

Une expérience de cours relative à la rotation de la terre

Autor(en): **Maillard, Louis**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles**

Band (Jahr): **44 (1908)**

Heft 163

PDF erstellt am: **14.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-268378>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

UNE EXPÉRIENCE DE COURS

relative à la rotation de la terre¹.

PAR

Louis MAILLARD

I. HISTORIQUE

Jusqu'au XVII^e siècle, les partisans du système de Ptolémée opposèrent au vrai système du Monde, pressenti par les anciens Pythagoriciens et révélé par Copernic, des objections nombreuses, d'ordre théologique et d'ordre scientifique; elles n'étaient pas toutes absolument stupides. L'une des plus fortes posait en fait qu'une pierre, tombant du haut d'une tour, parvient exactement au pied de la tour; si, durant la chute, la Terre se mouvait de l'ouest à l'est, la pierre demeurant en arrière toucherait le sol à l'ouest de la tour. Alors, jamais un boulet ne pourrait atteindre son but; jamais un oiseau sortant de son nid ne saurait y rentrer; etc.

Galilée, découvrant et expliquant les premiers principes de la mécanique rationnelle, montra que le mobile conserve, dans sa chute, une vitesse de rotation égale à celle de la tour: comme, sur un navire en marche, une pierre, abandonnée du haut d'un mât, est animée de la vitesse horizontale du navire, et tombe au pied du mât. Dans plusieurs passages de ses *Dialogues*, Galilée affirme que les expériences destinées à prouver le mouvement ou le repos de la Terre seront vaines; les résultats resteront identiques dans les deux hypothèses. — Gassendi, le grand libertin, partage et répand l'opinion de Galilée.

¹ *Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles*, procès verbal de la séance du 4 juillet 1906 et tome XLIV (1908). — *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences*, Paris, 1908, t. CXLVII.

Newton voit mieux : la vitesse *angulaire* est la même en chaque point de la tour ; mais la vitesse *linéaire* va décroissant du sommet à la base. La pierre a donc et conserve une vitesse (vers l'est) supérieure à celle du pied de la tour : *elle tombera à l'est de la verticale du point de départ* ; et sa déviation sera sensible pourvu que la hauteur de chute soit suffisante. Newton fit connaître, le 8 décembre 1679, la possibilité de cette expérience cruciale. La Société Royale de Londres discuta la question ; Hooke, rival souvent malchanceux de Newton, soutint que l'écart doit être dirigé, non vers l'est, mais vers le sud est. On décida de faire des expériences ; elles furent réalisées par Hooke : ce savant déclara, le 18 décembre, les avoir réussies, conformément à ses prévisions : la foi mène aux résultats qu'on espère. A la hauteur de chute utilisée, mesurant 27 pieds (8 m. 13) seulement, ne pouvait correspondre qu'une déviation de 0 cm. 05, donc bien inférieure aux écarts accidentels. A la Société Royale, on émit des doutes ; on résolut de vérifier les expériences ; et puis, l'on s'en tint là ; ce fut le silence et l'oubli.

* * *

Cent ans après. L'illusion géocentrique est totalement dissipée. Pour n'être plus indispensable, la preuve expérimentale suggérée par Newton n'en conserve pas moins l'attrait d'un problème important et délicat.¹

En 1790, J.-B. Guglielmini entreprend une série d'expériences sur la chute des corps. A la Tour Asinelli, l'une des célèbres tours penchées de Bologne, il dispose d'une hauteur verticale de 72 m. environ. A la voûte est fixée horizontalement une plaque de cuivre, percée d'un petit trou par lequel passe le fil de suspension d'une balle sphéri-

¹ Pour des renseignements détaillés, consulter l'excellent ouvrage : *Les preuves mécaniques de la rotation de la Terre*, par le professeur Ph. Gilbert (Paris, chez Gauthier-Villars).

que. On brûle le fil quand la balle est au repos, ce dont on s'assure au moyen de microscopes; la balle tombe sur un plateau de cire où elle laisse son empreinte. Des essais préliminaires, à l'Observatoire (27 m. de chute), démontrèrent que le mode de suspension était défectueux; au lieu de l'attacher à un crochet, on fit tenir le fil entre les mâchoires d'une pince, qu'on pouvait desserrer en appuyant sur un levier très sensible. On revint alors à la Tour Asinelli; on ne pouvait y opérer convenablement que la nuit, entre 2 et 5 heures du matin, par un temps très calme: car les vibrations de la tour empêchaient d'amener la balle au repos. On laissait tomber deux balles chaque nuit. En 1791, Guglielmini observe 16 chutes; toutes présentent des déviations orientales; l'écart entre les extrêmes est de 1 cm. 4. Si l'on représente par y et x les déviations vers l'est et vers le sud, on a, pour la moyenne de ces chutes:

$$y = 1 \text{ cm. } 67; \quad x = 1 \text{ cm. } 175.$$

Suivant Laplace, la théorie donne

$$y = 1 \text{ cm. } 1; \quad x = 0 \text{ cm. } 00.$$

L'une des principales causes d'erreur réside dans ce fait: la verticale du point de suspension ne fut déterminée que plusieurs mois après l'expérience. Dans l'intervalle, les changements de température, modifiant l'inclinaison de la tour, avaient déplacé la verticale.¹

