Théorie mathématique de la richesse sociale

THÉORIE MATHÉMATIQUE DE LA RICHESSE SOCIALE

par

Léon WALRAS,

Professeur d'économie politique à l'Académie de Lausanne.

Les deux mémoires suivants font partie d'une série de quatre mémoires, intitulés respectivement: *Principe d'une théorie mathématique de l'échange* — *Equations de l'échange* — *Equations de la production* — *Equations de la capitalisation*, dont le premier, lu en août 1873 à l'Académie des sciences morales et politiques, à Paris, et reproduit dans le numéro de janvier 1874 du *Compte-rendu des séances et travaux* de cette Académie, ainsi que dans le numéro d'avril suivant du *Journal des Economistes*, a été analysé dans une lettre insérée au N° 70 du *Bulletin* de la Société vaudoise des sciences naturelles, à Lausanne, et dont les trois derniers, communiqués dans le courant de l'hiver de 1875-1876 à cette Société, seront publiés dans le présent numéro et dans le numéro suivant du *Bulletin*.

Les deux premiers mémoires de cette série résument la première partie de mes *Eléments d'économie politique pure* qui a paru il y a deux ans. Les deux derniers résument la seconde partie du même ouvrage qui paraîtra, je l'espère, l'année prochaine. Diverses circonstances, parmi lesquelles ma désignation comme recteur de l'Académie de Lausanne et un état de santé peu satisfaisant, ayant retardé la publication de cette seconde partie, je me suis décidé, pour plusieurs motifs, à y suppléer par celle de ces quatre mémoires. Cette question de l'application des mathématiques à l'économie politique, relativement à laquelle je ne connaissais, il y trois ans, que quelques tentatives ou complétement ignorées ou complétement oubliées, est, à cette heure, une question fort étudiée par des savants très distingués en Angleterre, en Suisse, en Hollande, en Italie, en Allemagne, en Danemark, en Hongrie. Ce fait est à ma connaissance personnelle et résulte pour moi d'une correspondance particulière qui s'étend de jour en jour. Dans une telle conjoncture, je n'ai pas cru devoir tarder plus longtemps, je l'avouerai tout d'abord, à prendre date pour les résultats acquis de mes recherches. Ayant déjà dû restituer à M. le professeur Jevons, de Manchester, la priorité de la courbe d'utilité et de l'équation de satisfaction maximum, j'ai désiré m'assurer celle des autres formules ou théorèmes auxquels je suis parvenu. D'autre part, il m'a paru qu'une théorie mathématique complète de la richesse sociale, c'est-à-dire une théorie mathématique complète de la détermination : 1° des prix des produits, 2° des prix des revenus producteurs ou des fermages, salaires et intérêts, et 3° du taux du revenu net et, par suite, des prix des capitaux producteurs, qui serait réduite à ses éléments essentiels et débarrassée de toute discussion économique ou mathématique, serait tout-à-fait propre à retenir et à fixer l'attention des esprits éminents qui, en Europe, se préoccupent actuellement d'introduire une méthode rigoureuse dans la science du bien-être de l'humanité. Enfin, et pour tout dire, j'ai voulu aussi donner satisfaction à M. le professeur Boccardo, de Gênes, qui, consacrant un volume de sa *Biblioteca dell' Economista* aux essais d'application des mathématiques à l'économie politique, m'avait exprimé le désir d'y faire figurer ma théorie.

Tels sont les divers buts que je me suis proposés en complétant la série de ces mémoires, et je remercie la Société vaudoise des sciences naturelles qui, en accueillant mes communications parmi celles de sa section mathématique, m'a permis de les atteindre de la manière la plus prompte et la plus facile.

L. W.

Château de Glérolles, par St-Saphorin, Vaud (Suisse).
8 août 1876.

ÉQUATIONS DE L'ÉCHANGE.

I.

L'idée de l'application des mathématiques aux sciences physiques est une idée que plusieurs savants ont mise à profit dans les temps anciens et modernes, mais de laquelle Descartes est le premier qui se soit bien rendu compte. Il résulte clairement d'un passage du *Discours de la Méthode* que Descartes considère comme sciences mathématiques toutes celles qui traitent de faits de quantité, c'est-à-dire de grandeurs susceptibles d'être soit exprimées en nombre, soit représentées par des figures, et qui, pour cette raison, peuvent et doivent être élaborées soit dans le langage de la science des nombres ou de l'algèbre, et grâce à la connaissance des propriétés des nombres, soit dans le langage de la science des figures ou de la géométrie, et grâce à la connaissance des propriétés des figures. La célèbre application de l'algèbre à la géométrie n'est qu'une conséquence particulière de cette vue d'ensemble de l'illustre mathématicien philosophe. La géométrie traite des figures qui sont des grandeurs susceptibles d'être exprimées en nombres; donc elle peut elle-même être élaborée dans le langage de la science des nombres, et grâce à la connaissance des propriétés des nombres; donc elle est la première science à laquelle on peut appliquer l'algèbre, ce qui donne la géométrie analytique. Mais viennent ensuite la mécanique qui traite du mouvement des corps en général, l'astronomie qui traite du mouvement des corps célestes en particulier, si ce mouvement est susceptible de s'exprimer en nombres ou de se représenter par des figures, on pourra aussi bien appliquer les mathématiques : algèbre, géométrie, géométrie analytique, à la mécanique, à l'astronomie. C'est ce qu'avant Descartes avait déjà fait Galilée ; c'est ce qu'après lui ont encore fait Huyghens, Newton, Laplace.

Comme la mécanique traite du *mouvement*, des *vitesses*, etc., l'économie politique pure, telle que nous l'avons définie, traite de l'*échange*, des *prix:* prix des produits, prix des services producteurs, etc. Les prix sont les rapports inverses des quantités de marchandise échangées ; ce sont des grandeurs susceptibles d'être soit exprimées en nombres, soit représentées par des figures. Les éléments nécessaires et suffisants de ces prix, tels que nous les avons reconnus, l'*utilité*, la *quantité possédée* des marchandises, sont dans le même cas. Donc il est possible d'appliquer les mathématiques à l'économie politique pure comme à la mécanique et à l'astronomie, c'est-à-dire d'élaborer l'économie politique pure comme la mécanique et l'astronomie dans le langage soit de la science des nombres, soit de la science des figures, en se servant des propriétés connues des nombres ou des figures. Et si c'est là une chose que l'on peut faire, c'est par cela même une chose que l'on doit faire. Tel est le caractère, telle est la portée de l'application des mathématiques à l'économie politique

Pour étudier l'échange de deux marchandises entre elles, nous avons procédé surtout dans la forme géométrique, c'est-à-dire en représentant les prix et leurs éléments par des figures, et par voie de réduction ou d'analyse, c'est-à-dire en remontant des prix à leurs éléments.

Pour étudier à présent l'échange de plusieurs marchandises entre elles, nous procéderons surtout dans la forme algébrique, c'est-à-dire en exprimant les prix et leurs éléments en nombres, et par voie de déduction ou de synthèse, c'est-à-dire en allant des éléments des prix aux prix eux-mêmes.

Soient donc, à présent, m marchandises (A), (B), (C), (D)... sur un marché régi par la libre concurrence. Il y a des porteurs de (A) qui ont une quantité déterminée de (A), mais qui n'ont ni (B), ni (C), ni (D)... et qui sont désireux de garder une certaine quantité de leur (A) pour eux, et disposés à en céder une certaine quantité en échange de (B), de (C), de (D)... Il y a des porteurs de (B) qui sont dans des dispositions analogues, et ainsi de suite. Prenant, par exemple, un porteur de (A) entre tous, de quoi dépendront les quantités de (B), de (C), de (D)... qu'il demandera? Des prix de (B), de (C), de (D)... en (A). Et la demande effective qu'il fera de chacune de ces marchandises dépendra non-seulement du prix de cette marchandise, mais aussi des prix de toutes les autres. Assurément nous sommes forcés de reconnaître que la détermination de la demande de (B) en (A) ne peut se faire sans la connaissance des prix de (C), de (D)... en (A), aussi bien que du prix de (B) en (A); mais on est aussi forcé de convenir que les prix de (B), de (C), de (D)... en (A) étant tous connus, la demande de (B) en (A) est susceptible d'être déterminée par cela même. Ainsi chacune des demandes partielles de (B), de (C), de (D)... en (A) est une fonction de plusieurs variables qui sont les prix de (B), de (C), de (D)... en (A). $d_{b,a}$ étant une de ces demandes partielles, $p_{b,a}$, $p_{c,a}$, $p_{d,a}$... étant ces prix, cette circonstance s'exprime algébriquement par l'équation

$$d_{b,a} = f_{b,a}\,(p_{b,a}\,,\ p_{c,a}\,,\ p_{d,a}\ \ldots)$$

dans le premier membre de laquelle la *fonction* $d_{b,a}$ figure seule, et dans le second membre de laquelle il faut se représenter les *variables* $p_{b,a}$, $p_{c,a}$, $p_{d,a}$... comme engagées, dans un ou plusieurs termes, en des combinaisons d'addition, soustraction, multiplication, division, etc., etc., de telle sorte que, ces variables venant à être remplacées par tels ou tels *prix* de (B), de (C), de (D)... en (A), il en résulte mathématiquement, comme valeur de la fonction, la *quantité effectivement demandée* de (B) par un porteur de (A) à ces prix. De même pour les demandes partielles de (C), de (D)... en (A) par le même porteur. De même pour les demandes partielles de (B), de (C), de (D)... par les autres porteurs de (A). De même aussi pour chacune des demandes partielles de (A), de (C), de (D)... en (B), et ainsi de suite. On voit que, dans le cas de l'échange de plusieurs marchandises entre elles, les dispositions à l'enchère de chaque échangeur ne sont plus susceptibles d'être représentées géométriquement par des courbes, et cela à cause du nombre des variables ; mais elles sont toujours susceptibles d'être exprimées algébriquement par des équations. C'est pourquoi nous passons forcément du mode géométrique au mode algébrique. Ce mode étant adopté, nous avons toujours à montrer, pour plusieurs marchandises comme pour deux : 1° Comment les prix courants ou d'équilibre résultent des équations de demande ; et 2° Comment les équations de demande résultent elles-mêmes de l'utilité et de la quantité des marchandises. Nous résoudrons ici le second de ces deux problèmes avant le premier, et c'est en quoi nous substituerons la méthode de déduction à la méthode de réduction.

II

Le premier problème que nous avons à résoudre est celui-ci : — *Etant données* m *marchandises* (A), (B). (C), (D)... *et l'utilité de chacune de ces marchandises pour chacun des échangeurs, ainsi que la quantité de chacune d'elles possédée par chacun des porteurs, déterminer les équations de demande.*

Soit, par exemple, un porteur de (A). L'expression mathématique de la *quantité* de (A) *possédée* par ce porteur n'offre aucune difficulté : nous la désignerons par q_a. Quant à l'expression mathématique de l'*utilité* de (A), (B), (C), (D)... pour cet échangeur, après nos explications précédentes, elle n'en offre pas davantage. Géométriquement nous représenterions ces utilités par des courbes de besoin de (A), (B), (C), (D) .. pour l'individu dont il s'agit, les ordonnées correspondant aux *quantités possédées*, et les abscisses correspondant aux *raretés* ou aux *intensités des derniers besoins satisfaits* par ces quantités. Donc algébriquement nous exprimerons ces utilités par des équations qui seront celles des courbes de besoin ci-dessus. Nous supposerons ces équations résolues par rapport aux raretés, c'est-à-dire donnant les raretés en fonction des quantités possédées Nous aurons ainsi les équations : $r = \varphi_a(q)$, $r = \varphi_b(q)$, $r = \varphi_c(q)$, $r = \varphi_d(q)$... dans le premier membre desquelles la fonction r figure seule, et dans le second membre desquelles il faut se représenter la variable q comme engagée, dans un ou plusieurs termes, en des combinaisons d'addition, soustraction, multiplication, division, etc., etc., de telle sorte que, cette variable venant à être remplacée par telle ou telle quantité possédée de (A), (B), (C), (D)... il en résulte mathématiquement, comme valeur de la fonction, l'intensité du dernier besoin satisfait, ou la rareté, de (A), (B), (C), (D)... pour cette quantité. Les abscisses des courbes étant décroissantes pour des ordonnées croissantes, les dérivées des fonctions par rapport à leurs variables sont négatives. L'*utilité effective*, ou la *somme des besoins satisfaits* par une *quantité possédée* de marchandise, étant représentée par les aires des courbes, sera exprimée par les intégrales définies des fonctions. Ces dernières données, au surplus, ne sont pas indispensables, et les précédentes vont nous suffire pour établir l'équation de demande de (B) en (A) par un porteur quelconque de (A).

