Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles.
Vol. XXXI. N° 119. 1895.

NOTE

SUR LE LOGARITHME-INTÉGRAL

PAR

H. AMSTEIN

Le logarithme-intégral est une transcendante peu complaisante, à laquelle on ne connaît pas, jusqu'à présent, de propriétés remarquables, mais qui joue néanmoins un rôle important dans l'analyse, soit dans les intégrales Eulériennes, soit comme limite d'autres intégrales définies. Un passage relatif à cette fonction, qui se trouve à la page 54 de l'excellent petit ouvrage de M. le Dr phil. J.-H. Graf, intitulé : « Einleitung in die Theorie der Gammafunktion und der Euler'schen Integrale » (Berne, chez K.-J. Wyss) m'a paru trop bref pour être suffisamment clair.

Désireux d'éclaircir, autant que possible, le point resté obscur, je me suis décidé à effectuer les calculs numériques longs et pénibles dont on trouvera plus loin les résultats et à publier le résumé de mes efforts, dans les quelques pages suivantes, qui contiendront, je l'espère, parmi des considérations et des formules connues depuis longtemps déjà, quelques résultats nouveaux.

I

On appelle logarithme-intégral la fonction

$$J = \int_0^x \frac{dx}{\log x},$$

où x signifie une variable réelle. Si l'on considère la courbe

$$y = \frac{1}{\log x}, \qquad \text{(fig. 1)}$$

rapportée à un système de coordonnées rectangulaires, on peut,