* * *

En 1801, le D^r Benzenberg, à Hambourg, utilisa la Tour Saint-Michel pour des expériences semblables à celles de Bologne. Les balles traversaient une sorte de tuyau, et

¹ *Jo. Baptistae Guglielmini de diurno Terrae motu experimentis physico-mathematicis confirmato opusculum.* Bononiae, MDCCXCII, cum superiorum permissu.

Sauf erreur, cet opuscule fut le premier ouvrage qui, traitant de la rotation de la Terre, reçut l'approbation du Saint-Office.

venaient tomber sur une table saupoudrée de craie. Au centre de la table, un petit trou, ramené à chaque expérience sous la verticale du point de suspension. Deux droites, se croisant au centre, donnaient la direction des points cardinaux. Au début, on se contentait de couper le fil de suspension de la balle; mais il fallut en revenir à la pince de Guglielmini.

Benzenberg fit bien des essais, apporta bien des perfectionnements, soit au mode de suspension, soit à la fabrication des balles; mais il dut opérer de jour, et ne put vérifier au microscope l'immobilité de la balle avant le départ; dans le tuyau régnaient de fâcheux courants d'air. Aussi les résultats ne furent-ils pas brillants. La hauteur de chute étant de 70 m. environ, on trouva, sur 31 expériences, les déviations moyennes

$$y = 0 \text{ cm. } 902; \quad x = 0 \text{ cm. } 448.$$

Les déviations théoriques, calculées par Gauss, étaient

$$y = 0 \text{ cm. } 891; \quad x = 0 \text{ cm. } 000.$$

Les deux valeurs, théorique et expérimentale, de la déviation vers l'est sont concordantes; mais 1° l'opérateur élimina d'abord les résultats « entachés de quelque cause d'erreur »; 2° malgré cette précaution arbitraire, on trouve des déviations dans tous les sens: 8 vers l'ouest, 21 vers l'est; 11 vers le nord, 16 vers le sud; dans un cercle de 5 cm. de rayon, aucun écart ne paraît plus probable que les autres. L'écart des deux positions extrêmes, à l'ouest et à l'est, s'élève à 9 fois la valeur moyenne de y .

En 1804, Benzenberg se rendit à Schlebusch, et installa son appareil, soigneusement révisé, dans un puits de charbonnage abandonné, mesurant 78 m. de profondeur.

L'humidité de la mine et les courants d'air contrarièrent fort les expériences; on eut beau boucher hermétiquement l'ouverture du puits, et masquer avec des écrans les galeries inférieures: les observations des balles suspendues, faites avec deux microscopes, montrèrent que l'atmosphère

était toujours un peu agitée. — En laissant de côté les résultats « visiblement altérés par des causes inconnues » on trouva, en moyenne

$$y = 1 \text{ cm. } 13; \quad x = 0 \text{ cm. } 00.$$

La théorie indiquait

$$y = 1 \text{ cm. } 1037; \quad x = 0 \text{ cm. } 00.$$

Mais, ici encore, il faut remarquer que, sur 29 chutes, utilisées pour le calcul des déviations moyennes, on eut des écarts répartis entre 4 cm. 5 à l'est, 2 cm. 25 à l'ouest; 4 cm. 3 au nord, 3 cm. 4 au sud.¹

* * *

En 1820, on ouvrit dans une des mines de Freiberg un puits de près de 160 m. Sur l'initiative du baron de Herder, le professeur Reich, assisté du mécanicien Brendel, entreprit en 1831 des expériences de même nature que les précédentes, effectuées dans de meilleures conditions.

Après avoir déterminé la latitude du lieu, on revêtit l'intérieur du puits d'une sorte de cheminée en bois, de 42 cm. sur 35, solidement fixée aux parois, bien close, et calfeutrée du haut en bas. A chacune de ses extrémités, une cabine pour les opérateurs. On utilisa des balles de plomb, de petites billes d'ivoire, et préférablement des balles sphériques (4 cm. de diamètre) d'un alliage résistant d'étain, de bismuth et de plomb. Comme mode de suspension, une pince tenant un fil très fin enchâssé dans la balle; au moyen de deux microscopes à axes croisés, on s'assurait de l'immobilité du fil; la pince s'ouvrait sous la pression d'une vis. Dans l'une des séries d'expériences, on déposait la balle, chauffée, sur un anneau circulaire horizontal, qu'elle

¹ *Versuche über das Gesetz des Falls, über den Widerstand der Luft und über die Umdrehung der Erde, etc.*; Dortmund, 1804.

