Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 14 (1875-1877)
Heft: 76

Artikel: Théorie mathématique de la richesse sociale
Kapitel: Équations de l'échange
Autor: Walras, Léon
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-258468

ÉQUATIONS DE L'ÉCHANGE.

I.

L'idée de l'application des mathématiques aux sciences physiques est une idée que plusieurs savants ont mise à profit dans les temps anciens et modernes, mais de laquelle Descartes est le premier qui se soit bien rendu compte. Il résulte clairement d'un passage du *Discours de la Méthode* que Descartes considère comme sciences mathématiques toutes celles qui traitent de faits de quantité, c'est-à-dire de grandeurs susceptibles d'être soit exprimées en nombre, soit représentées par des figures, et qui, pour cette raison, peuvent et doivent être élaborées soit dans le langage de la science des nombres ou de l'algèbre, et grâce à la connaissance des propriétés des nombres, soit dans le langage de la science des figures ou de la géométrie, et grâce à la connaissance des propriétés des figures. La célèbre application de l'algèbre à la géométrie n'est qu'une conséquence particulière de cette vue d'ensemble de l'illustre mathématicien philosophe. La géométrie traite des figures qui sont des grandeurs susceptibles d'être exprimées en nombres ; donc elle peut elle-même être élaborée dans le langage de la science des nombres, et grâce à la connaissance des propriétés des nombres ; donc elle est la première science à laquelle on peut appliquer l'algèbre, ce qui donne la géométrie analytique. Mais viennent ensuite la mécanique qui traite du mouvement des corps en général, l'astronomie qui traite du mouvement des corps célestes en particulier, si ce mouvement est susceptible de s'exprimer en nombres ou de se représenter par des figures, on pourra aussi bien appliquer les mathématiques : algèbre, géométrie, géométrie analytique, à la mécanique, à l'astronomie. C'est ce qu'avant Descartes avait déjà fait Galilée ; c'est ce qu'après lui ont encore fait Huyghens, Newton, Laplace.

Comme la mécanique traite du *mouvement*, des *vitesses*, etc., l'économie politique pure, telle que nous l'avons définie, traite de l'*échange*, des *prix :* prix des produits, prix des services producteurs, etc. Les prix sont les rapports inverses des quantités de marchandise échangées ; ce sont des grandeurs susceptibles d'être soit exprimées en nombres, soit représentées par des figures. Les éléments nécessaires et suffisants de ces prix, tels que nous les avons reconnus, l'*utilité*, la *quantité possédée* des marchandises, sont dans le même cas. Donc il est possible d'appliquer les mathématiques à l'économie politique pure comme à la mécanique et à l'astronomie, c'est-à-dire d'élaborer l'économie politique pure comme la mécanique et l'astronomie dans le langage soit de la science des nombres, soit de la science des figures, en se servant des propriétés connues des nombres ou des figures. Et si c'est là une chose que l'on peut faire, c'est par cela même une chose que l'on doit faire. Tel est le caractère, telle est la portée de l'application des mathématiques à l'économie politique

Pour étudier l'échange de deux marchandises entre elles, nous avons procédé surtout dans la forme géométrique, c'est-à-dire en représentant les prix et leurs éléments par des figures, et par voie de réduction ou d'analyse, c'est-à-dire en remontant des prix à leurs éléments.

Pour étudier à présent l'échange de plusieurs marchandises entre elles, nous procéderons surtout dans la forme algébrique, c'est-à-dire en exprimant les prix et leurs éléments en nombres, et par voie de déduction ou de synthèse, c'est-à-dire en allant des éléments des prix aux prix eux-mêmes.

Soient donc, à présent, m marchandises (A), (B), (C), (D)... sur un marché régi par la libre concurrence. Il y a des porteurs de (A) qui ont une quantité déterminée de (A), mais qui n'ont ni (B), ni (C), ni (D)... et qui sont désireux de garder une certaine quantité de leur (A) pour eux, et disposés à en céder une certaine quantité en échange de (B), de (C), de (D)... Il y a des porteurs de (B) qui sont dans des dispositions analogues, et ainsi de suite. Prenant, par exemple, un porteur de (A) entre tous, de quoi dépendront les quantités de (B), de (C), de (D)... qu'il demandera ? Des prix de (B), de (C), de (D)... en (A). Et la demande effective qu'il fera de chacune de ces marchandises dépendra non-seulement du prix de cette marchandise, mais aussi des prix de toutes les autres. Assurément nous sommes forcés de reconnaître que la détermination de la demande de (B) en (A) ne peut se faire sans la connaissance des prix de (C), de (D)... en (A), aussi bien que du prix de (B) en (A); mais on est aussi forcé de convenir que les prix de (B), de (C), de (D)... en (A) étant tous connus, la demande de (B) en (A) est susceptible d'être déterminée par cela même. Ainsi chacune des demandes partielles de (B), de (C), de (D)... en (A) est une fonction de plusieurs variables qui sont les prix de (B), de (C), de (D)... en (A). $d_{b,a}$ étant une de ces demandes partielles, $p_{b,a}$, $p_{c,a}$, $p_{d,a}$... étant ces prix, cette circonstance s'exprime algébriquement par l'équation

$$d_{b,a} = f_{b,a}\,(p_{b,a}\,,\,p_{c,a}\,,\,p_{d,a}\,\ldots)$$

dans le premier membre de laquelle la *fonction* $d_{b,a}$ figure seule, et dans le second membre de laquelle il faut se représenter les *variables* $p_{b,a}$, $p_{c,a}$, $p_{d,a}$... comme engagées, dans un ou plusieurs termes, en des combinaisons d'addition, soustraction, multiplication, division, etc., etc., de telle sorte que, ces variables venant à être remplacées par tels ou tels *prix* de (B), de (C), de (D)... en (A), il en résulte mathématiquement, comme valeur de la fonction, la *quantité effectivement demandée* de (B) par un porteur de (A) à ces prix. De même pour les demandes partielles de (C), de (D)... en (A) par le même porteur. De même pour les demandes partielles de (B), de (C), de (D)... par les autres porteurs de (A). De même aussi pour chacune des demandes partielles de (A), de (C), de (D)... en (B), et ainsi de suite. On voit que, dans le cas de l'échange de plusieurs marchandises entre elles, les dispositions à l'enchère de chaque échangeur ne sont plus susceptibles d'être représentées géométriquement par des courbes, et cela à cause du nombre des variables ; mais elles sont toujours susceptibles d'être exprimées algébriquement par des équations. C'est pourquoi nous passons forcément du mode géométrique au mode algébrique. Ce mode étant adopté, nous avons toujours à montrer, pour plusieurs marchandises comme pour deux : 1° Comment les prix courants ou d'équilibre résultent des équations de demande ; et 2° Comment les équations de demande résultent elles-mêmes de l'utilité et de la quantité des marchandises. Nous résoudrons ici le second de ces deux problèmes avant le premier, et c'est en quoi nous substituerons la méthode de déduction à la méthode de réduction.

