

Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 8 (1864-1865)
Heft: 52

Artikel: Recherches faites dans le but de déterminer la température de l'air par la marche d'un thermomètre non équilibré : nouveau théorème d'algèbre sur ce sujet

Autor: Dufour, C.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-254852>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 19.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Recherches faites dans le but de déterminer la température de l'air
par la marche d'un thermomètre non équilibré.

Nouveau théorème d'algèbre sur ce sujet

Par Ch. DUFOUR, professeur à Morges.

(Séance du 16 juin 1864.)

Toutes les personnes qui ont été dans le cas d'observer quelquefois la température de l'air pendant un voyage, ont reconnu combien il était ennuyeux d'attendre que le thermomètre fût équilibré.

En effet, quelque sensible que soit un instrument, il faut toujours un temps assez long avant qu'il ait pris la température de l'air ambiant; car lors même que le thermomètre est arrivé à ce point, il faut encore un certain délai pour être sûr qu'il est immobile, et qu'en observant on a bien la température que l'on veut obtenir.

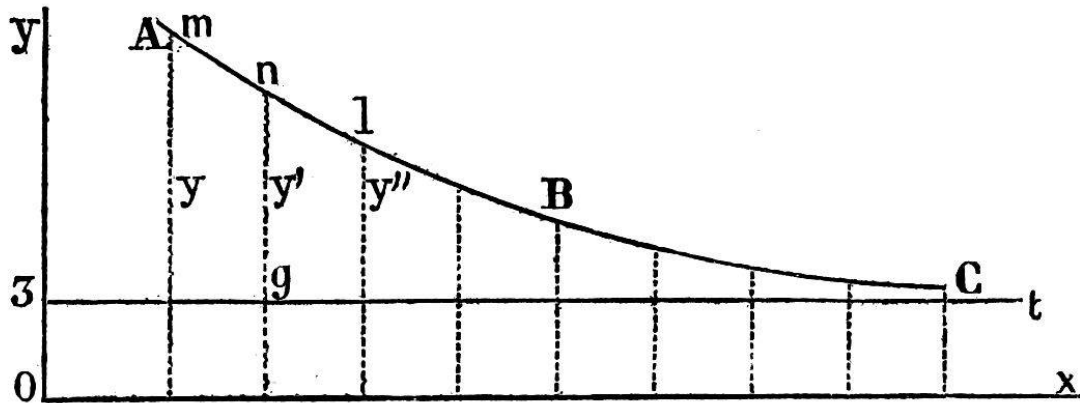
Pour éviter cet inconvénient, j'ai recherché si l'on ne pourrait pas, d'après la marche d'un thermomètre pendant quelques minutes, calculer le point où il doit s'arrêter; car il est évident que plus un thermomètre est loin d'être équilibré, plus sa variation est grande pendant l'unité de temps; ou si l'on veut, la rapidité de la marche d'un thermomètre, est une fonction de la distance qui le sépare de la température à laquelle il restera stationnaire.

On sait depuis longtemps que lorsqu'un corps se refroidit, si les temps varient en progression arithmétique, l'excès de la température de ce corps sur celle de l'air ambiant varie en progression géométrique. Cependant, il est évident que cette loi n'est pas parfaitement rigoureuse, car alors un corps ne pourrait jamais prendre la température des corps voisins, ces deux températures seraient réellement dans un état asymptotique; or il ne paraît pas qu'il en soit ainsi dans la nature.

Cependant, j'ai fait de nombreuses observations pour voir si cette loi était suffisamment exacte pour le but que je me proposais. Et dans le fait, en observant les températures de demi-minute en demi-minute, puis en les calculant d'après la loi énoncée, j'ai

toujours trouvé entre les résultats des différences assez faibles, pour qu'elles puissent être négligées dans une question de cet ordre.

Le problème était donc ramené à ceci :



Soit ABC une courbe dont les ordonnées à partir d'une ligne gt varie en progression géométrique, pendant que les abscisses varient en progression arithmétique. Si l'on connaît quelques ordonnées y, y', y'' correspondant aux points m, n et l , ainsi que la différence de leurs abscisses, trouver la valeur nq par exemple qu'il faut retrancher à l'une quelconque de ces ordonnées pour arriver à la ligne gt .