Cet homme donne une certaine quantité de (A) pour une certaine quantité $d_{b,a}$ de (B), à un certain prix $p_{b,a}$ de (B) en (A), une certaine quantité de (A) pour une certaine quantité $d_{c,a}$ de (C), à un certain prix $p_{c,a}$ de (C) en (A), une certaine quantité de (A) pour une certaine quantité $d_{d,a}$ de (D), à un certain prix $p_{d,a}$ de (D) en (A)... et ainsi de suite. Soit x la quantité totale de (A) ainsi donnée contre (B), (C), (D)... et, par conséquent, $q_a - x$ la quantité gardée, on a d'abord l'équation

$$x = d_{b,a}\, p_{b,a} + d_{c,a}\, p_{c,a} + d_{d,a}\, p_{d,a} + \ldots$$

et, par conséquent, l'équation

$$q_a - x = q_a - d_{b,a}\, p_{b,a} - d_{c,a}\, p_{c,a} - d_{d,a}\, p_{d,a} - \ldots$$

Mais, pour plusieurs marchandises comme pour deux, nous pouvons poser en fait que la demande est déterminée par la condition de satisfaction maximum des besoins ou de maximum de l'utilité effective. Et, pour plusieurs marchandises comme pour deux, nous pouvons énoncer aussi que cette condition est que *le rapport des* *raretés,* ou des intensités des derniers besoins satisfaits, après l'échange, *soit égal au prix.* En effet, si le rapport de la rareté de (B) à la rareté de (A), après l'échange, n'était pas égal au prix $p_{b,a}$ de (B) en (A), s'il était supérieur ou inférieur, il y aurait, en vertu de la condition de satisfaction maximum telle qu'elle a été établie dans le cas de l'échange de deux marchandises entre elles, avantage à échanger encore une certaine quantité de (A) contre une certaine quantité de (B), ou à restituer une certaine quantité de (B) contre une certaine quantité de (A). En d'autres termes, la limite n'aurait pas été atteinte ou elle aurait été dépassée. Le même raisonnement montrerait que le rapport de la rareté de (C) à la rareté de (A), après l'échange, doit être égal au prix $p_{c,a}$ de (C) en (A), que le rapport de la rareté de (D) à la rareté de (A) doit être égal au prix $p_{d,a}$ de (D) en (A)... et ainsi de suite. Soient donc $r_a = \varphi_a\ (q_a - x)$, $r_b = \varphi_b\ (d_{b,a})$, $r_c = \varphi_c\ (d_{c,a})$, $r_d = \varphi_d\ (d_{d,a})$... les raretés de (A), (B), (C), (D)... après l'échange, on a les équations

$$\varphi_b\,(d_{b,a}) = p_{b,a}\,\varphi_a\,(q_a - x)$$

$$= p_{b,a}\,\varphi_a\,(q_a - d_{b,a}\,p_{b,a} - d_{c,a}\,p_{c,a} - d_{d,a}\,p_{d,a} - \ldots),$$

$$\varphi_c\,(d_{c,a}) = p_{c,a}\,\varphi_a\,(q_a - x)$$

$$= p_{c,a}\,\varphi_a\,(q_a - d_{b,a}\,p_{b,a} - d_{c,a}\,p_{c,a} - d_{d,a}\,p_{d,a} - \ldots),$$

$$\varphi_d\,(d_{d,a}) = p_{d,a}\,\varphi_a\,(q_a - x)$$

$$= p_{d,a}\,\varphi_a\,(q_a - d_{b,a}\,p_{b,a} - d_{c,a}\,p_{c,a} - d_{d,a}\,p_{d,a} - \ldots),$$

. . . .

soit $m - 1$ équations entre lesquelles on peut éliminer

$m-2$ inconnues telles que $d_{c,a}$, $d_{d,a}$ ... pour avoir $d_{b,a}$, ou $m-2$ inconnues telles que $d_{b,a}$, $d_{d,a}$ ... pour avoir $d_{c,a}$, ou $m-2$ inconnues telles que $d_{b,a}$, $d_{c,a}$ ... pour avoir $d_{d,a}$ ... en fonction de $p_{b,a}$, $p_{c,a}$, $p_{d,a}$ ... C'est ainsi qu'à tout système de prix de (B), (C), (D) ... en (A) correspondra, pour un porteur quelconque de (A), un système de demandes de (B), (C), (D) ... en (A) qui lui donnera la satisfaction maximum, et c'est ainsi, par conséquent, que se déterminera l'équation de demande partielle de chaque marchandise en fonction des prix de toutes.

III

Le second problème que nous avons à résoudre est celui-ci : — *Etant données* m *marchandises* (A), (B), (C), (D) ... *et les équations de demande de chacune de ces marchandises en chacune des autres, déterminer les prix respectifs d'équilibre.*

En additionnant purement et simplement les équations de demande partielle, on aurait les $m-1$ équations de demande totale de (B), (C), (D) ... en (A),

$$[1] \quad \begin{aligned} D_{b,a} &= F_{b,a}\,(p_{b,a}\,,\ p_{c,a}\,,\ p_{d,a}\ \ldots), \\ D_{c,a} &= F_{c,a}\,(p_{b,a}\,,\ p_{c,a}\,,\ p_{d,a}\ \ldots), \\ D_{d,a} &= F_{d,a}\,(p_{b,a}\,,\ p_{c,a}\,,\ p_{d,a}\ \ldots), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

On aurait de même les $m-1$ équations de demande totale de (A), (C), (D) ... en (B),

$$D_{a,b} = F_{a,b}\,(p_{a,b}\,,\ p_{c,b}\,,\ p_{d,b}\ \ldots),$$

$$[1] \quad \begin{aligned} D_{c,b} &= F_{c,b}\,(p_{a,b}\,,\ p_{c,b}\,,\ p_{d,b}\ \ldots), \\ D_{d,b} &= F_{d,b}\,(p_{a,b}\,,\ p_{c,b}\,,\ p_{d,b}\ \ldots), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

les $m - 1$ équations de demande totale de (A), (B), (D) ... en (C),

$$[1] \quad \begin{aligned} D_{a,c} &= F_{a,c}\,(p_{a,c}\,,\ p_{b,c}\,,\ p_{d,c}\ \ldots), \\ D_{b,c} &= F_{b,c}\,(p_{a,c}\,,\ p_{b,c}\,,\ p_{d,c}\ \ldots), \\ D_{d,c} &= F_{d,c}\,(p_{a,c}\,,\ p_{b,c}\,,\ p_{d,c}\ \ldots), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

les $m - 1$ équations de demande totale de (A), (B), (C) ... en (D),

$$[1] \quad \begin{aligned} D_{a,d} &= F_{a,d}\,(p_{a,d}\,,\ p_{b,d}\,,\ p_{c,d}\ \ldots), \\ D_{b,d} &= F_{b,d}\,(p_{a,d}\,,\ p_{b,d}\,,\ p_{c,d}\ \ldots), \\ D_{c,d} &= F_{c,d}\,(p_{a,d}\,,\ p_{b,d}\,,\ p_{c,d}\ \ldots), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

et ainsi de suite, soit $m\,(m - 1)$ équations de demande.

Les prix d'équilibre sont ceux pour lesquels *la demande totale effective est égale à l'offre totale effective.* A cet égard, et l'offre effective d'une marchandise contre une autre étant toujours égale à la demande effective de cette autre multipliée par son prix en la première, nous avons les $m - 1$ équations d'échange de (A) contre (B), (C), (D) ...

$$D_{b,a}\,p_{b,a} = D_{a,b}\,, \qquad D_{c,a}\,p_{c,a} = D_{a,c}\,, \qquad D_{d,a}\,p_{d,a} = D_{a,d}\ \ldots$$

les $m-1$ équations d'échange de (B) contre (A), (C), (D) ...

$$D_{a,b}\, p_{a,b} = D_{b,a}\,, \qquad D_{c,b}\, p_{c,b} = D_{b,c}\,, \qquad D_{d,b}\, p_{d,b} = D_{b,d} \ \ldots$$

les $m-1$ équations d'échange de (C) contre (A), (B), (D) ...

$$D_{a,c}\, p_{a,c} = D_{c,a}\,, \qquad D_{b,c}\, p_{b,c} = D_{c,b}\,, \qquad D_{d,c}\, p_{d,c} = D_{c,d} \ \ldots$$

les $m-1$ équations d'échange de (D) contre (A), (B), (C) ...

$$D_{a,d}\, p_{a,d} = D_{d,a}\,, \qquad D_{b,d}\, p_{b,d} = D_{d,b}\,, \qquad D_{c,d}\, p_{c,d} = D_{d,c} \ \ldots$$

et ainsi de suite, soit $m\,(m-1)$ équations d'échange contenant implicitement $\frac{m\,(m-1)}{2}$ équations de réciprocité des prix. Ces $m\,(m-1)$ équations d'échange jointes aux $m\,(m-1)$ équations de demande forment un total de $2m\,(m-1)$ équations. Or nous avons précisement dans la question $2m\,(m-1)$ inconnues, savoir les $m\,(m-1)$ prix des m marchandises les unes en les autres et les $m\,(m-1)$ quantités totales de ces m marchandises échangées les unes contre les autres.

IV

Le problème de l'échange de plusieurs marchandises entre elles paraît résolu. Il ne l'est pourtant qu'à moitié. Dans les conditions ci-dessus définies, il y aurait bien, sur le marché, un certain équilibre des marchandises deux à deux; mais ce ne serait là qu'un équilibre imparfait. *L'équilibre* parfait ou *général du marché n'a lieu que si le prix de deux marchandises quelconques l'une en l'autre est égal au rapport des prix de l'une et l'autre en une troisième quelconque.* C'est ce qu'il faut démontrer. Pour cela, prenons trois marchandises entre toutes (A), (B) et (C), par exemple; supposons que le prix $p_{c,b}$ soit plus grand ou plus petit que le rapport des prix $p_{c,a}$, $p_{b,a}$; et voyons ce qui arrivera.

Nous imaginerons, pour bien fixer les idées, que le lieu qui sert de marché pour l'échange de toutes les marchandises (A), (B), (C), (D) ... entre elles ait été divisé en autant de parties qu'il se fait d'échanges de marchandises deux à deux, soit en $\frac{m\,(m-1)}{2}$ marchés spéciaux désignés par des écriteaux sur lesquels on aurait indiqué le nom des marchandises qui s'échangent et le prix d'échange déterminé mathématiquement en vertu du système d'équations ci-dessus. Ainsi: « Echange de (A) contre (B) et de (B) contre (A) aux prix réciproques $p_{a,b}$, $p_{b,a}$; » — « Echange de (A) contre (C) et de (C) contre (A) aux prix réciproques $p_{a,c}$, $p_{c,a}$; » — « Echange de (B) contre (C) et de (C) contre (B) aux prix réciproques $p_{b,c}$, $p_{c,b}$. » Cela posé, si chaque porteur de (A) qui veut du (B) et du (C) se bornait à échanger son (A) contre ce (B) et ce (C) sur les deux premiers marchés spéciaux, si chaque porteur de (B) qui veut de l'(A) et du (C) se bornait à échanger son (B) contre cet (A) et ce (C) sur le premier et le troisième, si chaque porteur de (C) qui veut de l'(A) et du (B) se bornait à échanger son (C) contre cet (A) et ce (B) sur les deux derniers, l'équilibre se maintiendrait tel quel. Mais il est facile de faire voir que ni les porteurs de (A), ni ceux de (B), ni ceux de (C) ne se borneront à ces deux échanges; ils en voudront faire un troisième.

Pour un porteur de (A), qui a gardé $q_a - x$ de (A) et obtenu $d_{b,a}$ de (B) et $d_{c,a}$ de (C), on a les deux équations

$$\varphi_b\,(d_{b,a}) = p_{b,a}\,\varphi_a\,(q_a - x),$$

$$\varphi_c\,(d_{c,a}) = p_{c,a}\,\varphi_a\,(q_a - x),$$

exprimant l'égalité de chacun des rapports de la rareté de (B) et de la rareté de (C) à la rareté de (A) avec chacun des prix de (B) et de (C) en (A), après l'échange, qui est la condition de la satisfaction maximum. Or on tire de ces équations

$$\varphi_c(d_{c,a}) = \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}} \varphi_b(d_{b,a}) ;$$

d'où, si on suppose, par exemple, $p_{c,b} > \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$,

$$\varphi_c(d_{c,a}) < p_{c,b} \varphi_b(d_{b,a});$$

ce qui indique qu'il y a avantage pour notre individu, après avoir fait ses deux premiers échanges sur les marchés (A, B), (A, C), à aller sur le marché (B, C) vendre du (C) en achetant du (B) au prix $p_{c,b}$ de (C) en (B). En vertu de la théorie de la détermination des prix courants d'équilibre, telle qu'elle a été établie dans le cas de l'échange de deux marchandises entre elles, cette opération troublera l'équilibre du marché (B, C) en y rendant l'offre de (C) supérieure à la demande; et cet équilibre, ainsi troublé, ne pourra se rétablir que par une baisse de $p_{c,b}$.

De l'inégalité $p_{c,b} > \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$, on tire, en vertu de l'égalité $p_{b,a} = \frac{1}{p_{a,b}}$, $p_{c,a} < \frac{p_{c,b}}{p_{a,b}}$. Dès lors, on démontrerait aussi qu'il y a avantage, pour un porteur de (B), après avoir fait ses deux premiers échanges sur les marchés (A, B), (B, C), à aller sur le marché (A, C) acheter du (C) en vendant de l'(A) au prix $p_{c,a}$ de (C) en (A). Cette opération troublera l'équilibre du marché (A, C) en rendant la demande de (C) supérieure à l'offre, et cet équilibre ne pourra se rétablir que par une hausse de $p_{c,a}$.

Enfin, de l'inégalité $p_{c,b} > \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$, on tire encore, en vertu de l'égalité $p_{c,a} = \frac{1}{p_{a,c}}$ et de l'égalité $p_{b,c} = \frac{1}{p_{c,b}}$, $p_{b,a} > \frac{p_{b,c}}{p_{a,c}}$. Dès lors, on démontrerait, toujours de la même manière, qu'il y a avantage pour un porteur de (C), après avoir fait ses deux premiers échanges sur les marchés (A, C), (B, C), à aller sur le marché (A, B) vendre du (B) en achetant de l'(A) au prix $p_{b,a}$ de (B) en (A). Cette opération troublera l'équilibre du marché (A, B) en rendant l'offre de (B) supérieure à la demande, et cet équilibre ne pourra se rétablir que par une baisse de $p_{b,a}$.

On voit par là que, dans le cas où $p_{c,b}$ est $> \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$, l'équilibre du marché n'est pas définitif ou général, et qu'il s'y fait des échanges complémentaires dont le résultat est une baisse de $p_{c,b}$, une hausse de $p_{c,a}$ et une baisse de $p_{b,a}$. On voit en même temps que, dans le cas où $p_{c,b}$ serait $< \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$, il se ferait, sur le marché, des échanges complémentaires dont le résultat serait une hausse de $p_{c,b}$, une baisse de $p_{c,a}$ et une hausse de $p_{b,a}$. D'ailleurs il est assez clair que ce qui a été dit des prix de (A), (B) et (C) peut se dire aussi des prix de trois marchandises quelconques. Si donc on voulait que les échanges complémentaires n'eussent pas lieu, et que l'équilibre des marchandises deux à deux sur le marché fût général, il faudrait introduire la condition que le prix de deux marchandises quelconques l'une en l'autre fût égal au rapport des prix de l'une et l'autre en une troisième quelconque, c'est-à-dire qu'il faudrait poser les équations suivantes :

$$
[3]\quad
\begin{array}{llll}
p_{a,b} = \dfrac{1}{p_{b,a}}, & p_{c,b} = \dfrac{p_{c,a}}{p_{b,a}}, & p_{d,b} = \dfrac{p_{d,a}}{p_{b,a}} & \ldots \\[2ex]
p_{a,c} = \dfrac{1}{p_{c,a}}, & p_{b,c} = \dfrac{p_{b,a}}{p_{c,a}}, & p_{d,c} = \dfrac{p_{d,a}}{p_{c,a}} & \ldots \\[2ex]
p_{a,d} = \dfrac{1}{p_{d,a}}, & p_{b,d} = \dfrac{p_{b,a}}{p_{d,a}}, & p_{c,d} = \dfrac{p_{c,a}}{p_{d,a}} & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots
\end{array}
$$

et ainsi de suite, soit, en tout, $(m-1)(m-1)$ équations d'équilibre général, contenant implicitement $\dfrac{m(m-1)}{2}$ équations de réciprocité des prix.