II

Le premier problème que nous avons à résoudre est celui-ci : — *Etant données* m *marchandises* (A), (B). (C), (D)... *et l'utilité de chacune de ces marchandises pour chacun des échangeurs, ainsi que la quantité de chacune d'elles possédée par chacun des porteurs, déterminer les équations de demande.*

Soit, par exemple, un porteur de (A). L'expression mathématique de la *quantité* de (A) *possédée* par ce porteur n'offre aucune difficulté : nous la désignerons par q_a. Quant à l'expression mathématique de l'*utilité* de (A), (B), (C), (D)... pour cet échangeur, après nos explications précédentes, elle n'en offre pas davantage. Géométriquement nous représenterions ces utilités par des courbes de besoin de (A), (B), (C), (D) .. pour l'individu dont il s'agit, les ordonnées correspondant aux *quantités possédées*, et les abscisses correspondant aux *raretés* ou aux *intensités des derniers besoins satisfaits* par ces quantités. Donc algébriquement nous exprimerons ces utilités par des équations qui seront celles des courbes de besoin ci-dessus. Nous supposerons ces équations résolues par rapport aux raretés, c'est-à-dire donnant les raretés en fonction des quantités possédées Nous aurons ainsi les équations : $r = \varphi_a(q)$, $r = \varphi_b(q)$, $r = \varphi_c(q)$, $r = \varphi_d(q)$... dans le premier membre desquelles la fonction r figure seule, et dans le second membre desquelles il faut se représenter la variable q comme engagée, dans un ou plusieurs termes, en des combinaisons d'addition, soustraction, multiplication, division, etc., etc., de telle sorte que, cette variable venant à être remplacée par telle ou telle quantité possédée de (A), (B), (C), (D)... il en résulte mathématiquement, comme valeur de la fonction, l'intensité du dernier besoin satisfait, ou la rareté, de (A), (B), (C), (D)... pour cette quantité. Les abscisses des courbes étant décroissantes pour des ordonnées croissantes, les dérivées des fonctions par rapport à leurs variables sont négatives. L'*utilité effective*, ou la *somme des besoins satisfaits* par une *quantité possédée* de marchandise, étant représentée par les aires des courbes, sera exprimée par les intégrales définies des fonctions. Ces dernières données, au surplus, ne sont pas indispensables, et les précédentes vont nous suffire pour établir l'équation de demande de (B) en (A) par un porteur quelconque de (A).

Cet homme donne une certaine quantité de (A) pour une certaine quantité $d_{b,a}$ de (B), à un certain prix $p_{b,a}$ de (B) en (A), une certaine quantité de (A) pour une certaine quantité $d_{c,a}$ de (C), à un certain prix $p_{c,a}$ de (C) en (A), une certaine quantité de (A) pour une certaine quantité $d_{d,a}$ de (D), à un certain prix $p_{d,a}$ de (D) en (A)... et ainsi de suite. Soit x la quantité totale de (A) ainsi donnée contre (B), (C), (D)... et, par conséquent, $q_a - x$ la quantité gardée, on a d'abord l'équation

$$x = d_{b,a}\, p_{b,a} + d_{c,a}\, p_{c,a} + d_{d,a}\, p_{d,a} + \dots$$

et, par conséquent, l'équation

$$q_a - x = q_a - d_{b,a}\, p_{b,a} - d_{c,a}\, p_{c,a} - d_{d,a}\, p_{d,a} - \dots$$

Mais, pour plusieurs marchandises comme pour deux, nous pouvons poser en fait que la demande est déterminée par la condition de satisfaction maximum des besoins ou de maximum de l'utilité effective. Et, pour plusieurs marchandises comme pour deux, nous pouvons énoncer aussi que cette condition est que *le rapport des* *raretés,* ou des intensités des derniers besoins satisfaits, après l'échange, *soit égal au prix*. En effet, si le rapport de la rareté de (B) à la rareté de (A), après l'échange, n'était pas égal au prix $p_{b,a}$ de (B) en (A), s'il était supérieur ou inférieur, il y aurait, en vertu de la condition de satisfaction maximum telle qu'elle a été établie dans le cas de l'échange de deux marchandises entre elles, avantage à échanger encore une certaine quantité de (A) contre une certaine quantité de (B), ou à restituer une certaine quantité de (B) contre une certaine quantité de (A). En d'autres termes, la limite n'aurait pas été atteinte ou elle aurait été dépassée. Le même raisonnement montrerait que le rapport de la rareté de (C) à la rareté de (A), après l'échange, doit être égal au prix $p_{c,a}$ de (C) en (A), que le rapport de la rareté de (D) à la rareté de (A) doit être égal au prix $p_{d,a}$ de (D) en (A)... et ainsi de suite. Soient donc $r_a = \varphi_a\ (q_a - x)$, $r_b = \varphi_b\ (d_{b,a})$, $r_c = \varphi_c\ (d_{c,a})$, $r_d = \varphi_d\ (d_{d,a})$... les raretés de (A), (B), (C), (D)... après l'échange, on a les équations

$$\varphi_b\,(d_{b,a}) = p_{b,a}\,\varphi_a\,(q_a - x)$$

$$= p_{b,a}\,\varphi_a\,(q_a - d_{b,a}\,p_{b,a} - d_{c,a}\,p_{c,a} - d_{d,a}\,p_{d,a} - \ldots),$$

$$\varphi_c\,(d_{c,a}) = p_{c,a}\,\varphi_a\,(q_a - x)$$

$$= p_{c,a}\,\varphi_a\,(q_a - d_{b,a}\,p_{b,a} - d_{c,a}\,p_{c,a} - d_{d,a}\,p_{d,a} - \ldots),$$

$$\varphi_d\,(d_{d,a}) = p_{d,a}\,\varphi_a\,(q_a - x)$$

$$= p_{d,a}\,\varphi_a\,(q_a - d_{b,a}\,p_{b,a} - d_{c,a}\,p_{c,a} - d_{d,a}\,p_{d,a} - \ldots),$$

. . . .

soit $m - 1$ équations entre lesquelles on peut éliminer

$m-2$ inconnues telles que $d_{c,a}$, $d_{d,a}$ ... pour avoir $d_{b,a}$, ou $m-2$ inconnues telles que $d_{b,a}$, $d_{d,a}$ ... pour avoir $d_{c,a}$, ou $m-2$ inconnues telles que $d_{b,a}$, $d_{c,a}$ ... pour avoir $d_{d,a}$ ... en fonction de $p_{b,a}$, $p_{c,a}$, $p_{d,a}$ ... C'est ainsi qu'à tout système de prix de (B), (C), (D) ... en (A) correspondra, pour un porteur quelconque de (A), un système de demandes de (B), (C), (D) ... en (A) qui lui donnera la satisfaction maximum, et c'est ainsi, par conséquent, que se déterminera l'équation de demande partielle de chaque marchandise en fonction des prix de toutes.

