# Note sur les logarithmes des sinus et tangentes des petits angles

# NOTE SUR LES LOGARITHMES DES SINUS ET TANGENTES des petits angles.

Par M. F. BURNIER.

(Séance du 18 janvier 1865.)

On trouve dans la plupart des tables de logarithmes des quantités désignées par les lettres $S$ et $T$. Ce sont les logarithmes des rapports du sinus et de la tangente au nombre de secondes de l'arc. Les formules de Maskelyne qui donnent ces quantités au moyen du log. de la secante, mais pour de très petits arcs seulement, peuvent être beaucoup étendues, moyennant une correction en fonction de ce même log. secante, ainsi qu'on va le voir.

Pour cela, j'ai pris le développement de

$$\log \sec x = -\log \cos x,$$

qui procède suivant les puissances paires de $x$. Renversant cette série, j'en ai tiré $x^2$ en fonction de $\log \sec x$. J'ai substitué ce résultat dans le développement en série de $\log \frac{\sin x}{x}$. C'est ainsi que je suis arrivé à trouver :

$$\log \frac{\sin x}{x} = -\frac{1}{3} \log \sec x + \frac{4}{45 \, . \, M} (\log \sec x)^2 - \frac{8}{2835 \, . \, M^2} (\log \sec x)^3 + \ldots\ldots$$

$M$ est le module des tables. Le dernier terme écrit atteint une unité de la 10$^{me}$, 9$^{me}$ et 8$^{me}$ décimale pour des valeurs de $\log \sec x$ correspondant à des angles de $5^\circ\, 59'$, $7^\circ\, 49'$ et $11^\circ\, 27'$.

Si l'on néglige ce terme et qu'on entende par $x$ le nombre de secondes de l'arc, on aura la formule pratique suivante :

$$\log \frac{\sin x}{x} = \log 1'' - \frac{1}{3} \log \sec x + 0{,}204674\, (\log \sec x)^2.$$

Ajoutant log sec $x$, on aura de même :

$$\log \frac{\text{tang } x}{x} = \log 1'' + \frac{2}{3} \log \sec x + 0{,}204674 \, (\log \sec x)^2.$$

Une manière simple d'utiliser ces formules serait de former une petite table des valeurs de $\log 1'' + 0{,}204674 \, (\log \sec x)^2$, suivant celles de log sec $x$. L'argument procéderait par unités de la 4me décimale, depuis $\log \sec x = 0{,}0001$, jusqu'à $\log \sec x = 0{,}0040$. La dernière différence serait 1,6 de la 7me décimale.