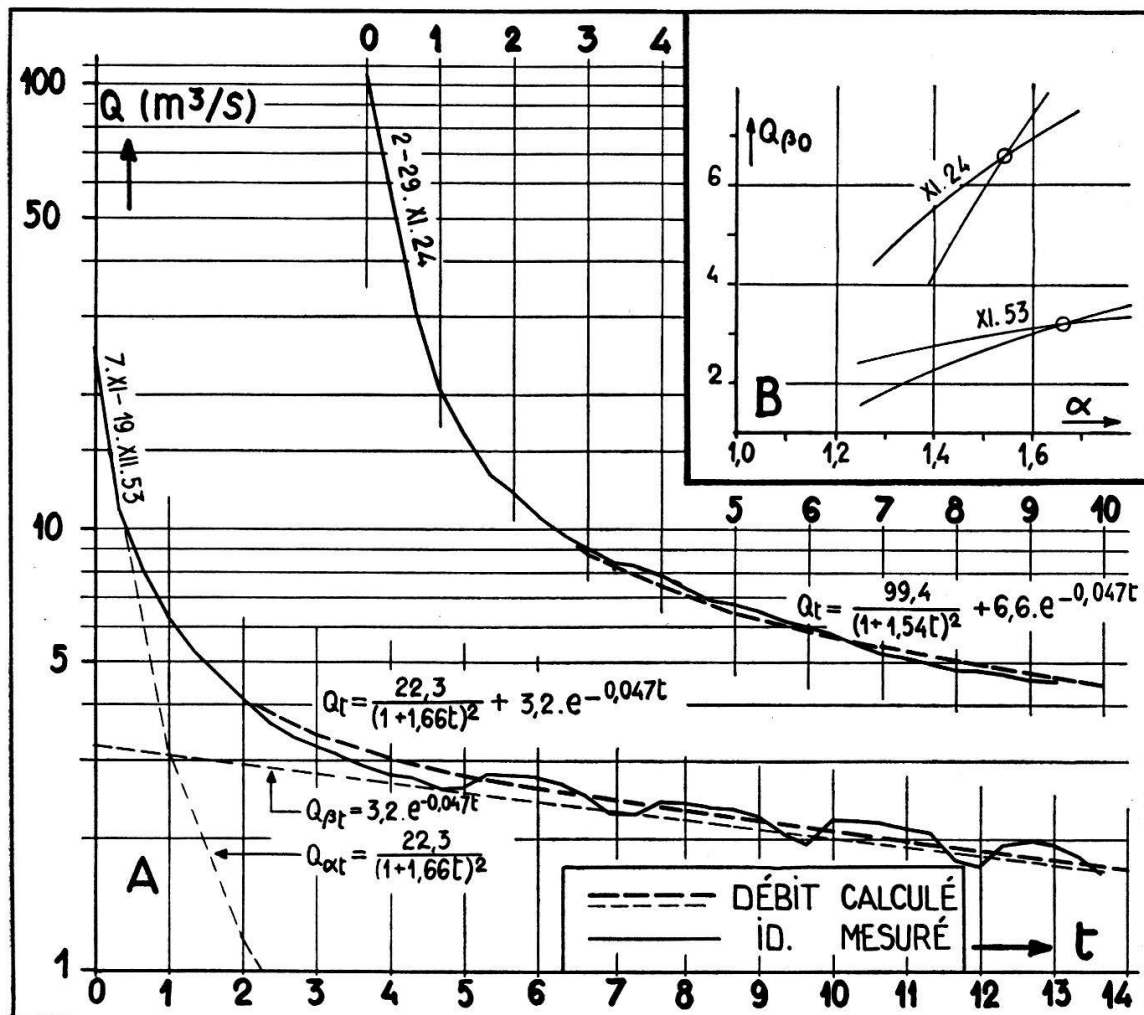
0,94 ; nov.-déc. 1953, 1,66. Les courbes de 1924 et 1953 sont dessinées à la figure 1. La concordance des débits calculés et mesurés est satisfaisante, pour une donnée aussi complexe que le régime d'un cours d'eau ¹.