Dans sa brochure, Benzenberg recommandait de refaire l'expérience sous la coupole du Panthéon de Paris.

traversait en se refroidissant : mais le refroidissement inégal de l'anneau pouvait produire un glissement latéral au départ de la balle.

La verticale, déterminée à plusieurs reprises, était repérée au centre d'une tablette de bois, sur laquelle les balles laissaient en tombant leur empreinte circulaire. Les coordonnées du centre de chaque empreinte étaient rapportées à deux axes rectangulaires, et mesurées au moyen de fils tendus.

La hauteur de chute fut mesurée très exactement, au moyen d'une latte en bois qu'on transporta du haut en bas de la cheminée, après l'avoir comparée à un mètre fourni par Fortin. On fit aussi une mesure directe, en suspendant un fil de cuivre dans la cheminée. Corrigées et comparées, ces mesures indiquèrent comme hauteur de chute 158 m. 54.

Six séries d'expériences furent exécutées avec le plus grand soin; elles comprenaient respectivement

23, 12, 12, 18, 21 et 21 chutes.

Pour calculer les moyennes y et x , Reich élimina tout uniment les résultats qui s'écartaient trop des prévisions. Moyennant quoi, il trouva

$$y = 2 \text{ cm. } 8396; \quad x = 4 \text{ cm. } 37;$$

tandis que les chiffres théoriques sont

$$y = 2 \text{ cm. } 75; \quad x = 0 \text{ cm. } 00.$$

Un tableau annexé au *Mémoire* de Reich¹ met en évidence l'incertitude des résultats. Si l'on compare les diverses séries, on trouve que y moyen varie de 4 cm. 634 dans la quatrième, à 1 cm. 07 dans la sixième. Dans trois séries, x prend des valeurs négatives (déviations moyennes vers le nord), jusqu'à $x = - 1 \text{ cm. } 6$.

¹ *Fallversuche über die Umdrehung der Erde angestellt auf hohe Oberbergamtliche Anordnung in dem Dreibrüderschacht bei Freiberg und herausgegeben von F. Reich, Professor der Physik an der K. S. Berg-Akademie. — Freiberg, 1831.*

Dans la première série, y oscille entre

— 7 cm. 7 (ouest) et + 17 cm. 9 (est);

dans la deuxième série, entre

— 10 cm. 5 et + 11 cm. 9;

dans la troisième série, entre

— 8 cm. 0 et + 7 cm. 9; etc.

x passe par toutes les valeurs comprises entre

— 15 cm. 1 (nord) et + 18 cm. 7 (sud).¹

* * *

On sait qu'après des expériences préliminaires, réalisées d'abord dans sa maison, puis à l'Observatoire de Paris, Foucault put installer au Panthéon, au cours de l'année 1851, un pendule de 67 m. Au bout de quelques mois, le fil se cassa à la partie supérieure, et « il s'amoncela sur le boulet en replis inextricables. ² » — Le pendule ne put être rétabli : le coup d'Etat du deux Décembre restitua au culte l'édifice, qui fut ainsi préservé, pour un temps, de toute profanation d'ordre scientifique. — Un pendule de Foucault fut rétabli au Panthéon, en 1902, sur l'initiative de la Société astronomique de France, et en 1903 MM. Flammarion et Benoît instituèrent, dans le même lieu, des expériences sur les chutes déviées par la rotation de la Terre.³

On utilisa de petites billes d'acier (1 cm. 5 de diamètre), placées sous un électro-aimant; retenues quand le courant

¹ Ces écarts excessifs proviennent sans doute de ce que « l'on ne paraît pas s'être préoccupé suffisamment de savoir si le centre de gravité des balles coïncidait avec leur centre de figure; condition sans laquelle il se produit dans la chute des rotations irrégulières. » (Gilbert)

² Foucault, *Journal des Débats* du 27 juillet 1851.

³ *Bulletin de la Société astronomique de France*, 1902 et 1903.

passé, elles tombaient, dès que le circuit était interrompu, sur une plaque de plomb ; on mesura et photographia les empreintes. 12 séries de 12 chutes chacune ont donné les chiffres suivants :

Séries n^{os} 1 à 6 : $y = 0 \text{ cm. } 51$ (est) ; $x = - 0 \text{ cm. } 26$ (nord) ;
 » » 7 à 12 : $y = 0 \text{ cm. } 76$ » ; $x = - 0 \text{ cm. } 05$ » ;
 moyennes génér. : $y = 0 \text{ cm. } 63$ » ; $x = - 0 \text{ cm. } 16$ » .