A cet effet, prenons pour origine des temps le moment où la température du thermomètre est différente de 1° de celle de l'air ambiant, et désignons par $(1+k)$ la raison de la progression géométrique.

Pour les temps $0, 1, 2, 3, 4, \dots, n$, la série suivante représentera l'élévation du thermomètre au dessus de la température de l'air ambiant :

$$1, (1+k), (1+k)^2, (1+k)^3, (1+k)^4, \dots, (1+k)^n.$$

Actuellement, désignons par x , le temps qu'il y a entre l'origine des temps et l'instant que l'on considère, par y la température observée au thermomètre, et par t celle de l'air ambiant, on aura l'équation :

$$y = t + (1+k)^x \quad (1)$$

Supposons à présent, que sans aucun chagement de t , on fasse encore deux observations pareilles, correspondant aux temps x' et x'' . On aura de même :

$$y' = t + (1+k)^{x'} \quad (2)$$

$$\text{et } y'' = t + (1+k)^{x''} \quad (3)$$

En retranchant la 2^e équation de la 1^{re}, on aura :

$$y - y' = (1 + k)^x - (1 + k)^{x'}$$

Désignons par d la différence qu'il y a entre x et x' , l'équation précédente deviendra :

$$\begin{aligned} y - y' &= (1 + k)^{x' + d} - (1 + k)^{x'} \text{ ou} \\ y - y' &= (1 + k)^{x'} \left\{ (1 + k)^d - 1 \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

De même, en retranchant l'équation (3) de l'équation (2) et en désignant par d' la différence qu'il y a entre x' et x'' , on aura :

$$y' - y'' = (1 + k)^{x''} \left\{ (1 + k)^{d'} - 1 \right\} \quad (5)$$

Supposons maintenant que $d = d'$, c'est-à-dire que les observations aient été faites à des intervalles égaux, puis divisons l'équation (4) par l'équation (5), on aura :

$$\frac{y - y'}{y' - y''} = (1 + k)^{x' - x''}, \text{ mais } x' = x'' + d$$

$$\text{Donc } \frac{y - y'}{y' - y''} = (1 + k)^d.$$

Comme l'on connaît y , y' et y'' , il est facile d'en conclure $(1 + k)^d$.

Si $d = 1$, c'est-à-dire, si en prenant par exemple la minute pour unité, on a fait les observations à la 2^e, 3^e, 4^e et 5^e minute, on a immédiatement :

$$\frac{y - y'}{y' - y''} = (1 + k) \quad (7)$$

$$\text{Donc } k = \frac{y - y'}{y' - y''} - 1.$$

Si $d = 1$, l'équation (4) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} y - y' &= (1 + k)^{x'} \times k. \quad \text{D'où} \\ (1 + k)^{x'} &= \frac{y - y'}{k} \end{aligned} \quad (8)$$

Dès que l'on connaît $(1 + k)^{x'}$, il est facile de trouver t , car de l'équation (2) on tire : $t = y' - (1 + k)^{x'}$.

Cependant, dans un instant nous verrons que grâce à une importante simplification algébrique, on peut calculer t d'une manière encore beaucoup plus facile. Mais des équations (6) et (7), on peut conclure la valeur de k . Ainsi par un temps calme, le 23 janvier 1864, j'ai chauffé à la main le thermomètre qui m'a servi à faire la plupart de mes observations, puis je l'ai abandonné, alors j'ai observé :

$$\begin{array}{rcl} \text{à 1 minute} & 17^{\circ},1 & = y \\ 2 \quad \gg & 13^{\circ},2 & = y' \\ 3 \quad \gg & 10^{\circ},5 & = y'' \end{array}$$

$$\text{Ici } y - y' = 3^{\circ},9 \quad y' - y'' = 2,7.$$

$$\text{Donc } 1 + k = \frac{3,9}{2,7} = 1,44. \quad \text{Donc } k = 0,44.$$

Donc avec cet instrument, *par un temps calme*, dans chaque minute le chiffre qui indique la différence entre sa température et celle de l'air ambiant est égale à la différence qu'il y avait une minute auparavant divisée par 1,44.