Mais cette introduction de $(m-1)(m-1)$ équations de condition exige que notre système précédent d'équations de demande et d'échange soit diminué d'un nombre d'équations égal. C'est ce qui se fait précisement, dans le cas de la substitution aux marchés spéciaux d'un marché général, par la substitution aux équations d'échange indiquant l'égalité de l'offre et de la demande de chaque marchandise contre chacune des autres séparément des équations d'échange suivantes indiquant l'égalité de l'offre et de la demande de chaque marchandise contre toutes les autres ensemble:

$$
[2]\quad
\begin{array}{l}
D_{b,a}\,p_{b,a} + D_{c,a}\,p_{c,a} + D_{d,a}\,p_{d,a} + \ldots = D_{a,b} + D_{a,c} + D_{a,d} + \ldots \\[1.5ex]
D_{a,b}\,p_{a,b} + D_{c,b}\,p_{c,b} + D_{d,b}\,p_{d,b} + \ldots = D_{b,a} + D_{b,c} + D_{b,d} + \ldots \\[1.5ex]
D_{a,c}\,p_{a,c} + D_{b,c}\,p_{b,c} + D_{d,c}\,p_{d,c} + \ldots = D_{c,a} + D_{c,b} + D_{c,d} + \ldots \\[1.5ex]
D_{a,d}\,p_{a,d} + D_{b,d}\,p_{b,d} + D_{c,d}\,p_{c,d} + \ldots = D_{d,a} + D_{d,b} + D_{d,c} + \ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}
$$

et ainsi de suite, soit m équations. Mais ces m équations se réduisent à $m-1$. En effet, en y introduisant les valeurs des prix en (A) tirées des équations d'équilibre général, et désignant plus simplement par p_b, p_c, p_d ... les prix de (B), (C), (D) ... en (A), elles deviennent

$$D_{b,a}p_b + D_{c,a}p_c + D_{d,a}p_d + \ldots = D_{a,b} + D_{a,c} + D_{a,d} + \ldots$$

$$D_{a,b}\frac{1}{p_b} + D_{c,b}\frac{p_c}{p_b} + D_{d,b}\frac{p_d}{p_b} + \ldots = D_{b,a} + D_{b,c} + D_{b,d} + \ldots$$

$$D_{a,c}\frac{1}{p_c} + D_{b,c}\frac{p_b}{p_c} + D_{d,c}\frac{p_d}{p_c} + \ldots = D_{c,a} + D_{c,b} + D_{c,d} + \ldots$$

$$D_{a,d}\frac{1}{p_d} + D_{b,d}\frac{p_b}{p_d} + D_{c,d}\frac{p_c}{p_d} + \ldots = D_{d,a} + D_{d,b} + D_{d,c} + \ldots$$

. . . .

Et si, alors, on additionne ensemble les $m-1$ dernières, après avoir multiplié les deux membres de la première par p_b, de la seconde par p_c, de la troisième par p_d ... et qu'on retranche de part et d'autre les termes identiques, on retombe sur la première équation du systéme. Cette première peut donc être négligée et le système réduit aux $m-1$ suivantes. Celles-ci demeurent alors comme $m-1$ équations d'échange qui, jointes aux $m(m-1)$ équations de demande et aux $(m-1)(m-1)$ équations d'équilibre général, forment un total de $2m(m-1)$ équations dont les racines sont les $m(m-1)$ prix des m marchandises les unes en les autres et les $m(m-1)$ quantités totales de ces m marchandises échangées les unes contre les autres. Voilà comment, les équations de demande étant données, les prix en résultent mathématiquement. Reste seulement à montrer, et c'est là le point essentiel, que ce même problème de l'échange dont nous venons de fournir la solution théorique est aussi celui qui se résout pratiquement sur le marché par le mécanisme de la libre concurrence.

V

Et d'abord, sur le marché, on réduit précisement, par l'adoption d'un numéraire, les $m\ (m-1)$ prix des m marchandises entre elles aux $m-1$ prix de $m-1$ d'entre elles en la $m^{\text{ième}}$. Celle-ci est le numéraire; et, quant aux $(m-1)\ (m-1)$ prix des autres entre elles, ils sont censés égaux aux rapports des prix des marchandises en le numéraire, conformément à la condition d'équilibre général et au système [3] d'équations. Soient p'_b, p'_c, $p'_d \ldots$ $m-1$ prix de (B), (C), (D) ... en (A) ainsi criés au hasard.

A ces prix, ainsi criés, chaque échangeur détermine sa demande de chacune des marchandises en celle dont il est porteur. Cela se fait après réflexion, sans calcul, mais exactement comme cela se ferait par le calcul conformément à la condition de satisfaction maximum et au système [1] d'équations. Soient $D'_{b,a}$, $D'_{c,a}$, $D'_{d,a} \ldots D'_{a,b}$, $D'_{c,b}$, $D'_{d,b} \ldots$ $D'_{a,c}$, $D'_{b,c}$, $D'_{d,c} \ldots$ $D'_{a,d}$, $D'_{b,d}$, $D'_{c,d} \ldots$ les $m\ (m-1)$ demandes totales correspondant aux prix p'_b, p'_c, $p'_d \ldots$

Des demandes effectives de toutes les marchandises en chacune d'elles, se déduit toujours l'offre effective de chacune d'elles contre toutes en vertu de ce fait que l'offre effective d'une marchandise contre une autre est égale à la demande effective de cette autre multipliée par son prix en la première. C'est ainsi qu'il se produit une offre de (B)

$$D'_{a,b}\frac{1}{p'_b} + D'_{c,b}\frac{p'_c}{p'_b} + D'_{d,b}\frac{p'_d}{p'_b} + \ldots$$

en même temps qu'il se produit une demande de (B)

$$D'_{b,a} + D'_{b,c} + D'_{b,d} + \dots$$

C'est ainsi qu'il se produit une offre de (C)

$$D'_{a,c} \frac{1}{p'_c} + D'_{b,c} \frac{p'_b}{p'_c} + D'_{d,c} \frac{p'_d}{p'_c} + \dots$$

en même temps qu'il se produit une demande de (C)

$$D'_{c,a} + D'_{c,b} + D'_{c,d} + \dots$$

C'est ainsi qu'il se produit une offre de (D)

$$D'_{a,d} \frac{1}{p'_d} + D'_{b,d} \frac{p'_b}{p'_d} + D'_{c,d} \frac{p'_c}{p'_d} + \dots$$

en même temps qu'il se produit une demande de (D)

$$D'_{d,a} + D'_{d,b} + D'_{d,c} + \dots$$

et ainsi de suite.

Si l'offre et la demande de chaque marchandise sont égales, c'est-à-dire si on a

$$D'_{a,b} \frac{1}{p'_b} + D'_{c,b} \frac{p'_c}{p'_b} + D'_{d,b} \frac{p'_d}{p'_b} + \dots = D'_{b,a} + D'_{b,c} + D'_{b,d} + \dots$$

$$D'_{a,c} \frac{1}{p'_c} + D'_{b,c} \frac{p'_b}{p'_c} + D'_{d,c} \frac{p'_d}{p'_c} + \dots = D'_{c,a} + D'_{c,b} + D'_{c,d} + \dots$$

$$D'_{a,d} \frac{1}{p'_d} + D'_{b,d} \frac{p'_b}{p'_d} + D'_{c,d} \frac{p'_c}{p'_d} + \dots = D'_{d,a} + D'_{d,b} + D'_{d,c} + \dots$$

. . . .

l'échange se fait à ces prix conformément à la condition d'égalité de l'offre et de la demande et du système [2] d'équations, et le problème est résolu. Mais généralement l'offre et la demande de chaque marchandises seront inégales. Ce cas échéant, que fait-on sur le marché? Si c'est la demande qui est supérieure à l'offre, on fait la hausse du prix de la marchandise en numéraire; si c'est l'offre qui est supérieure à la demande, on fait la baisse. Que faut-il donc prouver pour établir que la solution théorique et la solution du marché sont identiques? Tout simplement que la hausse et la baisse sont un mode de résolution par tâtonnement du système [2] des équations d'échange.

Observons d'abord que, si l'on prend le système entier des m inégalités d'offre et de demande des m marchandises (A), (B), (C), (D)... aux prix p'_b, p'_c, p'_d ... en multipliant respectivement les deux membres des $m-1$ dernières par p'_b, p'_c, p'_d, soit

$$D'_{b,a}\, p'_b + D'_{c,a}\, p'_c + D'_{d,a}\, p'_d + \dots$$
$$\gtrless D'_{a,b} + D'_{a,c} + D'_{a,d} + \dots$$

$$D'_{a,b} + D'_{c,b}\, p'_c + D'_{d,b}\, p'_d + \dots$$
$$\gtrless D'_{b,a}\, p'_b + D'_{b,c}\, p'_b + D'_{b,d}\, p'_b + \dots$$

$$D'_{a,c} + D'_{b,c}\, p'_b + D'_{d,c}\, p'_d + \dots$$
$$\gtrless D'_{c,a}\, p'_c + D'_{c,b}\, p'_c + D'_{c,d}\, p'_c + \dots$$

$$D'_{a,d} + D'_{b,d}\, p'_b + D'_{c,d}\, p'_c + \dots$$
$$\gtrless D'_{d,a}\, p'_d + D'_{d,b}\, p'_d + D'_{d,c}\, p'_d + \dots$$

. . . .

et qu'on additionne d'une part tous les premiers membres entre eux, d'autre part tous les seconds membres entre eux, on a deux quantités identiques. Ceci doit être, vu que, sous cette forme, les premiers membres représentent l'équivalent en (A) des quantités offertes, et les seconds membres l'équivalent en (A) des quantités demandées de chacune des marchandises (A), (B), (C), (D) ... Or, à des prix quelconques criés au hasard, p'_b, p'_c, p'_d ... chaque échangeur offrant de sa marchandise une quantité équivalente à la somme des quantités qu'il demande des autres marchandises, il s'ensuit nécessairement que les quantités totales des marchandises offertes et les quantités totales des marchandises demandées sont équivalentes. Il s'ensuit aussi que si, aux prix p'_b, p'_c, p'_d ... la demande de certaines marchandises est supérieure à l'offre, l'offre de certaines autres marchandises sera supérieure à la demande, et réciproquement.

Maintenant, prenons l'expression

$$D'_{a,b}\frac{1}{p'_b} + D'_{c,b}\frac{p'_c}{p'_b} + D'_{d,b}\frac{p'_d}{p'_b} + \dots$$

$$\gtreqless D'_{b,a} + D'_{b,c} + D'_{b,d} + \dots$$

faisons abstraction de p'_c, p'_d . . . et cherchons, ces prix étant supposés déterminés, et p_b restant seul à déterminer, comment il faut faire varier p_b entre zéro et l'infini pour amener l'inégalité à l'égalité.

Le second membre représente la demande de (B) en (A), (C), (D) . . . Tous les termes sont des fonctions de p_b décroissantes quand p_b croît et croissantes quand p_b décroît. Lorsque p_b est nul, les quantités demandées sont celles nécessaires pour la satisfaction des besoins à discrétion. Lorsque p_b est infiniment grand, les quantités demandées sont nulles.

Le premier membre représente l'offre de (B) contre (A), (C), (D) . . . Tous les termes sont aussi des fonctions de

p_b, mais le rapport de leur variation à celle de p_b est plus complexe. Lorsque p_b est nul, les prix de (A), (C), (D)... en (B) sont infiniment grands ; les quantités demandées de (A), (C), (D) . . . par les porteurs de (B) sont nulles ; et, par conséquent, l'offre de (B) est nulle. p_b croissant, les prix de (A), (C), (D)... en (B) diminuent, autrement dit, (A), (C), (D)... deviennent moins chères par rapport à (B) ; la demande de (A), (C), (D) . . . en (B) se produit, ainsi que l'offre de (B) qui l'accompagne. Mais cette offre n'augmente pas indéfiniment. p_b croissant toujours, les prix de (A), (C), (D)... en (B) diminuent de plus en plus, autrement dit, (A), (C), (D)... deviennent de moins en moins chères par rapport à (B) ; la demande de (A), (C), (D) ... en (B) augmente, mais l'offre de (B) qui l'accompagne diminue. Enfin, lorsque p_b est infiniment grand, les prix de (A), (C), (D) . . . en (B) sont nuls, autrement dit, (A), (C), (D) . . . sont gratuites ; les quantités demandées de (A), (C), (D) ... par les porteurs de (B) sont celles nécessaires pour la satisfaction des besoins à discrétion, mais l'offre de (B) est nulle.

Dans ces conditions, et à moins que le second membre, qui représente la demande de (B), ne soit devenu nul avant que le premier, qui représente l'offre de (B), ait cessé de l'être, il existe une certaine valeur de p_b pour laquelle l'offre et la demande de (B) sont égales. Pour arriver à cette valeur, il faut augmenter p'_b si, au prix p'_b, la demande de (B) est supérieure à l'offre, et diminuer p'_b si, au prix p'_b, l'offre de (B) est supérieure à la demande. On obtient ainsi l'équation

$$\Delta'_{a,b}\frac{1}{p''_b}+\Delta'_{c,b}\frac{p'_c}{p''_b}+\Delta'_{d,b}\frac{p'_d}{p''_b}+\cdots$$
$$=\Delta'_{b,a}+\Delta'_{b,c}+\Delta'_{b,d}+\cdots$$

Cette opération effectuée, l'inégalité

$$D'_{a,c}\frac{1}{p'_c}+D'_{b,c}\frac{p'_b}{p'_c}+D'_{d,c}\frac{p'_d}{p'_c}+\ldots$$

$$\gtrless D'_{c,a}+D'_{c,b}+D'_{c,d}+\ldots$$

est devenue

$$\Delta'_{a,c}\frac{1}{p'_c}+\Delta'_{b,c}\frac{p''_b}{p'_c}+\Delta'_{d,c}\frac{p'_d}{p'_c}+\ldots$$

$$\gtrless \Delta'_{c,a}+\Delta'_{c,b}+\Delta'_{c,d}+\ldots$$

mais on peut obtenir l'équation

$$\Delta''_{a,c}\frac{1}{p''_c}+\Delta''_{b,c}\frac{p''_b}{p''_c}+\Delta''_{d,c}\frac{p'_d}{p''_c}+\ldots$$

$$=\Delta''_{c,a}+\Delta''_{c,b}+\Delta''_{c,d}+\ldots$$

en augmentant ou diminuant p'_c selon que, au prix p'_c, la demande de (C) est supérieure à l'offre, ou l'offre supérieure à la demande.

On obtient de même l'équation

$$\Delta'''_{a,d}\ \frac{1}{p''_d}+\Delta'''_{b,d}\ \frac{p''_b}{p''_d}+\Delta'''_{c,d}\ \frac{p''_c}{p''_d}+\ldots$$

$$=\Delta'''_{d,a}+\Delta'''_{d,b}+\Delta'''_{d,c}+\ldots$$

. . . .

et ainsi de suite.