D'après la théorie, on aurait dû trouver, pour des chutes de 67 m. à la latitude de Paris :

$$y = 0 \text{ cm. } 81 ; x = 0 \text{ cm. } 00.$$

Malgré les soins minutieux apportés à l'installation des appareils, malgré toutes les précautions prises par des opérateurs habiles, les résultats ne sont pas absolument satisfaisants ; la déviation accidentelle vers le nord a montré, une fois de plus, l'influence considérable des causes d'erreur irréductibles (courants d'air, défauts des balles, etc.) sur les chutes libres.

* * *

En résumé, les expériences de Bologne, Hambourg et Schlebusch, Freiberg, Paris mettent en évidence, de façon indéniable, une déviation y vers l'est ; mais elles ne permettent guère de la mesurer exactement. Elles révèlent en outre des déviations accidentelles vers le sud ou le nord, du même ordre de grandeur que y . En un sens, l'appréciation de Laplace demeure donc vraie : « On éprouve maintenant à reconnaître dans la chute des graves le mouvement de la Terre autant de difficultés que l'on en trouvait jadis à prouver qu'il doit y être insensible. »

D'ailleurs, il va de soi que des expériences de cet ordre, grandioses, délicates et coûteuses, ne peuvent être répétées à volonté. Il y a donc intérêt à chercher autre chose.

* * *

Expérience de Perrot. — Sous l'influence de la rotation de la Terre, un point matériel en mouvement rectiligne sur un plan horizontal est dévié de sa direction initiale, vers la droite, dans l'hémisphère boréal; vers la gauche, dans l'hémisphère austral. Cette déviation est appréciable sur les courants atmosphériques et marins, sur la marche des grands fleuves, sur les petits tourbillons qui s'y forment, et aussi sur la trajectoire des projectiles. — Nous avons déjà mentionné l'expérience communiquée, en 1859, à l'Académie des Sciences de Paris, et remise au jour par MM. B. et J. Brunhes¹. Résumons-la en quelques mots :

Une cuve cylindrique, solidement établie sur des supports bien fixes, est remplie d'eau. Quand toute la masse est en équilibre, on laisse l'eau s'écouler par un petit orifice circulaire, percé au centre du fond. Si l'on répand sur l'eau des poussières flottantes, on observe qu'au lieu de converger suivant les rayons de la cuve, elles sont poussées légèrement à droite. Au dessus de l'orifice se produit un tourbillon de sens direct.

Cette expérience de cours montre l'effet de la composante verticale de la rotation diurne sur les corps en mouvement; à petite échelle, on a une image de la déviation des projectiles. Il était naturel de supposer que l'effet de la composante horizontale pourrait devenir manifeste dans des expériences de cours, donnant une image de la déviation, vers l'est, des corps tombant d'une grande hauteur.

Le principe appliqué est celui-ci : *diminuer la vitesse des mouvements, pour en augmenter la durée.*

¹ *Annales de Géographie*, 1904. — L'expérience a été répétée, à Lausanne, dès avril 1904, un grand nombre de fois. Pour la théorie et les renseignements pratiques, voir *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXXXIX; *Bulletin de la Société astronomique de France*, 1905. — *Bulletin d'astronomie de l'Université de Lausanne*, I (1906).

II. THÉORIE DU MOUVEMENT RELATIF SUIVANT LA VERTICALE :

A. MOUVEMENT LIBRE. — B. MOUVEMENT RETARDÉ

A. Mouvement libre. — Dans la théorie du mouvement relatif d'un corps tombant librement, on néglige les termes en ω^2 (ω , vitesse angulaire de la rotation diurne). On a en effet

$$\omega = 0,0000729, \quad \omega^2 = 5.10^{-9};$$

l'influence des termes du second ordre ne peut être observée ; d'ailleurs beaucoup d'autres causes, telles que la variation de la pesanteur en grandeur et en direction et la non sphéricité de la Terre, se manifestent par des termes du même ordre.

M. le professeur de Sparre ayant attiré l'attention sur l'inexactitude commise par la plupart des auteurs qui ont voulu tenir compte des termes en ω^2 , nous résumerons d'abord la théorie rectifiée par ce savant¹ :

A la surface de la Terre, l'attraction du centre et la force centrifuge ont pour résultante la pesanteur. Cette force dérive d'un potentiel U , et l'équation du géoïde, surface équipotentielle, est

$$(1) \quad U = C.$$

Dans le voisinage d'un point O de cette surface, considérons un mobile ; rapportons son mouvement à trois axes rectangulaires, d'origine O (latitude λ), et dirigés

- + Ox , suivant la méridienne (sud) ;
- + Oy , » la perpendiculaire à la méridienne (est) ;
- + Oz , » la verticale descendante.

¹ NOTES au sujet des mouvements à la surface de la Terre ; au sujet des déviations des graves dans la chute libre (*Bulletin de la Société mathématique de France*, 1905.) — NOTE au sujet du mouvement des corps pesants à la surface de la Terre dans la chute libre (Bruxelles, 1906) ; par M. le Comte de Sparre, doyen de la Faculté catholique des Sciences de Lyon.