t	2 - 29 XI 24				13 IX - 25 X 48				7 XI - 19 XII 53			
	Q_{a_t}	Q_{β_t}	Q_t calc.	Q_t mes.	Q_{a_t}	Q_{β_t}	Q_t calc.	Q_t mes.	Q_{a_t}	Q_{β_t}	Q_t calc.	Q_t mes.
	m ³ /s	m ³ /s	m ³ /s	m ³ /s	m ³ /s	m ³ /s	m ³ /s	m ³ /s	m ³ /s	m ³ /s	m ³ /s	m ³ /s
0	99,4	6,60	106	106	24,65	3,75	28,4	28,4	22,3	3,20	25,5	25,5
1	15,4	6,30	21,7	21,7	6,56	3,58	10,1	10,1	3,15	3,05	6,20	6,20
2	5,97	6,01	12,0	12,0	2,97	3,41	6,4	6,4	1,19	2,91	4,10	4,10
3	3,15	5,73	8,88	9,03	1,69	3,18	4,87	5,1	0,62	2,78	3,40	3,20
4	1,94	5,47	7,41	7,87	1,09	3,11	4,20	4,7	0,38	2,65	3,03	2,80
5	1,31	5,10	6,41	6,75	0,76	2,96	3,72	4,0	0,26	2,53	2,79	2,63
6	0,95	4,98	5,93	6,01	0,56	2,82	3,38	3,6	0,18	2,41	2,59	2,69
7	0,71	4,75	5,46	5,20	0,43	2,70	3,13	3,6	0,14	2,30	2,44	2,28
8	0,56	4,53	5,09	4,80	0,34	2,57	2,91	2,8	0,12	2,20	2,32	2,40
9	0,45	4,32	4,77	4,58	0,28	2,46	2,74	2,8	0,09	2,10	2,19	2,23
10					0,23	2,34	2,57	2,4	0,07	2,00	2,07	2,19
11					0,19	2,23	2,42	2,4	0,06	1,91	1,97	2,09
12					0,16	2,13	2,29	2,6	0,05	1,82	1,87	1,73
13					0,14	2,03	2,17	2,4	0,04	1,74	1,78	1,93
14					0,12	1,94	2,06	2,0	0,04	1,66	1,70	1,61

On remarque que le poids du premier terme de l'équation (3) diminue rapidement avec le temps. Or, d'après COUTAGNE, ce terme correspond fréquemment à l'écoulement de sources ou de cours d'eau alimentés par des « nappes aquifères sans profondeur », le second terme, par contre, « à l'écoulement d'une source provenant de capacités profondes et également, dans bien des cas, au débit d'un bassin hydrographique à partir du moment où il n'est plus alimenté que par les réserves du sol, plus ou moins profondes » (p. 419). Il convient, d'ailleurs, d'être prudent avec l'emploi des expressions de réserves profondes et réserves superficielles. SERRA (1954, p. 33), qui relève le caractère général de la décroissance exponentielle des cours d'eau à l'étiage, parle de « flot de base » sur lequel viennent se superposer, au cours des crues, les eaux de ruissellement superficiel. Dans le cas du bassin perméable en grand de l'Areuse, l'eau qui alimente le flot de base se trouve dans un certain état de rétention, d'une part, dans les terrains meubles superposés au calcaire : moraine, alluvions, tourbe et, d'autre part, dans les massifs de calcaire eux-mêmes sous forme de suintements sur les parois des

¹ Les oscillations d'une période de 7 jours se marquant dans la décrue de 1953 ont été provoquées par l'ouverture et la fermeture des vannes qui règlent l'évacuation des eaux du lac des Taillères dans son emposieu. Elles ont été fermées régulièrement du jeudi à 19 h au samedi à 12 h. L'effet, aux Moyats, s'en est fait sentir par une diminution des débits moyens journaliers des samedi et dimanche. La quantité d'eau lâchée dans l'emposieu, du samedi au jeudi, fut de 400 l/s.

fissures, d'écoulement dans les fentes capillaires, d'accumulations en nappes libres, etc. Le volume de cette eau ($Q\beta$) augmente, à l'occasion de chaque crue, dans une proportion dont le calcul ne donne qu'une image théorique.