Toutes ces opérations effectuées, on a

$$D''_{a,b}\ \frac{1}{p''_b}+D''_{c,b}\ \frac{p''_c}{p''_b}+D''_{d,b}\ \frac{p''_d}{p''_b}+\ldots$$

$$\gtrless D''_{b,a}+D''_{b,c}+D''_{b,d}+\ldots$$

et, ce qu'il faut prouver, en définitive, c'est que cette inégalité est plus voisine de l'égalité que l'inégalité.

$$D'_{a,b}\frac{1}{p'_b}+D'_{c,b}\frac{p'_c}{p'_b}+D'_{d,b}\frac{p'_d}{p'_b}+\ldots$$
$$\gtrless D'_{b,a}+D'_{b,c}+D'_{b,d}+\ldots$$

Or cela paraîtra certain si l'on songe que le changement de p'_b en p''_b qui a ramené cette dernière inégalité à l'égalité a eu des effets tous dans le même sens, tandis que les changements de p'_c en p''_c, de p'_d en p''_d ... qui ont éloigné de l'égalité l'inégalité précédente ont eu des effets en sens contraires et se compensant jusqu'à un certain point les uns les autres. Par ce motif, le système des nouveaux prix p''_b, p''_c, p''_d ... est plus voisin de l'équilibre que le système des anciens prix p'_b, p'_c, p'_d ... et il n'y a qu'à continuer suivant la même méthode pour l'en rapprocher de plus en plus.

Ainsi, nous sommes amenés à formuler de la manière suivante la loi d'établissement des prix d'équilibre dans le cas de l'échange de plusieurs marchandises entre elles avec intervention de numéraire : — *Plusieurs marchandises étant données, dont l'échange se fait avec intervention de numéraire, pour qu'il y ait équilibre du marché à leur égard, ou prix stationnaire de toutes ces marchandises en numéraire, il faut et il suffit qu'à ces prix la demande effective de chaque marchandise soit égale à son offre effective. Lorsque cette égalité n'existe pas, il faut, pour arriver aux prix d'équilibre, une hausse du prix des marchandises dont la demande effective est supérieure à l'offre effective, et une baisse du prix de celles dont l'offre effective est supérieure à la demande effective.*

VI

Il résulte de la démonstration précédente que, pour plusieurs marchandises comme pour deux, les éléments nécessaires et suffisants de l'établissement des prix courants ou d'équilibre sont l'utilité des marchandises pour les échangeurs et la quantité de ces marchandises possédée par les porteurs. Ces élément constitutifs étant déterminés, les prix des marchandises les unes en les autres, ou plus simplement leurs prix en l'une quelconque d'entre elles, se déterminent empiriquement sur le marché, par le mécanisme de la libre concurrence, exactement comme ils se déterminent mathématiquement suivant les trois conditions 1° de la satisfaction maximum des besoins, 2° de l'égalité de l'offre et de la demande effectives, 3° de l'équilibre général du marché.

Ainsi: — *L'échange de plusieurs marchandises entre elles sur un marché régi par la libre concurrence est une opération par laquelle tous les porteurs de l'une ou de l'autre d'entre ces marchandises obtiennent la plus grande satisfaction de leurs besoins compatible avec cette condition que non-seulement deux marchandises quelconques s'échangent l'une contre l'autre suivant une proportion commune et identique, mais que, de plus, ces deux marchandises s'échangent contre une troisième quelconque suivant deux proportions dont le rapport soit égal à la première.*

v_a, v_b, v_c, v_d . . . étant les valeurs d'échange des marchandises (A), (B), (C), (D) . . . dont les rapports constituent les prix courants d'équilibre, $r_{a,1}$, $r_{b,1}$, $r_{c,1}$, $r_{d,1}$ . . . $r_{a,2}$, $r_{b,2}$, $r_{c,2}$, $r_{d,2}$ . . . $r_{a,3}$, $r_{b,3}$, $r_{c,3}$, $r_{d,3}$ . . . étant les raretés des marchandises, ou les intensités des derniers besoins satisfaits, chez les échangeurs (1), (2), (3) . . . après l'échange, on a dans ces conditions :

$$
\begin{array}{llllllllll}
 & v_a & : & v_b & : & v_c & : & v_d & : & \ldots \\
:: & r_{a,1} & : & r_{b,1} & : & r_{c,1} & : & r_{d,1} & : & \ldots \\
:: & r_{a,2} & : & r_{b,2} & : & r_{c,2} & : & r_{d,2} & : & \ldots \\
:: & r_{a,3} & : & r_{b,3} & : & r_{c,3} & : & r_{d,3} & : & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots
\end{array}
$$

Ce qu'on peut énoncer ainsi : — *Les valeurs sont proportionnelles aux raretés.*

Le fait de la valeur d'échange, qui est un fait si compliqué, surtout quand il s'agit de plusieurs marchandises, apparaît enfin ici avec son véritable caractère. Que sont v_a, v_b, v_c, v_d . . . ? Rien autre chose absolument que des termes indéterminés et arbitraires desquels seulement la proportion représente la proportion commune et identique des raretés de toutes les marchandises chez tous les échangeurs à l'état d'équilibre général du marché, et dont, par conséquent, les seuls rapports deux à deux, qui sont les prix, égaux aux rapports deux à deux des raretés chez un échangeur quelconque, sont susceptibles de recevoir une expression numérique. Ainsi la valeur d'échange demeure un fait essentiellement relatif ayant toujours sa cause dans la rareté qui seule est un fait absolu.

C'est le droit du théoricien de supposer les éléments des prix invariables durant le temps qu'il emploie à formuler la loi d'établissement des prix d'équilibre. Mais c'est son devoir, une fois cette opération terminée, de se souvenir que les éléments des prix sont essentiellement variables et de formuler en conséquence la loi de variation des prix d'équilibre. C'est ce qui nous reste à faire ici. Et, au surplus, la première opération conduit immédiatement à la seconde. En effet, les éléments d'établissement des prix sont aussi les éléments de variation des prix. Ces éléments sont les utilités des marchandises et les quantités possédées de ces marchandises. Telles sont donc les causes et conditions premières de variation de ces prix.

Soit l'équilibre établi, et notre porteur de (A) en possession des quantités respectives de (A), (B), (C), (D)... qui, aux prix p_b, p_c, p_d ... de (B), (C), (D) ... en (A), lui donnent la satisfaction maximum. Cet état a lieu en raison de l'égalité des rapports des raretés avec les prix; il n'aura plus lieu si cette égalité cesse d'exister. Voyons donc comment les variations de l'utilité et de la quantité possédée peuvent troubler l'état de satisfaction maximum, et quelles doivent être les conséquences de ce trouble.

Quant aux variations dans l'utilité, elles peuvent s'effectuer de façons très diverses: il peut y avoir augmentation de l'utilité d'intensité et diminution de l'utilité d'extension, ou *vice-versa*, etc. Aussi nous faut-il prendre quelques précautions pour énoncer à cet égard des propositions générales. C'est pourquoi nous réserverons les expressions d'*augmentation* et de *diminution de l'utilité* aux déplacements de la courbe de besoin qui auront pour résultat d'augmenter ou de diminuer l'intensité du dernier besoin satisfait, ou la rareté, après l'échange. Cela bien entendu, supposons une augmentation de l'utilité de (B), c'est-à-dire un déplacement de la courbe de besoin de (B) d'où résulte une augmentation de la rareté de (B) pour notre individu. Il n'y a plus satisfaction maximum pour cet individu. Au contraire, il y a avantage pour lui, aux prix p_b, p_c, p_d . . . à demander du (B) en offrant de l'(A), du (C), du (D) . . . Donc, puisqu'il y avait égalité de l'offre et de la demande de toutes les marchandises (A), (B), (C), (D) . . . aux prix p_b, p_c, p_d . . . il va y avoir, à ces prix, excédant de la demande sur l'offre de (B) et excédant de l'offre sur la demande de (A), (C), (D) . . . D'où, hausse de p_b et baisse de p_c, p_d . . . Mais, dès lors aussi, il n'y aura plus satisfaction maximum pour les autres échangeurs. Au contraire, il y aura avantage pour eux, à un prix de (B) en (A) supérieur à p_b, et à des prix de (C), (D)... en (A) inférieurs à p_c, p_d... à offrir du (B) en demandant de l'(A), du (C), du (D) . . . L'équilibre se rétablira lorsqu'à ce prix de (B) supérieur à p_b et à ces prix de (C), (D)... inférieurs à p_c, p_d ... l'offre et la demande de toutes les marchandises (A), (B), (C), (D) seront égales. Ainsi, l'augmentation de l'utilité de (B) pour notre individu aura eu pour résultat une élévation du prix de (B). Elle aura eu aussi pour résultat un abaissement des prix de (C), de (D) . . . Mais ce second résultat sera moins sensible que le premier si les marchandises autres que (B) sont très nombreuses sur le marché, et si la quantité de chacune d'elles échangée contre (B) est très petite. Une diminution de l'utilité de (B) aurait eu évidemment pour résultat un abaissement du prix de (B) et une élévation moins sensible des prix de (C), de (D) . . .

Il n'y a qu'à regarder les courbes de besoin pour voir qu'une augmentation de la quantité possédée a pour résultat une diminution de la rareté, et qu'une diminution de cette quantité possédée a pour résultat une augmentation de la rareté. D'ailleurs, la rareté diminuant ou augmentant, nous venons de voir que le prix s'abaisse ou s'élève. Ainsi, les effets de la variation dans la quantité possédée sont purement et simplement contraires à ceux de la variation dans l'utilité, et nous pouvons énoncer la loi que nous cherchons dans les termes suivants:

Plusieurs marchandises étant données à l'état d'équilibre général sur un marché où l'échange se fait avec intervention de numéraire, si, toutes choses restant égales d'ailleurs, l'utilité d'une de ces marchandises augmente ou diminue pour un ou pour plusieurs des échangeurs, le prix de cette marchandise en numéraire augmente ou diminue.

Si, toutes choses restant égales d'ailleurs, la quantité d'une de ces marchandises augmente ou diminue chez un ou chez plusieurs des porteurs, le prix de cette marchandise diminue ou augmente.

Remarquons que, si la variation des prix indique nécessairement une variation dans les éléments de ces prix, la persistance des prix n'indique pas nécessairement la persistance des éléments de ces prix. En effet, nous pouvons, sans autre démonstration, énoncer encore la double proposition suivante :

Plusieurs marchandises étant données, si l'utilité et la quantité d'une de ces marchandises à l'égard d'un ou plusieurs des échangeurs ou porteurs varient de telle sorte que les raretés ne varient pas, le prix de cette marchandise ne varie pas.

Si l'utilité et la quantité de toutes les marchandises à l'égard d'un ou plusieurs des échangeurs ou porteurs varient de telle sorte que les rapports des raretés ne varient pas, les prix ne varient pas.

Telle est la *Loi de variation des prix;* en la réunissant à la *Loi d'établissement des prix* ci-dessus énoncée, on a la formule scientifique de ce qu'on appelle en économie politique LOI DE L'OFFRE ET DE LA DEMANDE. J'ai déjà fait remarquer que cette loi fondamentale n'avait jamais été non-seulement démontrée, mais même formulée scientifiquement. J'ajouterai aujourd'hui que cette formule et cette démonstration supposent essentiellement la définition de la demande effective, de l'offre effective, de la rareté, ainsi que l'étude des rapports de la demande et de l'offre effectives et de la rareté avec le prix, toutes choses qu'il est impossible de faire en dehors du langage, de la méthode et des principes mathématiques. D'où il ressort en fin de compte que, comme je l'ai dit plus haut, la forme mathématique est pour l'économie politique pure non-seulement une forme possible, mais une forme nécessaire et indispensable.

ÉQUATIONS DE LA PRODUCTION

I.

Quelque compliqué que soit un ordre de phénomènes, et l'ordre des phénomènes économiques l'est assurément à un haut degré, il y a toujours moyen de l'étudier scientifiquement à la condition d'observer la règle qui prescrit d'aller du simple au composé. J'ai traité dans un premier mémoire de l'échange de deux marchandises entre elles en nature, et dans un second mémoire de l'échange de plusieurs marchandises entre elles avec intervention de numéraire. Ce faisant, j'ai laissé de côté, comme je l'avais annoncé, cette circonstance que ces marchandises sont des produits résultant de l'association de services producteurs tels que des terres, des hommes et des capitaux. Le moment est venu de faire intervenir cette circonstance essentielle et de poser, après le problème de la détermination mathématique du prix des produits, celui de la détermination mathématique du prix des services producteurs. La résolution du premier problème et des équations de l'échange nous a conduits à la formule scientifique de la *loi de l'offre et de la demande*. La résolution du second et des équations de la production nous conduira à la formule scientifique de la *loi des frais de production* ou *du prix de revient*. Ainsi j'aurai retrouvé les deux grandes lois de l'économie politique ; seulement, au lieu de les mettre en concurrence et en contradiction l'une avec l'autre en vue de la détermination des prix, je leur aurai fait leur part à chacune en fondant sur la première la détermination des prix des produits et sur la seconde la détermination des prix des services producteurs. Il est certain, comme les économistes l'ont reconnu, et comme, on voudra bien le croire, cela ne m'a pas échappé non plus complétement à moi-même, qu'à un certain état normal et idéal, le prix de vente des marchandises est égal à leur prix de revient. A cet état, qui est l'état d'équilibre de l'échange et de la production, une bouteille de vin qui se vend 5 fr. a coûté à produire 2 fr. de fermages, 2 fr. de salaires et 1 fr. d'intérêts. Reste à savoir si c'est parce qu'on a payé 2 fr. de fermages, 2 fr. de salaires et 1 fr. d'intérêts que cette bouteille de vin se vend 5 fr., ou si ce ne serait pas plutôt parce que cette bouteille de vin se vend 5 fr. qu'on paie 2 fr. de fermages, 2 fr. de salaires et 1 fr. d'intérêts. Reste à savoir, en un mot, si c'est, comme on le dit, le prix des services producteurs qui détermine le prix des produits, ou si ce ne serait pas plutôt le prix des produits, déterminé, comme nous l'avons vu, en vertu de la loi de l'offre et de la demande, qui détermine le prix des services producteurs en vertu de la loi des frais de production ou du prix de revient. C'est ce que nous allons examiner.