Si l'on voulait avoir ce coefficient par seconde, en vertu de l'équation (6) ce coefficient serait $\sqrt[60]{1,44} = 1,006$. Mais quand l'air est agité, ces coefficients sont notablement plus forts. Aussi la méthode que je propose, est-elle applicable seulement au cas, où l'état d'agitation ou de repos de l'air reste le même pendant toute la durée de l'expérience.

Mais on pourrait atteindre aussi à peu près le même but en posant la question suivante :

Combien faut-il attendre de minutes pour que le thermomètre arrive à 1° au dessus de la température de l'air ambiant ?

A cet effet, des formules précédentes, il faudrait conclure le temps qu'il y a depuis l'instant que l'on considère jusqu'à l'origine des temps.

Pour cela, de l'équation (8) on tire immédiatement

$$x' \cdot \log (1 + k) = \log \frac{y - y'}{k}$$

$$\text{d'où } x' = \frac{\log \frac{y - y'}{k}}{\log (1 + k)}.$$

On attend alors le nombre de minutes calculé, on observe le thermomètre, et on compte qu'il est encore à 1° du point où il doit s'arrêter. Ceci constitue encore une simplification assez no-

table pour l'observation, puisque c'est pour s'équilibrer du dernier degré que le thermomètre reste le plus longtemps; et c'est alors aussi que l'observateur est le plus exposé à perdre patience.

Exemple. Le 13 décembre 1863, j'ai chauffé un thermomètre jusqu'à 19° à peu près, alors je l'ai abandonné, puis j'ai fait les observations suivantes :

$$\begin{array}{l} \text{à } 0^{\text{m}} \text{ il indiquait } 15^{\circ},3 = y \\ 1^{\text{m}} \text{ » } \text{ » } 13^{\circ},0 = y' \\ 2^{\text{m}} \text{ » } \text{ » } 11^{\circ},4 = y'' \end{array}$$

$$\text{Ici } y - y' = 2,3 \quad y' - y'' = 1,6$$

$$1 + k = \frac{y - y'}{y' - y''} = \frac{2,3}{1,6} = 1,44. \quad \text{Donc } k = 0,44.$$

$$x' = \frac{\log \frac{y - y'}{k}}{\log (1 + k)} = 4,6.$$

Il faut donc attendre 4^m,6 depuis la première minute, c'est-à-dire jusqu'à 5^m,6, à ce moment le thermomètre indique 8°⁶, en retranchant 1°, il reste 7°⁶. Et réellement à la 18^e minute, le thermomètre est arrêté à 7°⁵, erreur 0°¹.

Cependant, les formules précédentes sont susceptibles d'une simplification élégante et importante, en leur appliquant ce théorème d'algèbre :

Si dans une progression géométrique, on prend trois termes de rangs équidistants, que l'on multiplie l'une par l'autre les deux différences premières, et que l'on divise par la différence seconde, on obtient le terme intermédiaire.

Mais comme ce théorème n'a je crois jamais été démontré, ni même je crois jamais indiqué, il importe de faire voir qu'il est vrai dans tous les cas.

Soit une progression géométrique :

$$\div a, ar, ar^2, ar^3 \dots ar^{n-x} \dots ar^n \dots ar^{n+x}$$

dans laquelle ar^{n-x} , ar^n et ar^{n+x} sont 3 termes dont les rangs sont équidistants.