III

Le second problème que nous avons à résoudre est celui-ci : — *Etant données* m *marchandises* (A), (B), (C), (D) ... *et les équations de demande de chacune de ces marchandises en chacune des autres, déterminer les prix respectifs d'équilibre.*

En additionnant purement et simplement les équations de demande partielle, on aurait les $m-1$ équations de demande totale de (B), (C), (D) ... en (A),

$$
[1] \quad
\begin{aligned}
D_{b,a} &= F_{b,a}(p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a} \ldots), \\
D_{c,a} &= F_{c,a}(p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a} \ldots), \\
D_{d,a} &= F_{d,a}(p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a} \ldots), \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

On aurait de même les $m-1$ équations de demande totale de (A), (C), (D) ... en (B),

$$D_{a,b} = F_{a,b}(p_{a,b}, p_{c,b}, p_{d,b} \ldots),$$

$$[1] \quad \begin{aligned} D_{c,b} &= F_{c,b}\,(p_{a,b}\,,\ p_{c,b}\,,\ p_{d,b}\ \ldots), \\ D_{d,b} &= F_{d,b}\,(p_{a,b}\,,\ p_{c,b}\,,\ p_{d,b}\ \ldots), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

les $m-1$ équations de demande totale de (A), (B), (D) ... en (C),

$$[1] \quad \begin{aligned} D_{a,c} &= F_{a,c}\,(p_{a,c}\,,\ p_{b,c}\,,\ p_{d,c}\ \ldots), \\ D_{b,c} &= F_{b,c}\,(p_{a,c}\,,\ p_{b,c}\,,\ p_{d,c}\ \ldots), \\ D_{d,c} &= F_{d,c}\,(p_{a,c}\,,\ p_{b,c}\,,\ p_{d,c}\ \ldots), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

les $m-1$ équations de demande totale de (A), (B), (C) ... en (D),

$$[1] \quad \begin{aligned} D_{a,d} &= F_{a,d}\,(p_{a,d}\,,\ p_{b,d}\,,\ p_{c,d}\ \ldots), \\ D_{b,d} &= F_{b,d}\,(p_{a,d}\,,\ p_{b,d}\,,\ p_{c,d}\ \ldots), \\ D_{c,d} &= F_{c,d}\,(p_{a,d}\,,\ p_{b,d}\,,\ p_{c,d}\ \ldots), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

et ainsi de suite, soit $m\,(m-1)$ équations de demande.

Les prix d'équilibre sont ceux pour lesquels *la demande totale effective est égale à l'offre totale effective*. A cet égard, et l'offre effective d'une marchandise contre une autre étant toujours égale à la demande effective de cette autre multipliée par son prix en la première, nous avons les $m-1$ équations d'échange de (A) contre (B), (C), (D) ...

$$D_{b,a}\,p_{b,a} = D_{a,b}\,, \qquad D_{c,a}\,p_{c,a} = D_{a,c}\,, \qquad D_{d,a}\,p_{d,a} = D_{a,d}\ \ldots$$

les $m-1$ équations d'échange de (B) contre (A), (C), (D) ...

$$D_{a,b}\, p_{a,b} = D_{b,a}\,, \qquad D_{c,b}\, p_{c,b} = D_{b,c}\,, \qquad D_{d,b}\, p_{d,b} = D_{b,d}\ \ldots$$

les $m-1$ équations d'échange de (C) contre (A), (B), (D) ...

$$D_{a,c}\, p_{a,c} = D_{c,a}\,, \qquad D_{b,c}\, p_{b,c} = D_{c,b}\,, \qquad D_{d,c}\, p_{d,c} = D_{c,d}\ \ldots$$

les $m-1$ équations d'échange de (D) contre (A), (B), (C) ...

$$D_{a,d}\, p_{a,d} = D_{d,a}\,, \qquad D_{b,d}\, p_{b,d} = D_{d,b}\,, \qquad D_{c,d}\, p_{c,d} = D_{d,c}\ \ldots$$

et ainsi de suite, soit $m\,(m-1)$ équations d'échange contenant implicitement $\frac{m\,(m-1)}{2}$ équations de réciprocité des prix. Ces $m\,(m-1)$ équations d'échange jointes aux $m\,(m-1)$ équations de demande forment un total de $2m\,(m-1)$ équations. Or nous avons précisement dans la question $2m\,(m-1)$ inconnues, savoir les $m\,(m-1)$ prix des m marchandises les unes en les autres et les $m\,(m-1)$ quantités totales de ces m marchandises échangées les unes contre les autres.

IV

Le problème de l'échange de plusieurs marchandises entre elles paraît résolu. Il ne l'est pourtant qu'à moitié. Dans les conditions ci-dessus définies, il y aurait bien, sur le marché, un certain équilibre des marchandises deux à deux; mais ce ne serait là qu'un équilibre imparfait. *L'équilibre* parfait ou *général du marché n'a lieu que si le prix de deux marchandises quelconques l'une en l'autre est égal au rapport des prix de l'une et l'autre en une troisième quelconque.* C'est ce qu'il faut démontrer. Pour cela, prenons trois marchandises entre toutes (A), (B) et (C), par exemple; supposons que le prix $p_{c,b}$ soit plus grand ou plus petit que le rapport des prix $p_{c,a}$, $p_{b,a}$; et voyons ce qui arrivera.