Les services producteurs sont au nombre de trois. Lorsqu'ils en font l'énumération, les auteurs disent le plus souvent : la *terre*, le *travail* et le *capital*. Mais ces énonciations ne sont pas assez rigoureuses pour servir de base à des déductions rationnelles. Le *travail* est le service des facultés personnelles ou des *personnes;* il faut donc ranger à côté de lui non la terre et le capital, mais le service des *terres* sous le nom de *rente* et le service des *capitaux* sous le nom de *profit*. Comme je prends ces termes dans une acception non pas précisément autre, mais un peu plus limitée qu'on ne le fait d'ordinaire, je dois insister. J'appelle, comme le fait mon père dans sa *Théorie de la richesse sociale*, *capital* en général toute espèce de la richesse sociale qui ne se consomme point ou qui ne se consomme qu'à la longue, toute utilité limitée en quantité qui survit au premier usage qu'on en fait, en un mot qui sert plus d'une fois : une maison, un meuble: et j'appelle *revenu* toute espèce de la richesse sociale qui se consomme immédiatement, toute chose rare qui ne subsiste plus après le premier service qu'elle rend, bref, qui ne sert qu'une fois : du pain, de la viande. Les matières premières de l'agriculture et de l'industrie : semences, matières textiles, etc., sont, en tant que matières premières, des revenus et non des capitaux; au contraire, les bâtiments, les machines sont des capitaux et non des revenus. J'ajoute que si certaines espèces de la richesse sociale sont naturellement des capitaux, et certaines autres naturellement des revenus, il y en a aussi, en grand nombre, qui sont ou des capitaux ou des revenus selon l'usage auquel on les emploie ou le service qu'on leur demande. Tels sont les animaux, qui sont des capitaux lorsqu'ils travaillent ou qu'ils donnent du lait ou des œufs et qui sont des revenus lorsqu'on les tue pour s'en nourrir. Toujours est-il que, soit par nature, soit par destination, toute utilité limitée en quantité, toute chose rare, ou sert plus d'une fois ou ne sert qu'une fois, et qu'elle est, en conséquence, ou un capital ou un revenu. Les terres, les personnes et les capitaux proprement dits sont des capitaux : le service des terres ou la rente, le service des personnes ou le travail, le service des capitaux proprement dits ou le profit sont des revenus. Il faut donc, pour être exact et précis, reconnaître, comme services producteurs, trois sortes de capitaux et de revenus, les capitaux et revenus *fonciers, personnels* et *mobiliers* : les terres et la rente, les personnes et le travail, les capitaux proprement dits et le profit. Ainsi rectifiées, les dénominations courantes peuvent être admises. Elles sont alors fondées sur la nature des choses. Les terres sont des capitaux *impérissables;* les facultés personnelles sont des capitaux *intransmissibles;* les capitaux proprement dits sont des capitaux *artificiels;* et ces caractères ont une importance économique qui non-seulement explique mais justifie la distinction. Ainsi, la circonstance que les terres ne se consomment ni ne se détruisent fait que le prix de leur revenu ne comprend pas de prime d'amortissement ni d'assurance. Celle que les capitaux proprement dits sont des produits de l'industrie fait que leur prix de vente concorde avec leur prix de revient, etc.

Cela dit, nous avons à rechercher pourquoi et comment il se fait, dans une société économique soumise au régime de la libre concurrence, qu'il y a pour le service des terres ou pour la rente, pour le service des facultés personnelles ou pour le travail, pour le service des capitaux proprement dits ou pour le profit, des prix courants qui sont des quantités mathématiques; nous avons à proprement parler à formuler le système d'équations dont les fermages, les salaires et les intérêts sont les racines. L'importance de cette étude n'apparaît-elle pas suffisamment si l'on songe qu'en économie politique il y a actuellement cinq ou six théories de la rente, ce qui revient exactement à dire qu'il n'y a pas de théorie de la rente, pas plus qu'il n'y a, du reste, de théories du salaire ou de l'intérêt?

II.

De même qu'en abordant le problème de la détermination mathématique du prix des produits, nous avons dû définir avec précision le mécanisme de la libre concurrence en matière d'échange, de même, en abordant le problème de la détermination mathématique du prix des services producteurs, il nous faut interroger soigneusement les faits et l'expérience pour leur demander la notion exacte du mécanisme de la libre concurrence en matière de production. Or si, pour les besoins de cette analyse, nous supposons arrêté pour un instant le fonctionnement de la production économique dans un pays donné, nous pouvons classer sous les 13 chefs ci-après les capitaux et revenus composant, dans ce pays, l'ensemble de la richesse sociale.

Nous avons, en fait de capitaux, les suivants :

1°, 2° et 3°. *Capitaux fonciers, personnels* et *mobiliers* productifs d'un revenu directement consommé soit par les détenteurs des capitaux eux-mêmes, soit par les acquéreurs de ce revenu, soit par les individus, soit par la communauté ou l'Etat. Ainsi : parcs et jardins, sol supportant des maisons d'habitation, rues, routes, places ; gens oisifs, domestiques ; maisons d'habitation, meubles, vêtements.

4°, 5° et 6°. *Capitaux fonciers, personnels* et *mobiliers* productifs d'un revenu à transformer en produits par l'agriculture, l'industrie ou le commerce. Ainsi : terres de rapport, sol supportant des bâtiments d'exploitation, des usines, des magasins ; travailleurs salariés ; bâtiments d'exploitation, usines, magasins, machines, instruments, outils.

7° *Capitaux mobiliers neufs* momentanément improductifs de revenu, en vente chez les producteurs à titre de produits.

Nous avons, en fait de revenus, les suivants :

8° Approvisionnement de *revenus* consistant en *objets de consommation* chez les consommateurs. Ainsi : pain, viande, vin, bois à brûler.

9° Approvisionnement de *revenus* consistant en *matières premières* chez les producteurs. Ainsi : engrais, semences, métaux, bois à ouvrer, textiles, tissus à confectionner.

10° *Revenus neufs* consistant en *objets de consommation* et *matières premières* en vente chez les producteurs à titre de produits.

Nous avons enfin pour la monnaie :

11°, 12° et 13°. *Monnaie de circulation* chez les consommateurs, *de circulation* chez les producteurs, *d'épargne*.

Nous avons supposé le fonctionnement de la production économique arrêté pour un instant. Supposons-le remis en marche.

Parmi les articles classés sous les 6 premiers chefs, les terres, qui sont impérissables, ne se consommeront ni ne se détruiront ; les hommes mourront et naîtront par le mouvement de la population, en dehors du mouvement de la production agricole, industrielle et commerciale ; les capitaux proprement dits, qui sont consommables à la longue et destructibles par accident, s'useront ou disparaîtront, mais seront remplacés par des capitaux proprement dits neufs classés sous le 7e chef. Ainsi, la quantité de ces derniers diminuera par ce fait, mais sera rétablie par la production. On pourrait, à la rigueur, pour simplifier les données du problème, et sauf à y revenir plus tard, faire abstraction de ce 7e chef en supposant que les capitaux mobiliers neufs passent aussitôt produits sous les 3e et 6e chefs.

Les articles classés sous les 8e et 9e chefs, objets de consommation et matières premières, qui sont des revenus immédiatement consommables, seront consommés, mais seront remplacés par des revenus neufs classés sous le 10e chef. Ainsi la quantité de ces derniers diminuera aussi par ce fait, mais sera rétablie par la production. On pourrait encore faire abstraction de ce 10e chef, en supposant que les revenus neufs passent aussitôt produits sous les 8e et 9e chefs. On pourrait même faire abstraction de ces 8e et 9e chefs eux-mêmes, en supposant que les objets de consommation et les matières premières sont consommés aussitôt que produits, sans approvisionnement préalable.

La monnaie interviendra dans les échanges. A chaque instant, une partie de la monnaie de circulation sera absorbée par l'épargne et une partie de la monnaie d'épargne sera rejetée dans la circulation par le crédit. Si l'on fait abstraction du fait de l'épargne, on peut faire abstraction de la monnaie d'épargne. Nous verrons tout à l'heure qu'on peut faire également abstraction de la monnaie de circulation.

En résumé, il se consomme des capitaux proprement dits à la longue et des objets de consommation et matières premières immédiatement, les uns et les autres immédiatement reproduits par l'association des capitaux fonciers, personnels et mobiliers classés sous les 4e, 5e et 6e chefs. C'est cette association qui demande à présent à être bien définie; mais la distinction du capital et du revenu, donnée dans le paragraphe précédent, et qui nous a déjà permis de classer les éléments de la production, va nous permettre, en outre, d'en résumer le mécanisme. En effet, le revenu, par cela seul qu'il ne subsiste plus après le premier service qu'il rend, ne peut que se *vendre* ou se *donner*. Le capital, au contraire, par cela seul qu'il survit au premier usage qu'on en fait, peut se *louer* soit à titre onéreux, soit à titre gratuit. Et qu'est-ce que la *location du capital ?* C'est *l'aliénation du revenu de ce capital*. Eh bien, c'est par la location à titre onéreux que les capitaux fonciers, personnels et mobiliers classés sous les 4e, 5e et 6e chefs s'associent pour produire.

Appelons *propriétaire foncier* le détenteur des terres quel qu'il soit, *travailleur* le détenteur des facultés personnelles, *capitaliste* le détenteur des capitaux proprement dits. Et maintenant, appelons *entrepreneur* un quatrième personnage, entièrement distinct des précédents, et dont le rôle propre est de prendre à bail la terre du propriétaire foncier, les facultés personnelles du travailleur et le capital du capitaliste, et d'associer, dans l'agriculture, l'industrie ou le commerce, les trois services producteurs. Il est bien certain que, dans la réalité des choses, un même individu peut cumuler deux ou trois des rôles ci-dessus définis, ou même les cumuler tous les quatre ; mais il l'est aussi qu'il remplit alors deux, trois ou quatre rôles distincts. Au point de vue scientifique, nous devons donc distinguer ces rôles et éviter soit l'erreur des économistes anglais qui confondent l'entrepreneur et le capitaliste, soit celle d'un certain nombre d'économistes français qui font de l'entrepreneur un travailleur en le considérant comme spécialement chargé du travail de la direction de l'entreprise.

Comme conséquence de cette première conception du rôle de l'entrepreneur, il nous faut concevoir deux marchés distincts. L'un est le *marché des services producteurs :* là se rencontrent les propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes comme vendeurs et les entrepreneurs comme acheteurs de services producteurs, c'est-à-dire de rente, de travail et de profit. Ces services producteurs s'échangent suivant le mécanisme de la libre concurrence ; ils se paient en monnaie. Le prix de la rente s'appelle *fermage ;* le prix du travail, *salaire*, le prix du profit, *intérêt*. L'autre marché est le *marché des produits :* là se rencontrent les entrepreneurs comme vendeurs et les propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes comme acheteurs de produits. Ces produits s'échangent, eux aussi, suivant le mécanisme de la libre concurrence : ils se paient, eux aussi, en monnaie.

L'état d'équilibre de la production, contenant implicitement l'état d'équilibre de l'échange, est à présent facile à définir. C'est celui où l'offre et la demande effectives des services producteurs sont égales sur le marché de ces services, où l'offre et la demande effectives des produits sont égales sur le marché des produits, et où enfin le prix de vente des produits est égal à leur prix de revient en services producteurs. Cet état est un état idéal et non réel ; mais c'est l'état normal en ce sens que c'est celui vers lequel les choses tendent d'elles-mêmes sous le régime de la libre concurrence appliqué à la production comme à l'échange. Sous ce régime, en effet, si, dans certaines entreprises, le prix de vente des produits est supérieur à leur prix de revient en services producteurs, ce qui constitue un *bénéfice*, les entrepreneurs affluent ou développent leur production, ce qui augmente la quantité des produits, en fait baisser le prix, et réduit l'écart ; et si, dans certaines entreprises, le prix de revient des produits en services producteurs est supérieur à leur prix de vente, ce qui constitue une *perte*, les entrepreneurs se détournent ou restreignent leur production, ce qui diminue la quantité des produits, en fait hausser le prix, et réduit encore l'écart. Remarquons qu'à cet état d'équilibre, on peut faire abstraction sinon du numéraire au moins de la monnaie, les services producteurs s'échangeant contre des produits et les produits contre des services producteurs; ou, pour mieux dire, les services producteurs s'échangeant en fin de compte les uns contre les autres.

Ainsi, à l'état d'équilibre de la production, les entrepreneurs ne font ni bénéfice ni perte. Ils subsistent alors non comme entrepreneurs, mais comme propriétaires fonciers, travailleurs ou capitalistes dans leurs propres entreprises ou dans d'autres. J'estime que, pour tenir une comptabilité rationnelle, un entrepreneur qui est propriétaire du sol qu'il exploite ou qu'il occupe, qui participe à la direction de son entreprise, qui a des fonds engagés dans l'affaire, doit débiter ses frais généraux et se créditer lui-même d'un fermage, d'un salaire et d'un intérêt calculés au taux du marché des services producteurs et au moyen desquels il subsiste, sans faire, à la rigueur, comme entrepreneur, ni bénéfice ni perte. Et, en effet, n'est-il pas évident que, s'il ne retire pas de ses propres services producteurs dans son entreprise un prix égal à celui qu'il en retirerait partout ailleurs, il est en perte de la différence ?

III.

Revenons à présent aux services producteurs classés sous les 6 premiers chefs, qui demeurent, après toutes les simplifications indiquées, comme les données essentielles du problème; et soient ces services producteurs des rentes de terres d'espèces (T), (T'), (T'')... des travaux de personnes d'espèces (P), (P'), (P'')... des profits de capitaux d'espèces (K), (K'), (K'')... Nous supposons les quantités de ces services producteurs évaluées au moyen des deux unités suivantes : 1° l'unité, naturelle ou artificielle, de quantité du capital : l'hectare de terre, la personne, le capital même, et 2° l'unité de temps, par exemple, la journée. Nous avons donc certaines quantités de journées de rente d'un hectare de telle ou telle terre, de journées de travail de telle ou telle personne, de journées de profit de tel ou tel capital. Soient les espèces de ces services producteurs au nombre de n.

Au moyen des services producteurs ci-dessus définis, on peut fabriquer soit directement, soit moyennant fabrication préalable de matières premières, des produits d'espèces (A), (B), (C), (D)... Soient les espèces de ces produits au nombre de m.

Les produits ont pour chaque individu une utilité que nous savons exprimer par une équation d'utilité ou de besoin de la forme $r = \varphi\ (q)$. Mais les services producteurs eux-mêmes ont pour chaque individu une utilité directe. Et non-seulement on peut à volonté soit affermer, soit garder pour soi tout ou partie du service de ses terres, de ses facultés personnelles, de ses capitaux ; mais on peut, en outre, acquérir, si l'on veut, de la rente, du travail ou du profit, non comme entrepreneur pour les transformer en produits, mais comme consommateur pour en user directement. C'est ce que nous avons reconnu en faisant figurer dans une catégorie à part, à côté des services producteurs classés sous les 4e, 5e et 6e chefs, ceux classés sous les 3 premiers chefs. Les services producteurs sont donc, eux aussi, des marchandises dont l'utilité pour chaque individu peut s'exprimer par une équation de la forme $r = \varphi(q)$.