Si l'on prend, comme unité de temps, le mois, l'exposant de notre fonction devient $0,047 \times 10 = 0,470$. COUTAGNE (p. 421) examine deux cas de sources issues de terrains calcaires: la fontaine du Défends (Bouches-du-Rhône) et la fontaine de Vaucluse (Vaucluse). Leur décroissance se fait selon une fonction exponentielle dont l'exposant, à l'échelon du mois, est 0,345 pour la première et environ 0,300 pour la seconde. La décroissance de l'Areuse paraît donc, à première vue, plus rapide que celle de ces deux sources. Toutefois, l'auteur précise, dans le cas de la fontaine du Défends, que durant la période considérée, le débit n'a « presque pas été influencé par les précipitations ». Il est clair que, si faibles qu'elles aient été, les précipitations ont eu pour effet un abaissement de la valeur de l'exposant.

En terminant, nous nous faisons un devoir de remercier M. W. SÖRENSEN, professeur de mathématiques à Neuchâtel, pour son intérêt à notre travail et ses conseils extrêmement utiles.

Zusammenfassung

In den Perioden, die durch Niederschläge oder durch die Schneeschmelze nicht beeinflusst sind, lässt sich die Kurve der Trockenwetterkurve der Areuse (Neuenburger Jura) annähernd durch die Formel

$$Q_t = \frac{Q_{\alpha 0}}{(1 + \alpha t)^2} + Q_{\beta 0} \cdot e^{-0,047t} \text{ darstellen.}$$

Q_t ist der Durchfluss zur Zeit t , in 3-tägigen Zeitspannen gezählt. Die Werte $Q_{\alpha 0}$, $Q_{\beta 0}$ und α werden dadurch bestimmt, dass man in die Gleichung die Werte $t = 0, 1$ und 2 sowie die entsprechenden Durchflüsse Q_0 , Q_1 und Q_2 einsetzt. e ist die Basis der natürlichen Logarithmen. Drei Beispiele von Abnahmen zeigen die gute Übereinstimmung der gerechneten und der gemessenen Durchflüsse.

Summary

During periods that are not influenced by precipitations or the melting of snow, the decrescence curve of the flow of the Areuse (Jura neuchâtelois) can be expressed by the following equation :

$$Q_t = \frac{Q_{\alpha 0}}{(1 + \alpha t)^2} + Q_{\beta 0} \cdot e^{-0,047t}$$

Q_t representing the flow at time t , evaluated in periods of 3 days. The values of $Q_{\alpha 0}$, $Q_{\beta 0}$ and α are determined by introducing into the equation the values $t = 0, 1$ and 2 together with the corresponding flow Q_0 , Q_1 , and Q_2 . e equals the basis of the natural logarithms. Three examples of decrescence show a good concordance of the calculated flow and of the measured flow.

BIBLIOGRAPHIE

- Annuaire hydrographique de la Suisse*. Publié par le Service fédéral des eaux, Berne.
- BRÄM, F. et SARTORY, J. — (1916). Les Forces hydrauliques de la Suisse (volume I). 1^{re} partie : Le Régime des Eaux. A. Les surfaces des bassins de réception. Publié par le Service fédéral des eaux, Berne. X + 57 p., 1 carte.
- COUTAGNE, A. — (1948). Etude générale des variations de débit en fonction des facteurs qui les conditionnent. 2^e partie : Les variations de débit en périodes non influencées par les précipitations. Le débit d'infiltration (corrélations fluviales internes). *La Houille Blanche*, troisième année (5) : 416-436, 9 fig., tabl.
- SCHARDT, H. — (1904). Origine de la source de l'Areuse. *Bull. Soc. neuch. Sc. nat.* 32 : 118-139, pl. I et II.
- SERRA, L. — (1954). Le contrôle hydrologique d'un bassin versant. Pluie, Evaporation, Filtration et Ecoulement. *Compte rendu des Troisièmes journées de l'hydraulique, Alger, 12-14 avril 1954*, p. 29-35, 2 fig.
-