Nous imaginerons, pour bien fixer les idées, que le lieu qui sert de marché pour l'échange de toutes les marchandises (A), (B), (C), (D) ... entre elles ait été divisé en autant de parties qu'il se fait d'échanges de marchandises deux à deux, soit en $\frac{m\,(m-1)}{2}$ marchés spéciaux désignés par des écriteaux sur lesquels on aurait indiqué le nom des marchandises qui s'échangent et le prix d'échange déterminé mathématiquement en vertu du système d'équations ci-dessus. Ainsi: « Echange de (A) contre (B) et de (B) contre (A) aux prix réciproques $p_{a,b}$, $p_{b,a}$; » — « Echange de (A) contre (C) et de (C) contre (A) aux prix réciproques $p_{a,c}$, $p_{c,a}$; » — « Echange de (B) contre (C) et de (C) contre (B) aux prix réciproques $p_{b,c}$, $p_{c,b}$. » Cela posé, si chaque porteur de (A) qui veut du (B) et du (C) se bornait à échanger son (A) contre ce (B) et ce (C) sur les deux premiers marchés spéciaux, si chaque porteur de (B) qui veut de l'(A) et du (C) se bornait à échanger son (B) contre cet (A) et ce (C) sur le premier et le troisième, si chaque porteur de (C) qui veut de l'(A) et du (B) se bornait à échanger son (C) contre cet (A) et ce (B) sur les deux derniers, l'équilibre se maintiendrait tel quel. Mais il est facile de faire voir que ni les porteurs de (A), ni ceux de (B), ni ceux de (C) ne se borneront à ces deux échanges; ils en voudront faire un troisième.

Pour un porteur de (A), qui a gardé $q_a - x$ de (A) et obtenu $d_{b,a}$ de (B) et $d_{c,a}$ de (C), on a les deux équations

$$\varphi_b\,(d_{b,a}) = p_{b,a}\,\varphi_a\,(q_a - x),$$

$$\varphi_c\,(d_{c,a}) = p_{c,a}\,\varphi_a\,(q_a - x),$$

exprimant l'égalité de chacun des rapports de la rareté de (B) et de la rareté de (C) à la rareté de (A) avec chacun des prix de (B) et de (C) en (A), après l'échange, qui est la condition de la satisfaction maximum. Or on tire de ces équations

$$\varphi_c\,(d_{c,a}) = \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}\,\varphi_b\,(d_{b,a})\,;$$

d'où, si on suppose, par exemple, $p_{c,b} > \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$,

$$\varphi_c\,(d_{c,a}) < p_{c,b}\,\varphi_b\,(d_{b,a});$$

ce qui indique qu'il y a avantage pour notre individu, après avoir fait ses deux premiers échanges sur les marchés (A, B), (A, C), à aller sur le marché (B, C) vendre du (C) en achetant du (B) au prix $p_{c,b}$ de (C) en (B). En vertu de la théorie de la détermination des prix courants d'équilibre, telle qu'elle a été établie dans le cas de l'échange de deux marchandises entre elles, cette opération troublera l'équilibre du marché (B, C) en y rendant l'offre de (C) supérieure à la demande; et cet équilibre, ainsi troublé, ne pourra se rétablir que par une baisse de $p_{c,b}$.

De l'inégalité $p_{c,b} > \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$, on tire, en vertu de l'égalité $p_{b,a} = \frac{1}{p_{a,b}}$, $p_{c,a} < \frac{p_{c,b}}{p_{a,b}}$. Dès lors, on démontrerait aussi qu'il y a avantage, pour un porteur de (B), après avoir fait ses deux premiers échanges sur les marchés (A, B), (B, C), à aller sur le marché (A, C) acheter du (C) en vendant de l'(A) au prix $p_{c,a}$ de (C) en (A). Cette opération troublera l'équilibre du marché (A, C) en rendant la demande de (C) supérieure à l'offre, et cet équilibre ne pourra se rétablir que par une hausse de $p_{c,a}$.

Enfin, de l'inégalité $p_{c,b} > \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$, on tire encore, en vertu de l'égalité $p_{c,a} = \frac{1}{p_{a,c}}$ et de l'égalité $p_{b,c} = \frac{1}{p_{c,b}}$, $p_{b,a} > \frac{p_{b,c}}{p_{a,c}}$. Dès lors, on démontrerait, toujours de la même manière, qu'il y a avantage pour un porteur de (C), après avoir fait ses deux premiers échanges sur les marchés (A, C), (B, C), à aller sur le marché (A, B) vendre du (B) en achetant de l'(A) au prix $p_{b,a}$ de (B) en (A). Cette opération troublera l'équilibre du marché (A, B) en rendant l'offre de (B) supérieure à la demande, et cet équilibre ne pourra se rétablir que par une baisse de $p_{b,a}$.

On voit par là que, dans le cas où $p_{c,b}$ est $> \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$, l'équilibre du marché n'est pas définitif ou général, et qu'il s'y fait des échanges complémentaires dont le résultat est une baisse de $p_{c,b}$, une hausse de $p_{c,a}$ et une baisse de $p_{b,a}$. On voit en même temps que, dans le cas où $p_{c,b}$ serait $< \frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$, il se ferait, sur le marché, des échanges complémentaires dont le résultat serait une hausse de $p_{c,b}$, une baisse de $p_{c,a}$ et une hausse de $p_{b,a}$. D'ailleurs il est assez clair que ce qui a été dit des prix de (A), (B) et (C) peut se dire aussi des prix de trois marchandises quelconques. Si donc on voulait que les échanges complémentaires n'eussent pas lieu, et que l'équilibre des marchandises deux à deux sur le marché fût général, il faudrait introduire la condition que le prix de deux marchandises quelconques l'une en l'autre fût égal au rapport des prix de l'une et l'autre en une troisième quelconque, c'est-à-dire qu'il faudrait poser les équations suivantes :

$$[3] \quad \begin{array}{llll}
p_{a,b} = \dfrac{1}{p_{b,a}}, & p_{c,b} = \dfrac{p_{c,a}}{p_{b,a}}, & p_{d,b} = \dfrac{p_{d,a}}{p_{b,a}} & \ldots \\[2ex]
p_{a,c} = \dfrac{1}{p_{c,a}}, & p_{b,c} = \dfrac{p_{b,a}}{p_{c,a}}, & p_{d,c} = \dfrac{p_{d,a}}{p_{c,a}} & \ldots \\[2ex]
p_{a,d} = \dfrac{1}{p_{d,a}}, & p_{b,d} = \dfrac{p_{b,a}}{p_{d,a}}, & p_{c,d} = \dfrac{p_{c,a}}{p_{d,a}} & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots
\end{array}$$

et ainsi de suite, soit, en tout, $(m-1)(m-1)$ équations d'équilibre général, contenant implicitement $\dfrac{m(m-1)}{2}$ équations de réciprocité des prix.