Cela dit, soit un individu porteur de q_t de (T), de q_p de (P), de q_k de (K)... Et soient $r = \varphi_t(q)$, $r = \varphi_p(q)$, $r = \varphi_k(q)$... $r = \varphi_a(q)$, $r = \varphi_b(q)$, $r = \varphi_c(q)$, $r = \varphi_d(q)$... les équations d'utilité ou de besoin des services producteurs (T), (P), (K)... et des produits (A), (B), (C), (D)... pour cet individu. Soient p_t, p_p, p_k... p_b, p_c, p_d... les prix courants des services producteurs et des produits en (A). Soient o_t, o_p, o_k ... les quantités effectivement offertes des services producteurs à ces prix, quantités qui peuvent être positives et qui représentent alors des quantités offertes, mais qui peuvent aussi être négatives et qui représentent alors des quantités demandées. Soient enfin d_a, d_b, d_c, d_d ... les quantités effectivement demandées des produits aux mêmes prix d'équilibre. On aura d'abord entre ces quantités et ces prix l'équation

$$o_t p_t + o_p p_p + o_k p_k + \ldots = d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \ldots$$

En raison d'ailleurs de la condition de satisfaction maximum, qui est évidemment la condition déterminante d'offre positive ou négative des services producteurs et de demande des produits, on aura ensuite entre les mêmes quantités et les mêmes prix les équations

$$\varphi_t(q_t - o_t) = p_t \varphi_a(d_a),$$

$$\varphi_p(q_p - o_p) = p_p \varphi_a(d_a),$$

$$\varphi_k(q_k - o_k) = p_k \varphi_a(d_a),$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\varphi_b\ (d_b) = p_b\ \varphi_a\ (d_a),$$

$$\varphi_c\ (d_c) = p_c\ \varphi_a\ (d_a),$$

$$\varphi_d\ (d_d) = p_d\ \varphi_a\ (d_a),$$

$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

soit $n + m - 1$ équations, formant avec la précédente un système de $n + m$ équations entre lesquelles on peut éliminer successivement $n + m - 1$ des inconnues o_t, o_p, o_k ... d_a, d_b, d_c, d_d ... de manière à n'avoir plus qu'une équation donnant la $n + m^{\text{ième}}$ en fonction des prix p_t, p_p, p_k ... p_b, p_c, p_d... On aurait ainsi les équations suivantes d'offre ou demande de (T), (P), (K)...

$$o_t = f_t\ (p_t,\ p_p,\ p_k \ldots\ p_b,\ p_c,\ p_d \ldots),$$

$$o_p = f_p\ (p_t,\ p_p,\ p_k \ldots\ p_b,\ p_c,\ p_d \ldots),$$

$$o_k = f_k\ (p_t,\ p_p,\ p_k \ldots\ p_b,\ p_c,\ p_d \ldots),$$

$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

et les équations suivantes de demande de (B), (C), (D)...

$$d_b = f_b\ (p_t,\ p_p,\ p_k \ldots\ p_b,\ p_c,\ p_d \ldots),$$

$$d_c = f_c\ (p_t,\ p_p,\ p_k \ldots\ p_b,\ p_c,\ d_d \ldots),$$

$$d_d = f_d\ (p_t,\ p_p,\ p_k \ldots\ p_b,\ p_c,\ p_d \ldots),$$

$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

La demande de (A) serait fournie par l'équation

$$d_a = o_t p_t + o_p p_p + o_k p_k + \ldots - (d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \ldots).$$

On aurait de même les équations d'offre ou demande partielle des services producteurs et les équations de demande partielle des produits par tous les autres porteurs de services producteurs. Et maintenant, en désignant par O_t, O_p, O_k ... les offres totales des services producteurs, par D_a, D_b, D_c, D_d ... les demandes totales des produits, par F_t, F_p, F_k ... F_b, F_c, F_d ... les sommes des fonctions f_t, f_p, f_k ... f_b, f_c, f_d ... on aurait, en vue de la détermination des quantités cherchées, le système suivant de n équations d'offre totale des services producteurs.

$$[1] \quad \begin{cases} O_t = F_t(p_t, p_p, p_k \ldots p_b, p_c, p_d \ldots), \\ O_p = F_p(p_t, p_p, p_k \ldots p_b, p_c, p_d \ldots), \\ O_k = F_k(p_t, p_p, p_k \ldots p_b, p_c, p_d \ldots), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

et le système suivant de m équations de demande totale des produits.

$$[2] \quad \begin{cases} D_b = F_b(p_t, p_p, p_k \ldots p_b, p_c, p_d \ldots), \\ D_c = F_c(p_t, p_p, p_k \ldots p_b, p_c, p_d \ldots), \\ D_d = F_d(p_t, p_p, p_k \ldots p_b, p_c, p_d \ldots), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

$$D_a = O_t p_t + O_p p_p + O_k p_k + \ldots - (D_b p_b + D_c p_c + D_d p_d + \ldots);$$

soit en tout $n + m$ équations.

Soient, en outre, a_t, a_p, a_k ... b_t, b_p, b_k ... c_t, c_p, c_k ... d_t, d_p, d_k ... les quantités respectives de (T), (P), (K)... qui entrent dans une unité de (A), de (B), de (C), de (D)... on aurait encore les deux autres systèmes d'équations suivants :

$$[3]\quad\begin{cases} a_t D_a + b_t D_b + c_t D_c + d_t D_d + \ldots = O_t, \\ a_p D_a + b_p D_b + c_p D_c + d_p D_d + \ldots = O_p, \\ a_k D_a + b_k D_b + c_k D_c + d_k D_d + \ldots = O_k, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

soit n équations exprimant que *les quantités de services producteurs employées sont égales aux quantités effectivement offertes ;*

$$[4]\quad\begin{cases} a_t p_t + a_p p_p + a_k p_k + \ldots = 1, \\ b_t p_t + b_p p_p + b_k p_k + \ldots = p_b, \\ c_t p_t + c_p p_p + c_k p_k + \ldots = p_c, \\ d_t p_t + d_p p_p + d_k p_k + \ldots = p_d, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

soit m équations exprimant que *les prix de vente des produits sont égaux à leurs prix de revient en services producteurs.*

Nous supposons, comme on voit, les coefficients a_t, a_p, a_k ... b_t, b_p, b_k ... c_t, c_p, c_k ... d_t, d_p, d_k ... déterminés *a priori*. En réalité ils ne le sont pas : on peut employer, dans la confection d'un produit, plus ou moins de tels ou tels services producteurs, par exemple, plus ou moins de rente, à la condition d'y employer moins ou plus de tels ou tels autres services producteurs, par exemple, moins ou plus de profit ou de travail. Les quantités respectives de chacun des services producteurs qui entrent ainsi dans une unité de chacun des produits sont déterminées seulement après la détermination des prix des services producteurs, par la condition que le prix de revient des produits soit minimum. Il serait facile d'exprimer cette condition par un système d'équations ; mais comme ce système serait en quelque sorte indépendant des autres que nous considérons, nous en faisons abstraction, pour plus de simplicité, en supposant que les coefficients ci-dessus figurent parmi les données du problème.

Nous aurons ainsi, en tout, $2m + 2n$ équations. Mais ces $2m + 2n$ équations se réduisent à $2m + 2n - 1$. En effet, si on multiplie les deux membres des n équations du système [3] respectivement par p_t, p_p, p_k ... et les deux membres des m équations du système [4] respectivement par D_a, D_b, D_c, D_d ... et qu'on additionne séparément les équations de chaque système, on arrive à deux équations totales dont les premiers membres sont identiques, ce qui donne, entre les seconds membres, l'équation

$$O_t p_t + O_p p_p + O_k p_k + \ldots = D_a + D_b p_b + D_c p_c + D_d p_d + \ldots$$

équation qui n'est autre que la $m^{\text{ième}}$ équation du système [2]. On peut donc à volonté conserver celle-ci, en retranchant, par exemple, la première du système [4], ou réciproquement. De toute manière, il restera $2m + 2n - 1$ équations pour déterminer $2m + 2n - 1$ inconnues qui sont 1° les n quantités totales offertes des services producteurs, 2° les n prix de ces services, 3° les m quantités totales demandées des produits et 4° les $m - 1$ prix de $m - 1$ d'entre ces produits en le $m^{\text{ième}}$, à l'état d'équilibre général. Reste seulement à montrer, en ce qui concerne l'équilibre de la production comme en ce qui concernait celui de l'échange, que ce même problème dont nous avons donné la solution théorique est aussi celui qui se résout pratiquement sur le marché par le mécanisme de la libre concurrence.

IV.

Pour cela, venons sur le marché et supposons qu'on y détermine au hasard n prix de services producteurs p'_t, p'_p, p'_k ... Afin de mieux faire saisir les opérations qui vont suivre, nous les partagerons en deux phases au moyen de la double hypothèse que voici. Nous supposerons d'abord que les entrepreneurs de (A), (B), (C), (D)... vont acheter leurs services producteurs (T), (P), (K)... sur un marché étranger, en s'engageant à restituer plus tard des quantités de ces services non pas égales mais simplement équivalentes. Nous supposerons ensuite qu'ils s'engagent à restituer plus tard des quantités non plus seulement équivalentes mais égales, auquel cas nous pourrons supposer aussi qu'ils achètent leurs services producteurs sur le marché du pays aux propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes auxquels ils vendent leurs produits. On voit assez comment cette manière de procéder fait abstraction sinon du numéraire au moins de la monnaie.

Les prix p'_t, p'_p, p'_k ... étant déterminés comme il a été dit, il en résulte, pour les entrepreneurs, certains *prix de revient* p'_a, p'_b, p'_c, p'_d ... conformément aux équations

$$
\begin{aligned}
p'_a &= a_t\, p'_t + a_p\, p'_p + a_k\, p'_k + \dots \\
p'_b &= b_t\, p'_t + b_p\, p'_p + b_k\, p'_k + \dots \\
p'_c &= c_t\, p'_t + c_p\, p'_p + c_k\, p'_k + \dots \\
p'_d &= d_t\, p'_t + d_p\, p'_p + d_k\, p'_k + \dots \\
&\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot
\end{aligned}
$$

Nous eussions été libres, on le remarquera, de déterminer p'_t, p'_p, p'_k ... de telle sorte que l'on eût en $p'_a = 1$. Nous profiterons de cette latitude en temps et lieu. Pour le moment, nous raisonnerons comme si le prix de revient de (A) était ou plus grand ou plus petit que le prix de vente aussi bien qu'égal à ce prix.

Maintenant, il faut supposer que les entrepreneurs trouvent sur le marché étranger, aux prix p'_t, p'_p, p'_k... des services producteurs (T), (P), (K)... en quantités indéfinies, et qu'ils produisent, aux prix de revient p'_a, p'_b, p'_c, p'_d... des quantités déterminées au hasard Ω_a, Ω_b, Ω_c, Ω_d ... de (A), (B), (C), (D)... exigeant des quantités Δ_t, Δ_p, Δ_k ... de (T), (P), (K)... conformément aux équations

$$\Delta_t = a_t \, \Omega_a + b_t \, \Omega_b + c_t \, \Omega_c + d_t \, \Omega_d + \ldots$$

$$\Delta_p = a_p \, \Omega_a + b_p \, \Omega_b + c_p \, \Omega_c + d_p \, \Omega_d + \ldots$$

$$\Delta_k = a_k \, \Omega_a + b_k \, \Omega_b + c_k \, \Omega_c + d_k \, \Omega_d + \ldots$$

. . . .

Les quantités Ω_a, Ω_b, Ω_c, Ω_d... étant alors apportées sur le marché du pays que nous considérons, y seront vendues par les entrepreneurs suivant le mécanisme de la libre concurrence. Etudions d'abord les conditions de la vente des produits (B), (C), (D)... Nous étudierons ensuite celles de la vente du produit (A) servant de numéraire.

Les quantités Ω_b, Ω_c, Ω_d ... de (B), (C), (D)... se vendront à des *prix de vente* π_b, π_c, π_d... conformément aux équations

$$\Omega_b = F_b \, (p'_t \,,\; p'_p ,\; p'_k \ldots \pi_b ,\; \pi_c ,\; \pi_d \ldots),$$

$$\Omega_c = F_c(p'_t,\ p'_p,\ p'_k \ldots \pi_b,\ \pi_c,\ \pi_d \ldots),$$

$$\Omega_d = F_d(p'_t,\ p'_p,\ p'_k \ldots \pi_b,\ \pi_c,\ \pi_d \ldots),$$

. . . .

En effet, le marché étant régi par la libre concurrence, les produits s'y vendent conformément à la triple condition : 1° de la satisfaction maximum des besoins, 2° de l'unité de prix des produits comme des services producteurs, 3° de l'équilibre général. Or le système qui précède est un système de $m-1$ équations à $m-1$ inconnues qui répond précisément à ces trois conditions.

Dès lors, et les prix de vente π_b, π_c, π_d... étant généralement différents des prix de revient p'_b, p'_c, p'_d... les entrepreneurs de (B), (C), (D)... feront des bénéfices ou des pertes, exprimés par les différences

$$\Omega_b(\pi_b - p'_b), \qquad \Omega_c(\pi_c - p'_c), \qquad \Omega_d(\pi_d - p'_d)\ldots$$

Nous ne connaissons pas les fonctions F_b, F_c, F_d... mais il résulte cependant de la nature même du fait de l'échange que ces fonctions sont croissantes ou décroissantes pour des valeurs décroissantes ou croissantes la première de p_b, la seconde de p_c, la troisième de p_d... et ainsi de suite. Ainsi à supposer, par exemple, que π_b soit $> p'_b$ on pourrait diminuer π_b en augmentant Ω_b ; et à supposer, au contraire, que π_b soit $< p'_b$, on pourrait augmenter π_b en diminuant Ω_b. De même π_c étant $\gtrless p'_c$, π_d étant $\gtrless p'_d$... on pourrait diminuer ou augmenter π_c, π_d... en augmentant ou diminuant Ω_c, Ω_d... On arriverait ainsi à déterminer par tâtonnement certaines quantités D'_b, D'_c, D'_d... de (B), (C), (D)... exigeant des quantités

D'_t, D'_p, D'_k... de (T), (P), (K)... conformément aux équations.

$$D'_t = a_t\, \Omega_a + b_t\, D'_b + c_t\, D'_c + d_t\, D'_d + \ldots$$

$$D'_p = a_p\, \Omega_a + b_p\, D'_b + c_p\, D'_c + d_p\, D'_d + \ldots$$

$$D'_k = a_k\, \Omega_a + b_k\, D'_b + c_k\, D'_c + d_k\, D'_d + \ldots$$

. . . .

et se vendant à des prix de vente p'_b, p'_c, p'_d... conformément aux équations

$$D'_b = F_b\,(p'_t,\ p'_p,\ p'_k \ldots p'_b,\ p'_c,\ p'_d \ldots),$$

$$D'_c = F_c\,(p'_t,\ p'_p,\ p'_k \ldots p'_b,\ p'_c,\ p'_d \ldots),$$

$$D'_d = F_d\,(p'_t,\ p'_p,\ p'_k \ldots p'_b,\ p'_c,\ p'_d \ldots),$$

. . . .