Pour la surface 1), zOx est un plan de symétrie, xOy un plan tangent. Si donc on développe U suivant les puissances croissantes des coordonnées (x, y, z) du mobile M , on a :

$$(2) \quad U = U_0 + az + \frac{1}{2} (Ax^2 + A'y^2 + A''z^2) + B'xz.$$

Près de O , on peut négliger les termes du troisième degré ; car si R représente le rayon moyen de la Terre, ces termes sont de l'ordre

$$\frac{1}{R^2} < \omega^3.$$

Si X, Y, Z sont les trois composantes de la pesanteur en M , on a

$$X = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad Z = \frac{\partial U}{\partial z},$$

et l'on peut déterminer les constantes de l'équation 2). On a ainsi

$$(3) \quad U = U_0 + gz + \frac{g}{2R} (x^2 + y^2 + 2z^2) - \frac{0,1}{R} zx \cdot \sin \lambda \cos \lambda. \quad ^1$$

$$X = \frac{gx}{R} - \frac{0,1}{R} z \cdot \sin \lambda \cos \lambda;$$

$$Y = \frac{gy}{R};$$

$$Z = g + \frac{2gz}{R} - \frac{0,1}{R} x \cdot \sin \lambda \cos \lambda.$$

On peut traiter les mouvements relatifs à la surface de la Terre comme des mouvements absolus, en ajoutant aux

¹ Cette expression suppose M extérieur à la Terre ; pour un point intérieur, la valeur de U est plus faible : le terme $2z^2$ est remplacé par $\frac{4}{5} z^2$.

forces réelles la force centrifuge composée, dont les composantes, rapportées à l'unité de masse, sont

$$f_x = 2\omega \sin \lambda \cdot \frac{dy}{dt},$$

$$f_y = 2\omega \cos \lambda \cdot \frac{dz}{dt} - 2\omega \sin \lambda \cdot \frac{dx}{dt},$$

$$f_z = -2\omega \cos \lambda \cdot \frac{dy}{dt}.$$

Quant à la résistance de l'air, on la suppose proportionnelle au carré de la vitesse v du mobile. Si μ est le coefficient de proportionnalité, les trois composantes de la résistance seront

$$\mu v^2 \cdot \frac{dx}{ds}, \quad \mu v^2 \cdot \frac{dy}{ds}, \quad \mu v^2 \cdot \frac{dz}{ds}.$$

Les équations du mouvement deviennent ainsi

$$(4) \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{gx}{R} - \frac{0,1}{R} z \cdot \sin \lambda \cos \lambda + 2\omega \sin \lambda \cdot \frac{dy}{dt} - \mu v^2 \cdot \frac{dx}{ds};$$

$$(5) \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{gy}{R} + 2\omega \cos \lambda \cdot \frac{dz}{dt} - 2\omega \sin \lambda \cdot \frac{dx}{dt} - \mu v^2 \cdot \frac{dy}{ds};$$

$$(6) \frac{d^2z}{dt^2} = g + \frac{2gz}{R} - \frac{0,1}{R} x \cdot \sin \lambda \cos \lambda - 2\omega \cos \lambda \cdot \frac{dy}{dt} - \mu v^2 \cdot \frac{dz}{ds}.$$

Les déviations seront obtenues par l'intégration de 4) et 5). Mais x sera du second ordre en ω , y du premier ordre, et

$$\frac{0,1}{R} = 3\omega^2 \quad (\text{à peu près}).$$

Négligeant les termes du troisième ordre, on prendra donc

$$(7) \frac{d^2x}{dt^2} = 2\omega \sin \lambda \cdot \frac{dy}{dt} - \frac{0,1}{R} z \cdot \sin \lambda \cos \lambda - \mu v^2 \cdot \frac{dx}{ds};$$

$$(8) \quad \frac{d^2y}{dt^2} = 2\omega \cos \lambda \cdot \frac{dz}{dt} - \mu v^2 \frac{dy}{ds}.$$

On a d'ailleurs

$$v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2.$$

Le premier terme est du quatrième ordre, le second du deuxième ordre ; le facteur μ est petit : pour une balle de plomb de 3 cm. de diamètre,

$$\mu = \frac{1}{1135} ;$$

enfin μv^2 est multiplié, dans chaque équation, par un facteur au moins du premier ordre. Ainsi,

$$v^2 = \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 ;$$

et l'on peut négliger la résistance de l'air dans le calcul de x . On a alors :

$$(9) \quad \frac{d^2x}{dt^2} = 2\omega \sin \lambda \cdot \frac{dy}{dt} - \frac{0,1}{R} z \cdot \sin \lambda \cos \lambda ; \quad \text{par 8) :}$$

$$(10) \quad \frac{dy}{dt} = 2\omega z \cos \lambda ;$$

dans 9), z est multiplié par un terme du second ordre ; en intégrant 6), on se bornera à