Mais cette introduction de $(m-1)(m-1)$ équations de condition exige que notre système précédent d'équations de demande et d'échange soit diminué d'un nombre d'équations égal. C'est ce qui se fait précisement, dans le cas de la substitution aux marchés spéciaux d'un marché général, par la substitution aux équations d'échange indiquant l'égalité de l'offre et de la demande de chaque marchandise contre chacune des autres séparément des équations d'échange suivantes indiquant l'égalité de l'offre et de la demande de chaque marchandise contre toutes les autres ensemble :

$$[2] \quad \begin{array}{l}
D_{b,a}\,p_{b,a} + D_{c,a}\,p_{c,a} + D_{d,a}\,p_{d,a} + \ldots = D_{a,b} + D_{a,c} + D_{a,d} + \ldots \\[1ex]
D_{a,b}\,p_{a,b} + D_{c,b}\,p_{c,b} + D_{d,b}\,p_{d,b} + \ldots = D_{b,a} + D_{b,c} + D_{b,d} + \ldots \\[1ex]
D_{a,c}\,p_{a,c} + D_{b,c}\,p_{b,c} + D_{d,c}\,p_{d,c} + \ldots = D_{c,a} + D_{c,b} + D_{c,d} + \ldots \\[1ex]
D_{a,d}\,p_{a,d} + D_{b,d}\,p_{b,d} + D_{c,d}\,p_{c,d} + \ldots = D_{d,a} + D_{d,b} + D_{d,c} + \ldots \\
\ldots
\end{array}$$

et ainsi de suite, soit m équations. Mais ces m équations se réduisent à $m-1$. En effet, en y introduisant les valeurs des prix en (A) tirées des équations d'équilibre général, et désignant plus simplement par p_b, p_c, p_d . . . les prix de (B), (C), (D) . . . en (A), elles deviennent

$$D_{b,a}p_b + D_{c,a}p_c + D_{d,a}p_d + \ldots = D_{a,b} + D_{a,c} + D_{a,d} + \ldots$$

$$D_{a,b}\frac{1}{p_b} + D_{c,b}\frac{p_c}{p_b} + D_{d,b}\frac{p_d}{p_b} + \ldots = D_{b,a} + D_{b,c} + D_{b,d} + \ldots$$

$$D_{a,c}\frac{1}{p_c} + D_{b,c}\frac{p_b}{p_c} + D_{d,c}\frac{p_d}{p_c} + \ldots = D_{c,a} + D_{c,b} + D_{c,d} + \ldots$$

$$D_{a,d}\frac{1}{p_d} + D_{b,d}\frac{p_b}{p_d} + D_{c,d}\frac{p_c}{p_d} + \ldots = D_{d,a} + D_{d,b} + D_{d,c} + \ldots$$

. . . .

Et si, alors, on additionne ensemble les $m-1$ dernières, après avoir multiplié les deux membres de la première par p_b, de la seconde par p_c, de la troisième par p_d . . . et qu'on retranche de part et d'autre les termes identiques, on retombe sur la première équation du systéme. Cette première peut donc être négligée et le système réduit aux $m-1$ suivantes. Celles-ci demeurent alors comme $m-1$ équations d'échange qui, jointes aux $m\,(m-1)$ équations de demande et aux $(m-1)(m-1)$ équations d'équilibre général, forment un total de $2\,m\,(m-1)$ équations dont les racines sont les $m\,(m-1)$ prix des m marchandises les unes en les autres et les $m\,(m-1)$ quantités totales de ces m marchandises échangées les unes contre les autres. Voilà comment, les équations de demande étant données, les prix en résultent mathématiquement. Reste seulement à montrer, et c'est là le point essentiel, que ce même problème de l'échange dont nous venons de fournir la solution théorique est aussi celui qui se résout pratiquement sur le marché par le mécanisme de la libre concurrence.

V

Et d'abord, sur le marché, on réduit précisement, par l'adoption d'un numéraire, les m (m — 1) prix des m marchandises entre elles aux m — 1 prix de m — 1 d'entre elles en la $m^{\text{ième}}$. Celle-ci est le numéraire; et, quant aux (m — 1) (m — 1) prix des autres entre elles, ils sont censés égaux aux rapports des prix des marchandises en le numéraire, conformément à la condition d'équilibre général et au système [3] d'équations. Soient p'_b, p'_c, p'_d . . . m — 1 prix de (B), (C), (D) ... en (A) ainsi criés au hasard.

A ces prix, ainsi criés, chaque échangeur détermine sa demande de chacune des marchandises en celle dont il est porteur. Cela se fait après réflexion, sans calcul, mais exactement comme cela se ferait par le calcul conformément à la condition de satisfaction maximum et au système [1] d'équations. Soient $D'_{b,a}$, $D'_{c,a}$, $D'_{d,a}$ . . . $D'_{a,b}$, $D'_{c,b}$, $D'_{d,b}$ . . . $D'_{a,c}$, $D'_{b,c}$, $D'_{d,c}$ . . . $D'_{a,d}$, $D'_{b,d}$, $D'_{c,d}$ . . . les m (m — 1) demandes totales correspondant aux prix p'_b, p'_c, p'_d . . .

Des demandes effectives de toutes les marchandises en chacune d'elles, se déduit toujours l'offre effective de chacune d'elles contre toutes en vertu de ce fait que l'offre effective d'une marchandise contre une autre est égale à la demande effective de cette autre multipliée par son prix en la première. C'est ainsi qu'il se produit une offre de (B)

$$D'_{a,b}\frac{1}{p'_b} + D'_{c,b}\frac{p'_c}{p'_b} + D'_{d,b}\frac{p'_d}{p'_b} + \ldots$$

en même temps qu'il se produit une demande de (B)

$$D'_{b,a} + D'_{b,c} + D'_{b,d} + \dots$$

C'est ainsi qu'il se produit une offre de (C)

$$D'_{a,c} \frac{1}{p'_c} + D'_{b,c} \frac{p'_b}{p'_c} + D'_{d,c} \frac{p'_d}{p'_c} + \dots$$

en même temps qu'il se produit une demande de (C)

$$D'_{c,a} + D'_{c,b} + D'_{c,d} + \dots$$

C'est ainsi qu'il se produit une offre de (D)

$$D'_{a,d} \frac{1}{p'_d} + D'_{b,d} \frac{p'_b}{p'_d} + D'_{c,d} \frac{p'_c}{p'_d} + \dots$$

en même temps qu'il se produit une demande de (D)

$$D'_{d,a} + D'_{d,b} + D'_{d,c} + \dots$$

et ainsi de suite.

