

Note sur la dilatation des corps solides

Autor(en): **Cuénoud, S.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletins des séances de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles**

Band (Jahr): **7 (1860-1863)**

Heft 48

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-253505>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

NOTE SUR LA DILATATION DES CORPS SOLIDES.

Par M. S. CUÉNOUD,
professeur de mathématiques à Lausanne.

Les Traités de physique définissent le coefficient de dilatation linéaire, l'allongement que prend l'unité de longueur d'un corps, lorsque sa température s'élève de zéro à 1 degré. Ensuite de cette définition, si l'on désigne par k le coefficient de dilatation, supposé constant, par l la longueur d'un corps à une certaine température et par l' la longueur du même corps après que cette température s'est élevée de t degrés, on a

$$l' = l(1 + kt) \quad (1).$$

Or, cette formule présente dans son application certaines anomalies dont j'ai recherché la cause, et que je veux signaler ici.

Je suppose, par exemple, que l représente la longueur d'un corps à la température de 10 degrés et que l' soit la longueur de ce corps à 25 degrés. La différence de ces températures étant 15 degrés, la formule précédente donne :

$$l' = l(1 + 15k).$$

Si je désigne par l_0 la longueur du corps à zéro, la formule donne :

$$l = l_0(1 + 10k),$$

ensorte qu'en remplaçant l par cette valeur dans l'équation précédente, on trouve

$$l' = l_0(1 + 10k)(1 + 15k) = l_0(1 + 25k + 150k^2).$$

Mais, en supposant que le corps ait été porté directement de zéro à 25 degrés, on trouverait par la formule (1)

$$l' = l_0(1 + 25k),$$

résultat qui diffère du précédent de $150k^2 \cdot l_0$.

Cette différence est infiniment petite, puisqu'elle contient, comme facteur, le carré du coefficient de dilatation, coefficient qui est toujours, lui-même, très petit; elle n'influe donc en rien sur le résultat pratique fourni par la formule. Mais l'esprit ne se trouve pas satisfait de voir qu'une même formule peut donner des résultats différents suivant la manière dont on l'applique.

En y réfléchissant un peu, on voit bientôt que cette anomalie provient de ce que la formule (1) n'est qu'approximative. En effet, si l'on désigne par l la longueur d'un corps à la température t , et par dl l'accroissement de longueur qui correspond à un accroissement très petit dt de température, on trouve :

$$dl = kl dt, \text{ d'où } \frac{dl}{l} = k dt.$$

En intégrant l'équation précédente, on obtient :

$$L. l = kt = C,$$

L désignant un logarithme népérien. La valeur de la constante C se détermine en remarquant qu'à la température zéro, le corps a une longueur l_0 , ce qui donne $L. l_0 = C$, et par suite :

$$L. l - L. l_0 = kt \text{ ou } L \frac{l}{l_0} + kt$$

et enfin
$$\frac{l}{l_0} = e^{kt}, \quad \text{ou } l = l_0 \cdot e^{kt} \quad (2).$$

Telle est la relation réelle qui existe entre la longueur du corps et sa température. Cette formule ne présente pas dans son application la même anomalie que la formule (1). Si je reprends, en effet, l'exemple cité plus haut, je trouve :

longueur du corps à 25 degrés	$l' = l_0 \cdot e^{25k}$
id. id. 10 degrés	$l = l_0 \cdot e^{10k}$
id. id. 25 degrés	$l' = l \cdot e^{15k} = l_0 \cdot e^{10k} \cdot e^{15k} = l_0 e^{25k}.$

Le résultat est donc le même, quelle que soit la voie qui y conduise.

Pour montrer que la formule (1) n'est qu'une approximation de la formule (2), il suffit de développer e^{kt} en série, par la relation :

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \text{etc.},$$

ce qui donne :

$$e^{kt} = 1 + kt + \frac{k^2 t^2}{1.2} + \frac{k^3 t^3}{1.2.3} + \text{etc.}$$

et par suite :

$$l = l_0 \left(1 + kt + \frac{k^2 t^2}{1.2} + \frac{k^3 t^3}{1.2.3} + \text{etc.} \right).$$

En ne prenant que les deux premiers termes de cette série, on retrouve la formule ordinaire

$$l = l_0 (1 + kt).$$

La valeur du coefficient de dilatation k étant très petite, l'approximation que fournit la formule (1) est plus que suffisante dans la pratique; cette formule a surtout l'avantage d'être d'une application bien plus facile que l'équation transcendante (2). Il n'en était pas moins curieux de rechercher la véritable loi suivant laquelle s'effectuent les dilatations.

Il serait superflu d'ajouter que la formule de dilatation cubique des corps

$$V = V_0 (1 + kt)$$

n'est qu'une approximation de l'équation

$$V = V_0 \cdot e^{kt}.$$