$$(11) \quad z = \frac{1}{2} g t^2.$$

Substituons 10) et 11) dans 9), et intégrons :

$$x = \frac{\omega^2}{6} \left(1 - \frac{0,1}{4R\omega^2}\right) g t^4 \sin \lambda \cos \lambda ;$$

ou bien

$$x = \frac{\omega^2}{23} g t^4 \cdot \sin \lambda \cos \lambda.$$

En introduisant la hauteur de chute,

$$h = \frac{1}{2} g t^2,$$

on a encore

$$x = \frac{4\omega^2}{23} \cdot \frac{h^2}{g} \sin \lambda \cos \lambda.$$

Cette déviation vers le sud, pour $h = 1000$ m., serait $x < \frac{1}{20}$ mm. : elle est donc inobservable¹.

10) donne la déviation vers l'est, en négligeant la résistance de l'air :

$$y = \frac{\omega}{3} g t^3 \cdot \cos \lambda.$$

Tenant compte de cette résistance, on aura

$$v^2 \frac{dy}{ds} = \frac{dz^2}{dt^2} \cdot \frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dz}{dt};$$

on écrira donc 8) sous la forme

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \mu \cdot \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dz}{dt} = 2\omega \cos \lambda \cdot \frac{dz}{dt}.$$

Remplaçant $\frac{dz}{dt}$ par sa valeur et intégrant, on a

$$\begin{aligned} y &= \frac{\omega}{3} g t^3 \cos \lambda \left(1 - \frac{\mu^2}{224} \cdot g^2 t^4 \right) = \\ &= \frac{2}{3} \omega z \sqrt{\frac{2z}{g}} \cdot \cos \lambda \left(1 - \frac{\mu^2 z^2}{56} \right). \end{aligned}$$

μ étant une petite fraction, le produit μz sera généralement inférieur à l'unité ; négliger la résistance de l'air, c'est donc négliger moins de $\frac{1}{56}$ de la déviation y .

¹ Dans les ouvrages classiques, on trouve $x = \frac{\omega^2}{6} g t^4 \sin \lambda \cos \lambda$, ce qui revient à négliger, à tort, le terme $\frac{0,1}{4 R \omega^2}$.

B. Mouvement ralenti. — Dans notre expérience, le problème se pose comme suit :

Un point matériel, soustrait à l'action de la pesanteur, est entraîné suivant la verticale, et parcourt une hauteur h avec une accélération $-k$. Déterminer son mouvement relatif, en tenant compte de la rotation de la Terre.

La position des axes demeure la même que dans le problème de la chute libre ; les conditions initiales sont :

pour $t = 0$, $x = y = z = 0$,

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_0 = 0, \quad \left(\frac{dy}{dt}\right)_0 = 0, \quad \left(\frac{dz}{dt}\right)_0 = v_0 = \sqrt{2kh}.$$

Nous n'aurons pas à introduire les termes correctifs qui figurent dans les équations de la chute libre.

Ici, les équations du mouvement sont

$$(1) \quad \frac{d^2x}{dt^2} = 2\omega \sin \lambda \cdot \frac{dy}{dt};$$

$$(2) \quad \frac{d^2y}{dt^2} = 2\omega \left(\cos \lambda \cdot \frac{dz}{dt} - \sin \lambda \cdot \frac{dx}{dt} \right).$$

$$(3) \quad \frac{d^2z}{dt^2} = -k - 2\omega \cos \lambda \cdot \frac{dy}{dt};$$

d'où, en multipliant 1), 2), 3) respectivement par

$$\frac{dx}{dt}, \quad \frac{dy}{dt}, \quad \frac{dz}{dt},$$

puis intégrant, on tire

$$v^2 = v_0^2 - 2kz = 2k(h - z).$$

L'intégration immédiate de 1), 2), 3), donne

$$(4) \quad \frac{dx}{dt} = 2 \omega y \sin \lambda,$$

$$(5) \quad \frac{dy}{dt} = 2\omega (z \cos \lambda - x \sin \lambda),$$

$$(6) \quad \frac{dz}{dt} = v_0 - kt - 2\omega y \cos \lambda.$$

Substituons 4) et 6) dans 2):

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 4 \omega^2 y = 2\omega \cos \lambda (v_0 - kt).$$

L'intégration donne

$$(7) \quad 2\omega y = \cos \lambda \left[v_0 (1 - \cos 2\omega t) - k \left(t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right) \right].$$

Introduisons cette valeur de y dans 4), et intégrons :

$$(8) \quad 2\omega x = \sin \lambda \cos \lambda \left[v_0 (2\omega t - \sin 2\omega t) + \frac{k}{2\omega} (1 - \cos 2\omega t - \omega t^2) \right].$$

Procédons de même avec 6) :

$$(9) \quad z = v_0 t - \frac{1}{2} kt^2 + \cos^2 \lambda \left[\frac{1}{2} kt^2 - v_0 \left(t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right) - \frac{k}{4\omega^2} (1 - \cos 2\omega t) \right]$$