Si l'offre et la demande de chaque marchandise sont égales, c'est-à-dire si on a

$$D'_{a,b} \frac{1}{p'_b} + D'_{c,b} \frac{p'_c}{p'_b} + D'_{d,b} \frac{p'_d}{p'_b} + \dots = D'_{b,a} + D'_{b,c} + D'_{b,d} + \dots$$

$$D'_{a,c} \frac{1}{p'_c} + D'_{b,c} \frac{p'_b}{p'_c} + D'_{d,c} \frac{p'_d}{p'_c} + \dots = D'_{c,a} + D'_{c,b} + D'_{c,d} + \dots$$

$$D'_{a,d} \frac{1}{p'_d} + D'_{b,d} \frac{p'_b}{p'_d} + D'_{c,d} \frac{p'_c}{p'_d} + \dots = D'_{d,a} + D'_{d,b} + D'_{d,c} + \dots$$

. . . .

l'échange se fait à ces prix conformément à la condition d'égalité de l'offre et de la demande et du système [2] d'équations, et le problème est résolu. Mais généralement l'offre et la demande de chaque marchandises seront inégales. Ce cas échéant, que fait-on sur le marché? Si c'est la demande qui est supérieure à l'offre, on fait la hausse du prix de la marchandise en numéraire; si c'est l'offre qui est supérieure à la demande, on fait la baisse. Que faut-il donc prouver pour établir que la solution théorique et la solution du marché sont identiques? Tout simplement que la hausse et la baisse sont un mode de résolution par tâtonnement du système [2] des équations d'échange.

Observons d'abord que, si l'on prend le système entier des m inégalités d'offre et de demande des m marchandises (A), (B), (C), (D)... aux prix p'_b, p'_c, p'_d ... en multipliant respectivement les deux membres des $m-1$ dernières par p'_b, p'_c, p'_d, soit

$$D'_{b,a}\,p'_b + D'_{c,a}\,p'_c + D'_{d,a}\,p'_d + \ldots$$
$$\gtrless D'_{a,b} + D'_{a,c} + D'_{a,d} + \ldots$$

$$D'_{a,b} + D'_{c,b}\,p'_c + D'_{d,b}\,p'_d + \ldots$$
$$\gtrless D'_{b,a}\,p'_b + D'_{b,c}\,p'_b + D'_{b,d}\,p'_b + \ldots$$

$$D'_{a,c} + D'_{b,c}\,p'_b + D'_{d,c}\,p'_d + \ldots$$
$$\gtrless D'_{c,a}\,p'_c + D'_{c,b}\,p'_c + D'_{c,d}\,p'_c + \ldots$$

$$D'_{a,d} + D'_{b,d}\,p'_b + D'_{c,d}\,p'_c + \ldots$$
$$\gtrless D'_{d,a}\,p'_d + D'_{d,b}\,p'_d + D'_{d,c}\,p'_d + \ldots$$

. . . .

et qu'on additionne d'une part tous les premiers membres entre eux, d'autre part tous les seconds membres entre eux, on a deux quantités identiques. Ceci doit être, vu que, sous cette forme, les premiers membres représentent l'équivalent en (A) des quantités offertes, et les seconds membres l'équivalent en (A) des quantités demandées de chacune des marchandises (A), (B), (C), (D) ... Or, à des prix quelconques criés au hasard, p'_b, p'_c, p'_d ... chaque échangeur offrant de sa marchandise une quantité équivalente à la somme des quantités qu'il demande des autres marchandises, il s'ensuit nécessairement que les quantités totales des marchandises offertes et les quantités totales des marchandises demandées sont équivalentes. Il s'ensuit aussi que si, aux prix p'_b, p'_c, p'_d ... la demande de certaines marchandises est supérieure à l'offre, l'offre de certaines autres marchandises sera supérieure à la demande, et réciproquement.

Maintenant, prenons l'expression

$$D'_{a,b}\frac{1}{p'_b} + D'_{c,b}\frac{p'_c}{p'_b} + D'_{d,b}\frac{p'_d}{p'_b} + \ldots$$
$$\gtreqless D'_{b,a} + D'_{b,c} + D'_{b,d} + \ldots$$

faisons abstraction de p'_c, p'_d . . . et cherchons, ces prix étant supposés déterminés, et p_b restant seul à déterminer, comment il faut faire varier p_b entre zéro et l'infini pour amener l'inégalité à l'égalité.

Le second membre représente la demande de (B) en (A), (C), (D) . . . Tous les termes sont des fonctions de p_b décroissantes quand p_b croît et croissantes quand p_b décroît. Lorsque p_b est nul, les quantités demandées sont celles nécessaires pour la satisfaction des besoins à discrétion. Lorsque p_b est infiniment grand, les quantités demandées sont nulles.

Le premier membre représente l'offre de (B) contre (A), (C), (D) . . . Tous les termes sont aussi des fonctions de

p_b, mais le rapport de leur variation à celle de p_b est plus complexe. Lorsque p_b est nul, les prix de (A), (C), (D)... en (B) sont infiniment grands; les quantités demandées de (A), (C), (D)... par les porteurs de (B) sont nulles; et, par conséquent, l'offre de (B) est nulle. p_b croissant, les prix de (A), (C), (D)... en (B) diminuent, autrement dit, (A), (C), (D)... deviennent moins chères par rapport à (B); la demande de (A), (C), (D)... en (B) se produit, ainsi que l'offre de (B) qui l'accompagne. Mais cette offre n'augmente pas indéfiniment. p_b croissant toujours, les prix de (A), (C), (D)... en (B) diminuent de plus en plus, autrement dit, (A), (C), (D)... deviennent de moins en moins chères par rapport à (B); la demande de (A), (C), (D)... en (B) augmente, mais l'offre de (B) qui l'accompagne diminue. Enfin, lorsque p_b est infiniment grand, les prix de (A), (C), (D)... en (B) sont nuls, autrement dit, (A), (C), (D)... sont gratuites; les quantités demandées de (A), (C), (D)... par les porteurs de (B) sont celles nécessaires pour la satisfaction des besoins à discrétion, mais l'offre de (B) est nulle.

Dans ces conditions, et à moins que le second membre, qui représente la demande de (B), ne soit devenu nul avant que le premier, qui représente l'offre de (B), ait cessé de l'être, il existe une certaine valeur de p_b pour laquelle l'offre et la demande de (B) sont égales. Pour arriver à cette valeur, il faut augmenter p'_b si, au prix p'_b, la demande de (B) est supérieure à l'offre, et diminuer p'_b si, au prix p'_b, l'offre de (B) est supérieure à la demande. On obtient ainsi l'équation

$$\Delta'_{a,b}\frac{1}{p''_b}+\Delta'_{c,b}\frac{p'_c}{p''_b}+\Delta'_{d,b}\frac{p'_d}{p''_b}+\cdots$$
$$=\Delta'_{b,a}+\Delta'_{b,c}+\Delta'_{b,d}+\cdots$$

Cette opération effectuée, l'inégalité

$$D'_{a,c}\frac{1}{p'_c}+D'_{b,c}\frac{p'_b}{p'_c}+D'_{d,c}\frac{p'_d}{p'_c}+\ldots$$

$$\gtrless D'_{c,a}+D'_{c,b}+D'_{c,d}+\ldots$$

est devenue

$$\Delta'_{a,c}\frac{1}{p'_c}+\Delta'_{b,c}\frac{p''_b}{p'_c}+\Delta'_{d,c}\frac{p'_d}{p'_c}+\ldots$$

$$\gtrless \Delta'_{c,a}+\Delta'_{c,b}+\Delta'_{c,d}+\ldots$$

mais on peut obtenir l'équation

$$\Delta''_{a,c}\frac{1}{p''_c}+\Delta''_{b,c}\frac{p''_b}{p''_c}+\Delta''_{d,c}\frac{p'_d}{p''_c}+\ldots$$

$$=\Delta''_{c,a}+\Delta''_{c,b}+\Delta''_{c,d}+\ldots$$

en augmentant ou diminuant p'_c selon que, au prix p'_c, la demande de (C) est supérieure à l'offre, ou l'offre supérieure à la demande.