Les deux différences premières de ces 3 termes sont :

$$ar^{n+x} - ar^n \quad (1) \quad \text{et} \quad ar^n - ar^{n-x} \quad (2)$$

et la différence de ces différences ou la différence seconde est :

$$(ar^{n+x} - ar^n) - (ar^n - ar^{n-x}) \quad (3)$$

Multiplions l'une par l'autre les valeurs (1) et (2) et divisons par la valeur (3), on aura :

$$\begin{aligned} & \frac{(ar^{n+x} - ar^n)(ar^n - ar^{n-x})}{(ar^{n+x} - ar^n) - (ar^n - ar^{n-x})} = \\ & \frac{\{ar^n(a^x - 1)\}\{ar^{n-x}(a^x - 1)\}}{ar^n(a^x - 1) - ar^{n-x}(a^x - 1)} = \\ & \frac{ar^n \times ar^{n-x} \times (a^x - 1)}{ar^n - ar^{n-x}} = \frac{ar^n \times ar^{n-x}(a^x - 1)}{ar^{n-x}(a^x - 1)} = ar^n \end{aligned}$$

ce qu'il fallait démontrer.

Par conséquent, si dans une progression géométrique, on considère 3 termes de rangs équidistants, que l'on multiplie les deux différences premières l'une par l'autre et que l'on divise par la différence seconde, on obtient une valeur qui, retranchée du terme intermédiaire, donne toujours zéro, commencement obligé de toute progression géométrique croissante.

Ce théorème peut trouver son application dans les cas assez nombreux, où les valeurs qui représentent deux phénomènes sont fonctions l'une de l'autre ; et que l'une d'elles varie en progression géométrique, tandis que l'autre varie en progression arithmétique.

Ce calcul du reste admet souvent des simplifications arithmétiques très notables, et dans tous les cas il se prête fort bien au calcul logarithmique.

Mais appliquons ce théorème à la question spéciale relative à la détermination de la température, dont nous nous sommes occupés jusqu'ici.

Exemples. L'observation rapportée plus haut du 23 janvier 1864 a donné :

$$y - y' = 3^{\circ},9 \quad y' - y'' = 2^{\circ},7.$$

La différence seconde est donc 1,2.

Par conséquent, la correction qu'il faut apporter à l'observation moyenne est $\frac{3,9 \times 2,7}{1,2} = 8,8$.

La température calculée serait donc $13^{\circ},2 - 8,8 = 4^{\circ},4$. En réalité à la 16^{me} minute le thermomètre était arrêté à $4^{\circ},2$, erreur 0,2.

Ainsi encore le 9 février 1864, vers 1 h. après-midi, par un temps clair, et un vent du nord-est d'intensité 1 ou 2, j'ai chauffé un thermomètre avec la main puis je l'ai abandonné. Depuis lors il a marqué :

$$\begin{array}{rcl} \text{à } 0^{\text{m}} & 11^{\circ},6 & = y \\ & 1^{\text{m}} & 8^{\circ},2 = y' \\ & 2^{\text{m}} & 5^{\circ},7 = y'' \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Ici } y - y' = 3,4 \quad y' - y'' = 2,5 \\ (y - y') - (y' - y'') = 0,9. \end{array}$$

La correction qu'il faut apporter à l'observation de la 1^{re} minute est donc $\frac{3,4 \times 2,5}{0,9} = 9^{\circ},4$, ce qui donne pour la température de l'air $- 1^{\circ},2$.

Or réellement à la 8^e minute le thermomètre paraît arrêté à $- 1^{\circ},1$, erreur $0^{\circ},1$.

Quand on veut employer cette méthode, il est bon de laisser écouler un moment, une demi-minute au moins, depuis l'instant où le thermomètre a été abandonné, jusqu'à celui où l'on commence les observations qui doivent servir de base au calcul, à cause des dilatations anormales et inégalement rapides du verre et du liquide, qui ont lieu dans les premiers instants où le thermomètre est exposé à l'air.

Il va sans dire aussi que cette méthode présente l'inconvénient qu'il y a toujours de conclure du petit au grand, c'est-à-dire qu'en pareil cas les erreurs d'observation ont une influence très grande sur le résultat final. Ici les erreurs qui l'on peut faire sur la seconde observation ont surtout une grande importance. Aussi importe-t-il d'avoir un thermomètre qui donne au moins les dixièmes de degré, et de considérer pour bonnes seulement les observations qui auront été faites dans de bonnes conditions, c'est-à-dire celles pour lesquelles la température et surtout le degré d'agitation de l'air paraît ne pas avoir changé pendant la durée de l'observation.