Développons enfin les valeurs de z , y , x , suivant les puissances croissantes de ω ; nous aurons :

$$(10) \quad z = v_0 t - \frac{1}{2} kt^2 - \frac{1}{3} \omega^2 t^3 \cos^2 \lambda (2v_0 - \frac{1}{2} kt) \dots$$

$$(11) \quad y = \omega t^2 \cos \lambda (v_0 - \frac{1}{3} kt) - \frac{1}{3} \omega^3 t^4 \cos \lambda (v_0 - \frac{1}{5} kt) \dots$$

$$(12) \quad x = \frac{1}{3} \omega^2 t^3 \sin \lambda \cos \lambda (2v_0 - \frac{1}{2} kt) \dots$$

Cas particulier. Si l'accélération k est nulle, les formules deviennent

$$z = v_0 \left[t \sin^2 \lambda + \cos^2 \lambda \cdot \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right] = v_0 t \left(1 - \frac{2}{3} \omega^2 t^2 \cos^2 \lambda \dots \right);$$

$$y = \frac{v_0 \cos \lambda}{2\omega} (1 - \cos 2\omega t) = \omega v_0 t^2 \cos \lambda \left(1 - \frac{1}{3} \omega^2 t^2 \dots \right);$$

$$x = \frac{2}{3} \omega^2 v_0 t^3 \sin \lambda \cos \lambda.$$

Remarques : 1° Dans notre expérience, les termes en ω^3, \dots sont négligeables. Mais, lorsqu'il s'agira de mouvements retardés, d'une durée beaucoup plus grande que celle des chutes libres observées, on devra vérifier, chaque fois, si cette omission est justifiée. Dans le cas contraire, on utilisera les formules 7) et 8), au lieu de 11) et 12).

2° y et x , mesurés par 11) et 12), changent de signe pour

$$v_0 < \frac{1}{3} kt \quad \text{et} \quad v_0 < \frac{1}{4} kt.$$

On aurait alors une déviation du premier ordre

$$y < 0,$$

vers l'ouest ;

et une déviation du second ordre

$$x < 0,$$

vers le nord.

3° *Pourvu que t soit suffisamment grand, la déviation x devient observable.*

III. DÉVIATIONS VERS L'EST ET VERS LE SUD, DANS UN MOUVEMENT VERTICAL RETARDÉ

Dispositif de l'expérience. — Un tube en laiton, de 10 cm. de diamètre extérieur et 3 m. de haut, entouré d'une gaine isolante, et prolongé à sa partie inférieure par un manchon de verre de 20 cm., a été fixé verticalement, à 50 cm. de distance, au mur d'un souterrain du Château de Lausanne. La stabilité est assurée. — Un fond étan-

che, vissé à un rebord métallique, ferme le manchon ; quatre robinets y sont disposés excentriquement, suivant les diamètres nord, sud, est, ouest, déterminés à la boussole (déclinaison, 12°) ; une pointe de 5 cm. de long est vissée au centre du fond : avec un fil à plomb, elle permet de vérifier la verticalité du tube. Le fond même est horizontalisé au moyen de quatre petits niveaux sphériques fixés entre les robinets. Sur le tube, une plaque de verre. L'appareil a été construit avec le plus grand soin par la maison Möhlenbrück et Cie, à Lausanne.¹

Il a été utilisé pour *deux variantes de l'expérience* :

I. A la pointe centrée du fond, on fixe un fil de cocon (10 à 15 cm.), qui retient une très légère bulle de verre (5 à 10 mm. de diamètre). Quand le tube est rempli d'eau, on a un petit ballon captif.

Si l'on ouvre un des robinets placés côté nord et côté sud, ou préférablement les deux ensemble, de façon à vider le tube en 15 minutes au moins, on observe qu'au moment où le liquide est descendu à son niveau, la bulle, devenue libre, est entraînée vers l'est par le mouvement de la couche superficielle. La déviation initiale est facile à constater, la bulle se déplaçant derrière deux petits fils à plomb disposés près du manchon, l'un au nord, l'autre au sud. Si l'eau continue à s'écouler, la bulle flottante et décentrée est attirée par les bords, et au bout de quelques secondes elle va se coller au manchon.