On obtient de même l'équation

$$\Delta'''_{a,d}\frac{1}{p''_d}+\Delta'''_{b,d}\frac{p''_b}{p''_d}+\Delta'''_{c,d}\frac{p''_c}{p''_d}+\ldots$$

$$=\Delta'''_{d,a}+\Delta'''_{d,b}+\Delta'''_{d,c}+\ldots$$

. . . .

et ainsi de suite.

Toutes ces opérations effectuées, on a

$$D''_{a,b}\frac{1}{p''_b}+D''_{c,b}\frac{p''_c}{p''_b}+D''_{d,b}\frac{p''_d}{p''_b}+\ldots$$

$$\gtrless D''_{b,a}+D''_{b,c}+D''_{b,d}+\ldots$$

et, ce qu'il faut prouver, en définitive, c'est que cette inégalité est plus voisine de l'égalité que l'inégalité.

$$D'_{a,b} \frac{1}{p'_b} + D'_{c,b} \frac{p'_c}{p'_b} + D'_{d,b} \frac{p'_d}{p'_b} + \ldots$$
$$\gtrless D'_{b,a} + D'_{b,c} + D'_{b,d} + \ldots$$

Or cela paraîtra certain si l'on songe que le changement de p'_b en p''_b qui a ramené cette dernière inégalité à l'égalité a eu des effets tous dans le même sens, tandis que les changements de p'_c en p''_c, de p'_d en p''_d . . . qui ont éloigné de l'égalité l'inégalité précédente ont eu des effets en sens contraires et se compensant jusqu'à un certain point les uns les autres. Par ce motif, le système des nouveaux prix p''_b, p''_c, p''_d . . . est plus voisin de l'équilibre que le système des anciens prix p'_b, p'_c, p'_d . . . et il n'y a qu'à continuer suivant la même méthode pour l'en rapprocher de plus en plus.

Ainsi, nous sommes amenés à formuler de la manière suivante la loi d'établissement des prix d'équilibre dans le cas de l'échange de plusieurs marchandises entre elles avec intervention de numéraire : — *Plusieurs marchandises étant données, dont l'échange se fait avec intervention de numéraire, pour qu'il y ait équilibre du marché à leur égard, ou prix stationnaire de toutes ces marchandises en numéraire, il faut et il suffit qu'à ces prix la demande effective de chaque marchandise soit égale à son offre effective. Lorsque cette égalité n'existe pas, il faut, pour arriver aux prix d'équilibre, une hausse du prix des marchandises dont la demande effective est supérieure à l'offre effective, et une baisse du prix de celles dont l'offre effective est supérieure à la demande effective.*

VI

Il résulte de la démonstration précédente que, pour plusieurs marchandises comme pour deux, les éléments nécessaires et suffisants de l'établissement des prix courants ou d'équilibre sont l'utilité des marchandises pour les échangeurs et la quantité de ces marchandises possédée par les porteurs. Ces élément constitutifs étant déterminés, les prix des marchandises les unes en les autres, ou plus simplement leurs prix en l'une quelconque d'entre elles, se déterminent empiriquement sur le marché, par le mécanisme de la libre concurrence, exactement comme ils se déterminent mathématiquement suivant les trois conditions 1° de la satisfaction maximum des besoins, 2° de l'égalité de l'offre et de la demande effectives, 3° de l'équilibre général du marché.

Ainsi: — *L'échange de plusieurs marchandises entre elles sur un marché régi par la libre concurrence est une opération par laquelle tous les porteurs de l'une ou de l'autre d'entre ces marchandises obtiennent la plus grande satisfaction de leurs besoins compatible avec cette condition que non-seulement deux marchandises quelconques s'échangent l'une contre l'autre suivant une proportion commune et identique, mais que, de plus, ces deux marchandises s'échangent contre une troisième quelconque suivant deux proportions dont le rapport soit égal à la première.*

v_a, v_b, v_c, v_d . . . étant les valeurs d'échange des marchandises (A), (B), (C), (D) . . . dont les rapports constituent les prix courants d'équilibre, $r_{a,1}$, $r_{b,1}$, $r_{c,1}$, $r_{d,1}$ . . . $r_{a,2}$, $r_{b,2}$, $r_{c,2}$, $r_{d,2}$ . . . $r_{a,3}$, $r_{b,3}$, $r_{c,3}$, $r_{d,3}$ . . . étant les raretés des marchandises, ou les intensités des derniers besoins satisfaits, chez les échangeurs (1), (2), (3) . . . après l'échange, on a dans ces conditions :

$$
\begin{array}{llllllllll}
 & v_a & : & v_b & : & v_c & : & v_d & : & \ldots \\
:: & r_{a,1} & : & r_{b,1} & : & r_{c,1} & : & r_{d,1} & : & \ldots \\
:: & r_{a,2} & : & r_{b,2} & : & r_{c,2} & : & r_{d,2} & : & \ldots \\
:: & r_{a,3} & : & r_{b,3} & : & r_{c,3} & : & r_{d,3} & : & \ldots \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{array}
$$

Ce qu'on peut énoncer ainsi : — *Les valeurs sont proportionnelles aux raretés.*

Le fait de la valeur d'échange, qui est un fait si compliqué, surtout quand il s'agit de plusieurs marchandises, apparaît enfin ici avec son véritable caractère. Que sont v_a, v_b, v_c, v_d . . . ? Rien autre chose absolument que des termes indéterminés et arbitraires desquels seulement la proportion représente la proportion commune et identique des raretés de toutes les marchandises chez tous les échangeurs à l'état d'équilibre général du marché, et dont, par conséquent, les seuls rapports deux à deux, qui sont les prix, égaux aux rapports deux à deux des raretés chez un échangeur quelconque, sont susceptibles de recevoir une expression numérique. Ainsi la valeur d'échange demeure un fait essentiellement relatif ayant toujours sa cause dans la rareté qui seule est un fait absolu.

