Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 10 (1868-1870)
Heft: 62

Artikel: Formule de nivellement trigonométrique
Autor: Burnier, F.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-256558

FORMULE DE NIVELLEMENT TRIGONOMÉTRIQUE

par F. BURNIER, lieut.-col.

La différence de niveau de deux points, lorsqu'on a mesuré la hauteur de l'un sur l'horizon de l'autre, est donnée par l'équation

$$dN = K \frac{\sin\left\{h - \left(\frac{1}{2} - n\right) C\right\}}{\cos\left\{h - (1 - n) C\right\}}$$

où K est la distance des deux points, C l'angle de leurs verticales, n le coefficient de la réfraction terrestre et h l'angle de hauteur observé.

On a transformé l'expression rigoureuse de dN en d'autres plus simples ou plus pratiques quoiqu'approchées. Je me propose d'indiquer une de ces expressions que je crois nouvelle et présentant quelques avantages sur celles en usage jusqu'à présent.

Pour cela je pose :

$$\operatorname{tang}(h + \theta) = \frac{\sin\left\{h - \left(\frac{1}{2} - n\right) C\right\}}{\cos\left\{h - (1 - n) C\right\}}$$

et j'en tire la valeur de θ. Comme l'angle C est toujours très petit, en développant suivant les puissances de C, on pourra se borner aux deux premières. Tout calcul fait, j'arrive à :

$$\theta = \frac{1}{2} C (1 - 2n + \sin^2 h) + \frac{1}{8} C^2 \sin 2h \, (2{,}5 - 4n + \sin^2 h)$$

Dans les circonstances les plus exceptionnelles, où les deux points seraient à 100 kilomètres l'un de l'autre, par exemple, le terme en C^2 ne s'élèverait guère qu'à 1 seconde. Je le néglige donc. Je supposerai l'angle θ évalué en minutes comme dans les nivellements topographiques qui ne comportent pas une plus grande précision. Alors l'on a $C = 0',53901 \frac{K}{1000}$. J'ai pris pour rayon de l'arc C le rayon de courbure moyenne à notre latitude de $46\,^1/_2{}^\circ$. D'après cela, la formule qui est l'objet de cette note est la suivante, où le mètre est l'unité de longueur :

$$dN = K \operatorname{tang} \left\{ h + 0',2695\,(1 - 2n + \sin^2 h)\,\frac{K}{1000} \right\}$$

Voici une table des valeurs en minutes du coefficient de $\frac{K}{1000}$ suivant la hauteur angulaire et dans diverses hypothèses du coefficient de réfraction.

h	$n = 0,080$		$n = 0,075$		$n = 0,070$		$n = 0,065$		$n = 0,060$	
0°	0,226		0,229		0,232		0,234		0,237	
		2		2		2		2		2
5	0,228		0,231		0,234		0,236		0,239	
		6		6		6		7		6
10	0,234		0,237		0,240		0,243		0,245	
		10		10		10		9		10
15	0,244		0,247		0,250		0,252		0,255	
		14		14		13		14		14
20	0,258		0,261		0,263		0,266		0,269	
		16		16		17		17		16
25	0,274		0,277		0,280		0,283		0,285	
		20		19		19		19		20
30	0,294		0,296		0,299		0,302		0,305	

En discutant les divers cas qui peuvent se présenter, je crois qu'avec un instrument ne donnant que la minute ou la demi-minute, on peut se borner à la formule usuelle :

$$dN = K \operatorname{tang} \left(h + 0',24\,\frac{K}{1000} \right)$$

Cette formule a certainement des avantages de simplicité et de précision sur celle usitée en topographie et peut s'étendre beaucoup plus loin.

Il y a 9 ans que j'avais eu l'occasion de communiquer ces idées à M. Quiquandon, commandant la brigade topographique du génie français et auteur d'un excellent traité sur la matière. J'ignore ce qu'il en sera advenu ; mais ce n'est que dernièrement que, reprenant ce sujet, je suis arrivé à la formule dont j'ai l'honneur d'entretenir la Société vaudoise des sciences naturelles.