Or ce tâtonnement est précisément celui qui se fait de lui-même, sur le marché des produits, sous le régime de la libre concurrence, alors que les entrepreneurs affluent vers les entreprises ou s'en détournent suivant qu'on y fait des bénéfices ou des pertes.

Aux prix de vente, égaux aux prix de revient, p'_b, p'_c, p'_d... correspondent, sur le marché du pays, aux quantités effectivement demandées D'_b, D'_c, D'_d ... de (B), (C), (D)... des quantités effectivement offertes O'_t, O'_p, O'_k ... de (T), (P), (K)... conformément aux équations d'offre totale des services producteurs

$$O'_t = F_t\,(p'_t,\ p'_p,\ p'_k \ldots p'_b,\ p'_c,\ p'_d \ldots),$$

$$O'_p = F_p\,(p'_t,\ p'_p,\ p'_k \ldots p'_b,\ p'_c,\ p'_d \ldots),$$

$$O'_k = F_k\,(p'_t,\ p'_p,\ p'_k \ldots p'_b,\ p'_c,\ p'_d \ldots),$$

. . . .

lesquelles forment avec les équations de demande totale des produits un système d'équations d'échange répondant aux trois conditions de satisfaction maximum, d'unité de prix et d'équilibre général.

Alors aussi, on demande effectivement un quantité D'_a de (A) déterminée par l'équation.

$$D'_a = O'_t p'_t + O'_p p'_p + O'_k p'_k \dots$$

$$- (D'_b p'_b + D'_c p'_c + D'_d p'_d + \dots).$$

On tire d'ailleurs des deux systèmes d'équations relatifs l'un au prix de revient des produits en fonction du prix des services producteurs, et l'autre aux quantités demandées des services producteurs en fonction des quantités de produits fabriquées.

$$\Omega_a p'_a = D'_t p'_t + D'_p p'_p + D'_k p'_k + \dots$$

$$- (D'_b p'_b + D'_c p'_c + D'_d p'_d + \dots).$$

On a donc aussi

$$D'_a - \Omega_a p'_a = (O'_t - D'_t) p'_t + (O'_p - D'_p) p'_p$$

$$+ (O'_k - D'_k) p'_k + \dots$$

La quantité produite de la marchandise numéraire (A) n'est encore déterminée qu'au hasard : mais il est facile de la déterminer, elle aussi, de manière à ce que les entrepreneurs ne fassent ni bénéfice ni perte. Il faut, pour cela, que les quantités de services producteurs achetées sur le marché étranger et les quantités reçues sur le marché du pays par les entrepreneurs soient équivalentes puisque, par hypothèse, les entrepreneurs de (B), (C), (D)... ne font ni bénéfice ni perte. Ainsi il faut que

$$(O'_t - D'_t) p'_t + (O'_p - D'_p) p'_p + (O'_k - D'_k) p'_k + \ldots = 0;$$

soit que

$$D'_a = \Omega_a \, p'_a \, ;$$

et comme il faut, pour l'équilibre, que la demande de (A), D'_a, et l'offre de (A), Ω'_a, soient égales, il faut que p'_a soit égal à 1, c'est-à-dire que le prix de revient du numéraire soit égal à son prix de vente. C'est ce qui aura lieu, si l'on a pris soin de poser

$$p'_a = a_t \, p'_t + a_p \, p'_p + a \quad p'_k + \ldots = 1.$$

En dehors de cette équation, il n'y a pas d'équilibre possible. Et cette équation supposée satisfaite, l'équilibre existera quand Ω_a sera égal à D'_a. Ainsi, pratiquement, lorsqu'on aura fixé le prix des services producteurs de manière à ce que le prix de revient du numéraire soit égal à l'unité, il suffira, pour obtenir l'équilibre partiel que nous cherchons, que les entrepreneurs de (A) fabriquent à ce prix de revient égal au prix de vente, par conséquent sans bénéfice ni perte, toute la quantité de (A) qu'on leur demandera. Alors sera remplie cette première condition que les entrepreneurs s'engagent à restituer des quantités de services producteurs non pas égales mais simplement équivalentes. En d'autres termes, alors seront satisfaites toutes les équations de la production, sauf toutefois le système [1] des équations d'offre totale des services producteurs.

V

Mais ce système doit être satisfait comme les autres. En d'autres termes, il ne suffit pas que les quantités de services producteurs achetées et rendues soient équivalentes ; il faut qu'elles soient égales puisque ce sont ces quantités même qui doivent entrer dans la confection des produits. Ainsi, le moment est venu de fermer pour ainsi dire le cercle de la production en éliminant la supposition du marché étranger et en introduisant celle, conforme à la réalité, que les entrepreneurs achètent les services producteurs aux propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes du pays auxquels ils vendent leurs produits.

La condition d'égalité dont nous venons de parler serait remplie si on avait

$$D'_t = O'_t , \qquad D'_p = O'_p , \qquad D'_k = O'_k \ldots$$

mais généralement, on aura

$$D'_t \gtrless O'_t , \qquad D'_p \gtrless O'_p , \qquad D'_k \gtrless O'_k \ldots$$

Remarquons que, p'_t, p'_p, p'_k ... étant essentiellement positifs, dans le cas où l'on aura fait $p'_a = 1$ et $\Omega_a = D'_a$, si parmi les quantités $O'_t - D'_t$, $O'_p - D'_p$, $O'_k - D'_k$ ... certaines sont positives, les autres seront nécessairement négatives et réciproquement.

La fonction O'_t peut être mise sous la forme $U - u$, la fonction U exprimant la somme des o_t positifs, soit des quantités effectivement offertes du service producteur (T), et la fonction u exprimant la somme des o_t négatifs, soit des quantités effectivement demandées de ce service producteur non pas par des entrepreneurs pour la production de (A), (B), (C), (D) ... mais par des consommateurs à titre de marchandise. Ainsi l'inégalité $D'_t \gtrless O'_t$ peut se mettre sous la forme

$$a_t D'_a + b_t D'_b + c_t D'_c + d_t D'_d + \ldots + u \gtrless U.$$

Supposons que D'_a ne varie pas, c'est-à-dire que les entrepreneurs de (A) en produisent toujours la même quantité quelles que soient les variations de p_t, p_d, p_k ... et par conséquent du prix de revient p_a. Restent dans le premier membre les termes variables $b_t D'_b$, $c_t D'_c$, $d_t D'_d$... qui sont des fonctions décroissantes des prix p_b, p_c, p_d ... et par conséquent des fonctions également décroissantes du prix p_t, puisque les prix de revient sont eux-mêmes des fonctions croissantes des prix des services producteurs, et le terme variable u qui est lui aussi une fonction décroissante du prix p_t. Ainsi, p_t croissant de zéro à l'infini et p'_p, p'_k demeurant fixes, $D'_t + u$ diminuera depuis une certaine valeur déterminée jusqu'à zéro.

Quant au terme unique du second membre de l'inégalité, U, il est nul pour une valeur nulle ou même pour certaines valeurs positives de p_t. C'est le cas où les valeurs des divers produits par rapport à la valeur du service producteur (T) sont assez élevées pour que la demande de ces produits par les propriétaires de ce service producteur soit nulle. Le prix p_t croissant, la fonction U est d'abord croissante. Les produits deviennent alors moins chers par rapport au service producteur (T), et la demande de ces produits a lieu en même temps que l'offre du service producteur qui l'accompagne. Mais cette offre n augmente pas indéfiniment. Elle passe par un maximum au moins, lequel ne saurait être supérieur à la quantité totale possédée de (T); puis elle diminue pour redevenir nulle si le prix de (T) devient infini, c'est-à-dire si (A), (B), (C), (D) ... sont gratuites. Ainsi, p_t croissant de zéro à l'infini, U part de zéro, augmente, puis diminue et revient à zéro.

Dans ces conditions, et à moins que $D'_t + u$ ne devienne nul avant que U ait cessé de l'être, auquel cas il n'y a pas de solution, il y a une certaine valeur de p_t qui est $\gtrless p'_t$ selon que $D'_t + u$ est $\gtrless$ U, pour laquelle l'offre et la demande effectives de (T) sont égales. Soit p''_t cette valeur ; soient π'_b, π'_c, π'_d ... les prix de vente égaux aux prix de revient de (B), (C), (D) ... ; soit Ω'_t l'offre correspondante de (T) égale à la demande, on a

$$\Omega'_t = F_t\,(p''_t\,,\ p'_p\,,\ p'_k\ \ldots\ \pi'_b\,,\ \pi'_c\,,\ \pi'_d\ \ldots\,).$$

Cette opération effectuée, la fonction

$$O'_p = F_p\,(p'_t\,,\ p'_p\,,\ p'_k\ \ldots\ p'_b\,,\ p'_c\,,\ p'_d\ \ldots)$$

est devenue

$$\Omega'_p = F_p(p''_t\,,\ p'_p\,,\ p'_k\ \ldots\ \pi'_b\,,\ \pi'_c\,,\ \pi'_d\ \ldots):$$

et cette offre du service producteur (P) est plus grande ou plus petite que sa demande. Mais il y a une certaine valeur de p_p pour laquelle l'offre et la demande effectives de (P) sont égales et que l'on peut trouver par le même moyen qui a servi à trouver p''_t. Soit p''_p cette valeur ; soient π''_b, π''_c, π''_d ... les prix de vente égaux aux prix de revient de (B), (C), (B) ... ; soit Ω''_p l'offre correspondante de (P) égale à la demande, on a

$$\Omega''_p = F_p\,(p''_t,\ p''_p,\ p'_k \ldots\ \pi''_b,\ \pi''_c,\ \pi''_d \ldots).$$

On obtiendrait de même

$$\Omega'''_k = F_k\,(p''_t, p''_p\,, p''_k \ldots \pi'''_b, \pi'''_c\,, \pi'''_d \ldots),$$

. . . .

et ainsi de suite.

Toutes ces opérations effectuées, on a

$$O''_t = F_t\,(p''_t,\ p''_p\,,\ p''_k \ldots p''_b,\ p''_c,\ p''_d \ldots);$$

et ce qu'il faut établir, c'est que cette offre O''_t est plus près d'être égale à la demande D''_t que l'offre O'_t ne l'était d'être égale à la demande D'_t. Or cela semblera certain si l'on considère que la variation de p'_t en p''_t qui avait ramené l'offre et la demande à l'égalité avait eu son effet tout entier dans le même sens, tandis que les variations de p'_p, p'_k ... en p''_p, p''_k ... qui ont éloigné de nouveau cette offre et cette demande de l'égalité ont eu leurs effets en sens contraire et se compensant jusqu'à un certain point les uns les autres. Le système des nouveaux prix p''_t, p''_p, p''_k ... est donc plus voisin de l'équilibre que le système des anciens prix p'_t, p'_p, p'_k ... et il n'y a qu'à continuer suivant la même méthode, dans la pratique du marché des services producteurs, pour l'en rapprocher de plus en plus.

Supposons qu'il y soit arrivé, on a les prix de revient

$$
\begin{aligned}
p''_a &= a_t\, p''_t + a_p\, p''_p + a_k\, p''_k + \ldots \\
p''_b &= b_t\, p''_t + b_p\, p''_p + b_k\, p''_k + \ldots \\
p''_c &= c_t\, p''_t + c_p\, p''_p + c_k\, p''_k + \ldots \\
p''_d &= d_t\, p''_t + d_p\, p''_p + d_k\, p''_k + \ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

et l'on a d'autre part les quantités demandées des services producteurs

$$
\begin{aligned}
D''_t &= a_t\, D'_a + b_t\, D''_b + c_t\, D''_c + d_t\, D''_d + \ldots \\
D''_p &= a_p\, D'_a + b_p\, D''_b + c_p\, D''_c + d_p\, D''_d + \ldots \\
D''_k &= a_k\, D'_a + b_k\, D''_b + c_k\, D''_c + d_k\, D''_d + \ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

les quantités D''_b, D''_c, D''_d ... satisfaisant d'ailleurs aux équations de demande des produits (B), (C), (D) ... et les quantités $D''_t = O''_t$, $D''_p = O''_p$, $D''_k = O''_k$ ... aux équations d'offre des services producteurs (T), (P), (K) ... dans lesquelles p''_t, p''_p, p''_k, ... p''_b, p''_c p''_d ... sont variables indépendantes. On tire de ces deux systèmes l'équation.

$$D'_a p''_a = D''_t p''_t + D''_p p'' + D''_k p''_k + \ldots$$

$$- (D''_b p''_b + D''_c p''_c + D''_d p''_d + \ldots).$$

Or on demande alors une quantité D''_a de (A) suivant l'équation

$$D''_a = O''_t p''_t + O''_p p''_p + O''_k p''_k + \ldots$$

$$- (D''_b p''_b + D''_c p''_c + D''_d p''_d + \ldots).$$

Puisque $D''_t = O''_t$, $D''_p = O''_p$, $D''_k = O''_k$ ... on a donc

$$D''_a = D'_a p''_a.$$

Par où l'on voit que l'on a satisfait à toutes les équations du problème sauf à l'équation du prix de revient du numéraire d'où résulterait l'égalité de l'offre et de la demande, ou à l'équation de demande de ce même numéraire d'où résulterait l'égalité du prix de vente au prix de revient soit à l'unité. Ainsi, si l'on avait par hasard $p''_a = 1$, on aurait aussi $D'_a = D''_a$, ou si l'on avait par hasard $D'_a = D''_a$, on aurait aussi $p''_a = 1$, et le problème serait entièrement résolu. Mais généralement, on aura, après les variations de p'_t, p'_p, p'_k ... en p''_t, p''_p, p''_k ... effectuées comme il a été dit plus haut,

$$p''_a \gtrless 1\,;$$

et, par conséquent,

$$D''_a \gtreqless D'_a .$$

Pour achever, toujours par tâtonnement, la résolution du système général des équations de la production, on devrait alors déterminer p'''_t, p'''_p, p'''_k ... conformément à l'équation

$$a_t\, p'''_t + a_p\, p'''_p + a_k\, p'''_k + \ldots = p'''_a = 1.$$

en faisant $p'''_t \lesseqgtr p''_t$, $p'''_p \lesseqgtr p''_p$, $p'''_k \lesseqgtr p''_k$ . . . selon qu'on aurait $p''_a \gtreqless 1$.