C'est le droit du théoricien de supposer les éléments des prix invariables durant le temps qu'il emploie à formuler la loi d'établissement des prix d'équilibre. Mais c'est son devoir, une fois cette opération terminée, de se souvenir que les éléments des prix sont essentiellement variables et de formuler en conséquence la loi de variation des prix d'équilibre. C'est ce qui nous reste à faire ici. Et, au surplus, la première opération conduit immédiatement à la seconde. En effet, les éléments d'établissement des prix sont aussi les éléments de variation des prix. Ces éléments sont les utilités des marchandises et les quantités possédées de ces marchandises. Telles sont donc les causes et conditions premières de variation de ces prix.

Soit l'équilibre établi, et notre porteur de (A) en possession des quantités respectives de (A), (B), (C), (D)... qui, aux prix p_b, p_c, p_d ... de (B), (C), (D) ... en (A), lui donnent la satisfaction maximum. Cet état a lieu en raison de l'égalité des rapports des raretés avec les prix; il n'aura plus lieu si cette égalité cesse d'exister. Voyons donc comment les variations de l'utilité et de la quantité possédée peuvent troubler l'état de satisfaction maximum, et quelles doivent être les conséquences de ce trouble.

Quant aux variations dans l'utilité, elles peuvent s'effectuer de façons très diverses: il peut y avoir augmentation de l'utilité d'intensité et diminution de l'utilité d'extension, ou *vice-versa*, etc. Aussi nous faut-il prendre quelques précautions pour énoncer à cet égard des propositions générales. C'est pourquoi nous réserverons les expressions d'*augmentation* et de *diminution de l'utilité* aux déplacements de la courbe de besoin qui auront pour résultat d'augmenter ou de diminuer l'intensité du dernier besoin satisfait, ou la rareté, après l'échange. Cela bien entendu, supposons une augmentation de l'utilité de (B), c'est-à-dire un déplacement de la courbe de besoin de (B) d'où résulte une augmentation de la rareté de (B) pour notre individu. Il n'y a plus satisfaction maximum pour cet individu. Au contraire, il y a avantage pour lui, aux prix p_b, p_c, p_d . . . à demander du (B) en offrant de l'(A), du (C), du (D) . . . Donc, puisqu'il y avait égalité de l'offre et de la demande de toutes les marchandises (A), (B), (C), (D) . . . aux prix p_b, p_c, p_d . . . il va y avoir, à ces prix, excédant de la demande sur l'offre de (B) et excédant de l'offre sur la demande de (A), (C), (D) . . . D'où, hausse de p_b et baisse de p_c, p_d . . . Mais, dès lors aussi, il n'y aura plus satisfaction maximum pour les autres échangeurs. Au contraire, il y aura avantage pour eux, à un prix de (B) en (A) supérieur à p_b, et à des prix de (C), (D)... en (A) inférieurs à p_c, p_d... à offrir du (B) en demandant de l'(A), du (C), du (D) . . . L'équilibre se rétablira lorsqu'à ce prix de (B) supérieur à p_b et à ces prix de (C), (D)... inférieurs à p_c, p_d ... l'offre et la demande de toutes les marchandises (A), (B), (C), (D) seront égales. Ainsi, l'augmentation de l'utilité de (B) pour notre individu aura eu pour résultat une élévation du prix de (B). Elle aura eu aussi pour résultat un abaissement des prix de (C), de (D) . . . Mais ce second résultat sera moins sensible que le premier si les marchandises autres que (B) sont très nombreuses sur le marché, et si la quantité de chacune d'elles échangée contre (B) est très petite. Une diminution de l'utilité de (B) aurait eu évidemment pour résultat un abaissement du prix de (B) et une élévation moins sensible des prix de (C), de (D) . . .

Il n'y a qu'à regarder les courbes de besoin pour voir qu'une augmentation de la quantité possédée a pour résultat une diminution de la rareté, et qu'une diminution de cette quantité possédée a pour résultat une augmentation de la rareté. D'ailleurs, la rareté diminuant ou augmentant, nous venons de voir que le prix s'abaisse ou s'élève. Ainsi, les effets de la variation dans la quantité possédée sont purement et simplement contraires à ceux de la variation dans l'utilité, et nous pouvons énoncer la loi que nous cherchons dans les termes suivants :

Plusieurs marchandises étant données à l'état d'équilibre général sur un marché où l'échange se fait avec intervention de numéraire, si, toutes choses restant égales d'ailleurs, l'utilité d'une de ces marchandises augmente ou diminue pour un ou pour plusieurs des échangeurs, le prix de cette marchandise en numéraire augmente ou diminue.

Si, toutes choses restant égales d'ailleurs, la quantité d'une de ces marchandises augmente ou diminue chez un ou chez plusieurs des porteurs, le prix de cette marchandise diminue ou augmente.

Remarquons que, si la variation des prix indique nécessairement une variation dans les éléments de ces prix, la persistance des prix n'indique pas nécessairement la persistance des éléments de ces prix. En effet, nous pouvons, sans autre démonstration, énoncer encore la double proposition suivante :

Plusieurs marchandises étant données, si l'utilité et la quantité d'une de ces marchandises à l'égard d'un ou plusieurs des échangeurs ou porteurs varient de telle sorte que les raretés ne varient pas, le prix de cette marchandise ne varie pas.

Si l'utilité et la quantité de toutes les marchandises à l'égard d'un ou plusieurs des échangeurs ou porteurs varient de telle sorte que les rapports des raretés ne varient pas, les prix ne varient pas.

Telle est la *Loi de variation des prix;* en la réunissant à la *Loi d'établissement des prix* ci-dessus énoncée, on a la formule scientifique de ce qu'on appelle en économie politique LOI DE L'OFFRE ET DE LA DEMANDE. J'ai déjà fait remarquer que cette loi fondamentale n'avait jamais été non-seulement démontrée, mais même formulée scientifiquement. J'ajouterai aujourd'hui que cette formule et cette démonstration supposent essentiellement la définition de la demande effective, de l'offre effective, de la rareté, ainsi que l'étude des rapports de la demande et de l'offre effectives et de la rareté avec le prix, toutes choses qu'il est impossible de faire en dehors du langage, de la méthode et des principes mathématiques. D'où il ressort en fin de compte que, comme je l'ai dit plus haut, la forme mathématique est pour l'économie politique pure non-seulement une forme possible, mais une forme nécessaire et indispensable.