En partant de ce nouveau point, on arriverait d'abord, durant la première phase, sur le marché des produits, à une détermination de D'''_a suivant l'équation

$$D'''_a = O'''_t\, p'''_t + O'''_p\, p'''_p + O'''_k\, p'''_k + \ldots$$

$$- (D'''_b\, p'''_b + D'''_c\, p'''_c + D'''_d\, p'''_d + \ldots) :$$

et ensuite, durant la seconde phase, sur le marché des services producteurs, à une détermination de D^{IV}_a suivant l'équation

$$D^{IV}_a = D'''_a\, p^{IV}_a :$$

et ce qu'il faut établir, c'est que p^{IV}_a est plus près de l'unité que ne l'était p''_a. Or cela paraîtra certain si l'on songe que dans le cas, par exemple, où p''_a était > 1, on a eu $p'''_b < p''_b$, $p'''_c < p''_c$, $p'''_d < p''_d$ ... et par conséquent $D'''_b > D''_b$, $D'''_c > D''_c$, $D'''_d > D''_d$ ... et par conséquent aussi $D'''_a < D''_a$. Ainsi $p'''_a = 1$, pour devenir p^{IV}_a, a augmenté par l'augmentation de demande de (B), (C), (D) ... et diminué par la diminution de demande de (A). Dans le cas ou p''_a aurait été < 1, p'''_a, pour devenir p^{IV}_a, aurait diminué par la diminution de demande de (B), (C), (D)... et augmenté par l'augmentation de demande de (A). Dans l'un et l'autre cas, ces tendances étant de sens contraire, p_a se sera moins éloigné de l'unité par leurs effets qu'il ne s'en était rapproché par l'effet de la diminution ou de l'augmentation de p_t, p_p, p_k ... Et, en continuant suivant la même voie, on l'en rapprochera de plus en plus. Supposons qu'il y soit arrivé et que l'on ait $p^{iv}_a = 1$, on a aussi $D'''_a = D^{iv}_a$, et le problème est entièrement résolu.

Or le tâtonnement que nous venons de décrire se fait encore naturellement et de lui-même sous le régime de la libre concurrence. En effet, quand on a

$$D''_a = D'_a\, p''_a,$$

les producteurs de (A) doivent $D'_a\, p''_a$. S'ils donnent alors la quantité demandée de (A) au prix de 1, D''_a, ils ont comme bénéfice $D'_a - D''_a = D'_a\,(1 - p''_a)$. Cette différence est bénéfice proprement dit si p''_a est < 1 et $D'_a > D''_a$. Mais alors ils développent leur production, ils font augmenter p''_t, p''_p, p''_k ... et par conséquent p''_a qui se rapproche de l'unité. La différence serait perte si p''_a était > 1 et $D'_a < D''_a$. Les producteurs resteraient devoir cette perte $D'_a - D''_a$. Mais alors ils restreindraient leur production, ils feraient diminuer p''_t, p''_p, p''_k ... et par conséquent p''_a qui se rapprocherait de l'unité. Il est à remarquer que les entrepreneurs de (A) sont libres d'éviter cette situation en ne produisant pas lorsque le prix de revient de la marchandise numéraire est supérieur à son prix de vente, c'est-à-dire à l'unité, et les met en perte certaine, et en ne produisant que lorsque le prix de revient est inférieur ou égal à l'unité. Quoi qu'il en soit, et en fin de compte, les entrepreneurs de (A), comme ceux de (B), (C), (D) ... n'ont qu'à développer leur production en cas d'excédant du prix de vente sur le prix de revient et à la restreindre en cas d'excédant du prix de revient sur le prix de vente. Dans le premier cas, ils font la hausse du prix des services producteurs, dans le second cas ils en font la baisse, sur le marché de ces services. Dans les deux cas ils tendent à produire l'équilibre.

En réunissant toutes les parties de cette démonstration, nous sommes amenés à formuler comme suit la loi d'établissement des prix d'équilibre de l'échange et de la production : — *Plusieurs services producteurs étant donnés, avec lesquels on peut fabriquer divers produits, et dont l'échange se fait contre ces produits avec intervention de numéraire, pour qu'il y ait équilibre du marché, ou prix stationnaire de tous ces services producteurs et de tous ces produits en numéraire, il faut et il suffit* 1° *qu'à ces prix la demande effective de chaque service producteur et de chaque produit soit égale à son offre effective, et* 2° *que le prix de vente des produits soit égal à leur prix de revient en services producteurs. Lorsque cette double égalité n'existe pas, il faut, pour arriver à la première, une hausse du prix des services producteurs ou des produits dont la demande effective est supérieure à l'offre effective, et une baisse du prix de ceux dont l'offre effective est supérieure à la demande effective; et, pour arriver à la seconde, une augmentation dans la quantité des produits dont le prix de vente est supérieur au prix de revient, et une diminution dans la quantité de ceux dont le prix de revient est supérieur au prix de vente.*

VI.

Il résulte de la démonstration faite aux §§ IV et V que la libre-concurrence en matière de production, c'est-à-dire la liberté laissée aux entrepreneurs de développer leur production en cas de bénéfice et de la restreindre en cas de perte, jointe à la libre concurrence en matière d'échange, c'est-à-dire à la liberté laissée aux propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes d'une part, et aux entrepreneurs de l'autre, de vendre et d'acheter les services producteurs et les produits à l'enchère et au rabais, est bien la résolution pratique des équations du § III. Or, si nous nous reportons à ces équations et aux conditions sur lesquelles elles reposent nous voyons que :

La libre concurrence en matière d'échange et de production est une opération par laquelle les services producteurs se combinent en les produits de la nature et de la quantité propres à donner la plus grande satisfaction possible des besoins dans les limites de cette condition que chaque service producteur comme chaque produit n'ait qu'un seul prix sur le marché.

Peut-être voudra-t-on bien enfin reconnaître l'importance de l'économie politique pure traitée scientifiquement. Placé à ce point de vue de la science pure, nous n'avons dû prendre et n'avons pris jusqu'ici la libre concurrence que comme un fait, ou même que comme une hypothèse ; car il importait peu que nous l'eussions vue : il suffisait à la rigueur que nous l'eussions pu concevoir. Dans ces données, nous en étudiions la nature, les causes, les conséquences. Il se trouve à présent que ces conséquences se résument en l'obtention, dans certaines limites, du maximum d'utilité. Par là ce fait devient un principe d'intérêt, ou une règle, dont il n'y a plus qu'à poursuivre l'application détaillée à l'agriculture, à l'industrie, au commerce, au crédit. Ainsi, la conclusion de la science pure nous met au seuil de la science appliquée. Que l'on remarque combien tombent ici d'elles-mêmes certaines objections à notre méthode. On nous disait entre autres choses : « La libre concurrence absolue n'est qu'une hypothèse. Dans la réalité, la libre concurrence est entravée par une infinité de causes perturbatrices. Il n'y a donc aucun intérêt quelconque, sinon de curiosité, à étudier la libre concurrence en elle-même et dégagée de ces éléments de perturbation qu'aucun calcul ne saurait mesurer, dont aucune formule ne saurait tenir compte. » L'erreur de cette opinion se révèle pleinement. A supposer qu'aucun progrès ultérieur de la science ne permette d'introduire et de faire figurer les causes perturbatrices dans les équations de l'échange et de la production, ce qu'il est peut-être imprudent d'affirmer, ces équations, telles que nous les avons établies, n'en conduisent pas moins à la règle générale et supérieure de la liberté de l'échange et de la production. Cette liberté procure, dans certaines limites, le maximum d'utilité ; donc les causes qui la troublent sont un empêchement à ce maximum ; et, quelles que puissent être ces causes, on en aura suffisamment tenu compte en concluant qu'il faut les supprimer autant que possible.

C'est bien là, en somme, ce que les économistes ont déjà dit en préconisant le laisser-faire, laisser-passer. Malheureusement, il faut bien le dire, les économistes jusqu'ici ont moins démontré leur laisser-faire, laisser-passer qu'ils ne l'ont affirmé à l'encontre des socialistes, anciens et nouveaux, qui, de leur côté, affirment, sans la démontrer davantage, l'intervention de l'Etat. Je sens qu'en m'exprimant ainsi je vais heurter quelques susceptibilités. Et cependant, on me permettra bien de le demander: Comment les économistes auraient-ils pu démontrer que les résultats de la libre concurrence étaient bons et avantageux s'ils ne savaient pas au juste quels étaient ces résultats? Et comment l'auraient-ils su quand ils n'avaient ni posé les définitions, ni formulé les lois qui s'y rapportent et les constatent? C'est là une raison *a priori*. En voici d'autres *a posteriori*. Lorsqu'un principe est scientifiquement établi, la première chose que l'on peut faire, en conséquence, c'est de discerner immédiatement les cas où il s'applique et ceux où il ne s'applique pas. Et, réciproquement, ce sera sans doute une bonne preuve que le principe de la libre concurrence n'est pas démontré, que les économistes l'aient souvent étendu au-delà de sa portée véritable. Ainsi, par exemple, notre démonstration, à nous, du principe de la libre concurrence repose, comme sur une première base, sur l'appréciation de l'utilité des services producteurs et des produits par le consommateur. Elle suppose donc une distinction fondamentale entre les besoins individuels, ou l'utilité privée, que le consommateur est apte à apprécier, et les besoins sociaux, ou l'utilité publique, qui s'apprécie d'une toute autre manière. Donc le principe de la libre concurrence, applicable à la production des choses d'intérêt privé, ne l'est plus à la production des choses d'intérêt public. N'y a-t-il pas cependant des économistes qui sont tombés dans cette erreur de vouloir soumettre des services publics à la libre concurrence en les remettant à l'industrie privée? Autre exemple. Notre démonstration repose, comme sur une seconde base, sur le nivellement du prix de vente et du prix de revient des produits. Elle suppose donc la possibilité de l'affluence des entrepreneurs vers les entreprises en bénéfice comme de leur détournement des entreprises en perte. Donc le principe de la libre concurrence n'est pas non plus nécessairement applicable à la production des choses qui sont l'objet d'un monopole naturel et nécessaire. N'y a-t-il pas cependant des économistes qui nous parlent tous les jours de libre concurrence à propos d'industries en monopole ? Une dernière observation enfin, et de la plus haute importance, pour terminer sur ce point. Notre démonstration de la libre concurrence, en mettant en évidence la question d'utilité, laisse entièrement de côté la question de justice ; car elle se borne à faire sortir une certaine distribution des produits d'une certaine répartition des services producteurs, et la question de cette répartition reste entière. N'y a-t-il pas cependant des économistes qui, non contents d'exagérer le laisser-faire, laisser-passer en matière d'industrie, l'appliquent encore, et tout-à-fait hors de propos, en matière de propriété ? Tels sont les dangers de la méthode littéraire substituée à la méthode scientifique. On affirme à la fois le vrai et le faux ; sur quoi il ne manque pas de gens pour nier à la fois le faux et le vrai. Et la science s'arrête indéfiniment tiraillée en sens contraire par des adversaires qui ont, les uns et les autres, raison et tort tout ensemble.

v_t, v_p, v_k ... étant les valeurs d'échange des services producteurs (T), (P), (K)... dont les rapports avec la valeur d'échange v_a du produit (A) constituent les prix de ces services, $r_{t,1}$, $r_{p,1}$, $r_{k,1}$ ... $r_{t,2}$, $r_{p,2}$, $r_{k,2}$ ... $r_{t,3}$, $r_{p,3}$,

$r_{k,3}$ ... étant les raretés de ces services producteurs ou les intensités des derniers besoins satisfaits, après l'échange, chez les individus (1), (2), (3)... qui en ont gardé ou acquis pour les consommer directement, on doit compléter comme suit le tableau d'équilibre général :

$$
\begin{array}{cccccccccc}
 & v_a & : v_b & : v_c & : v_d & : \ldots & : v_t & : v_p & : v_k & : \ldots \\
:: & r_{a,1} & : r_{b,1} & : r_{c,1} & : r_{d,1} & : \ldots & : r_{t,1} & : r_{p,1} & : r_{k,1} & : \ldots \\
:: & r_{a,2} & : r_{b,2} & : r_{c,2} & : r_{d,2} & : \ldots & : r_{t,2} & : r_{p,2} & : r_{k,2} & : \ldots \\
:: & r_{a,3} & : r_{b,3} & : r_{c,3} & : r_{d,3} & : \ldots & : r_{t,3} & : r_{p,3} & : r_{k,3} & : \ldots \\
:: & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots
\end{array}
$$

Et ainsi, on doit généraliser, en l'étendant aux services producteurs comme aux produits, la proposition que: — *Les valeurs d'échange sont proportionnelles aux raretés.*

Par cela même, on doit généraliser aussi la loi de variation des prix en l'énonçant en ces termes :

Plusieurs produits ou services producteurs étant donnés à l'état d'équilibre général, sur un marché où l'échange se fait avec intervention de numéraire, si toutes choses restant égales d'ailleurs, l'utilité d'un de ces produits ou services augmente ou diminue pour un ou pour plusieurs des échangeurs, le prix de ce produit ou service en numéraire augmente ou diminue.

Si, toutes choses restant égales d'ailleurs, la quantité d'un de ces produits ou services augmente ou diminue chez un ou chez plusieurs des porteurs, le prix de ce produit ou service diminue ou augmente.

Plusieurs produits ou services producteurs étant donnés, si l'utilité et la quantité d'un de ces produits ou *services à l'égard d'un ou plusieurs des échangeurs ou porteurs varient de telle sorte que les raretés ne varient pas, le prix de ce produit ou service ne varie pas.*

Si l'utilité et la quantité de tous les produits ou services à l'égard d'un ou plusieurs des échangeurs ou porteurs varient de telle sorte que les rapports des raretés ne varient pas, les prix de ces produits ou services ne varient pas.

A quoi l'on peut ajouter encore ces deux autres propositions :

Si, toutes choses restant égales d'ailleurs, la quantité d'un service producteur possédée par un ou plusieurs individus augmente ou diminue, l'offre effective de ce service par ces individus augmentant ou diminuant sur le marché des services producteurs, et, par suite, le prix baissant ou haussant, *le prix des produits dans la confection desquels entre ce service diminuera ou augmentera.*

Si, toutes choses restant égales d'ailleurs, l'utilité d'un produit pour un ou plusieurs des consommateurs augmente ou diminue, la demande effective de ce produit par ces consommateurs augmentant ou diminuant sur le marché des produits, et, par suite, le prix haussant ou baissant, *le prix des services producteurs qui entrent dans la confection de ce produit augmentera ou diminuera.*

Telle est la *Loi de variation des prix* d'équilibre de l'échange et de la production ; en la réunissant à la *Loi d'établissement des prix* ci-dessus énoncée, on a bien la formule scientifique de la double LOI DE L'OFFRE ET DE LA DEMANDE ET DU PRIX DE REVIENT.