Des essais préliminaires sont indispensables : on verse dans le tube un ou deux litres d'eau seulement ; une fois l'équilibre établi, on ouvre, dans un ordre déterminé, l'un ou l'autre des robinets. Une bulle bien arrondie, bien équilibrée et bien attachée doit se déplacer dans une direction quelconque. Une bande de papier graduée permet d'éva-

¹ Réduit à deux mètres, l'appareil est actuellement installé dans le cabinet du professeur d'astronomie, au Palais de Rumine.

luer à 2 ou 3 degrés près la position finale, comptée
 (I) à partir de la direction sud, de 0 à 180°, (+ vers l'est, — vers l'ouest);
 (II) » » est, » (+ vers le sud, — vers le nord).
 Les petits ballons dont les essais révèlent des allures systématiques doivent être écartés. Voici, par exemple, les résultats de trente essais d'une bulle utilisée (mars 1907) :

(I)	Est	Ouest	(I)	Est	Ouest	(I)	Est	Ouest
	+	—		+	—		+	—
1	170°		11	150°		21		20°
2	40°		12		100°	22		90°
3	90°		13	30°		23		45°
4		165°	14		30°	24		120°
5		165°	15		160°	25	170°	
6		75°	16		90°	26	20°	
7		80°	17	15°		27	75°	
8	40°		18		90°	28	0°	
9	170°		19	160°		29		150°
10	90°		20	15°		30	90°	

Au total : 1325° — 1385° = — 60° (*Ouest*)

(II)	Sud	Nord	(II)	Sud	Nord	(II)	Sud	Nord
	+	—		+	—		+	—
1		80°	11		60°	21	110°	
2	50°		12		170°	22	0°	
3	0°		13	60°		23	135°	
4		105°	14	120°		24		150°
5		105°	15		110°	25		80°
6	165°		16	0°		26	70°	
7	170°		17	75°		27	15°	
8	50°		18	0°		28	90°	
9		80°	19		70°	29		120°
10	0°		20	75°		30	0°	

Au total : 1185° — 1130° = 55° (*Sud*).

Les essais sont renouvelés après trois ou quatre expériences.

Une série de vingt expériences avec la dite bulle a donné les résultats suivants :

Déviations vers l'est, 18 ; vers l'ouest, 0.
 » » le sud, 16 ; » le nord, 2¹.

Les résultats fournis par d'autres séries sont tout à fait concordants. La résultante des expériences faites en février et mars 1907 est à 20° *au sud est* pour une durée moyenne de 20 minutes ($x = 1$ cm. 22 environ).

II. On peut éviter l'emploi délicat des bulles de verre en plaçant au dessus de l'eau remplissant le tube de petits flotteurs en paraffine de 5 à 8 mm. de diamètre, coulés dans un moule circulaire, et pesant quelques centigrammes. Une pièce mobile, percée d'un trou centré, permet de placer le flotteur².

D'avril à juillet 1907, une série de 18 expériences a donné :

Déviations vers l'est, 17 ; vers l'ouest, 0.
 » » le sud, 15 ; » le nord, 1³.

Les déviations vers le sud sont mesurées (à partir de l'est) par les angles suivants :

— 10° (nord) ; + 30°, 35, 20, 10, 45, 15, 25,
 30, 10, 35, 25, 5, 15, 10, 15 (sud).

Moyenne, *environ* 20°, pour une durée moyenne de 20 minutes.

¹ Deux expériences nulles : n° 13 (18. III. 07), l'ampoule dévie vers l'est, puis vers le sud, et revient se coller à la pointe centrale ; n° 20 (29. III), l'ampoule dévie vers l'est, puis vers le nord, tourne autour de la pointe, par l'ouest, et demeure finalement collée à la pointe, direction sud est.

² Au surplus, un décentrage de quelques millimètres vers l'ouest ne compromet pas la réussite de l'expérience. On peut donc se contenter de centrer à l'œil. Mais l'immobilité complète de la courbe superficielle et du flotteur est indispensable.

Les essais sont beaucoup plus rapides et plus souvent favorables avec les flotteurs qu'avec les bulles.

³ Deux expériences nulles : le flotteur, bien que dévié vers l'est, ne se colle pas au manchon.

12 résultats sur 18 sont compris entre 10° et 30° (arc de 1,4 cm. environ), soit 7 entre 10 et 20°, 5 entre 20 et 30°.

Les résultats qualitatifs ont été confirmés par de nouvelles séries d'expériences, faites au Palais de Rumine, d'octobre à décembre 1907.

La contre épreuve montre que si l'eau n'est pas tout à fait tranquille, si sa hauteur dans le tube est trop faible, si le débit est trop rapide, la déviation initiale est nulle : le plus souvent, bulle et flotteur sont entraînés directement du côté d'un orifice ouvert. Toutefois, nous avons constaté des déviations vers l'est avec une colonne d'eau de 120 cm. s'écoulant en 30 minutes.

Comparons la valeur résultante $x = 1$ cm. 22 à la valeur théorique fournie par la formule

$$x = \frac{1}{3} \omega^2 t^3 \sin \lambda \cos \lambda (2v_0 - \frac{1}{2} kt) ;$$

nous trouvons : $x = 1$ cm. 14.

$$\left[\omega = \frac{2\pi}{24.60} = \frac{\pi}{720} \text{ (par minute)} ; \lambda = 46^\circ 31' ; \right.$$

$$\left. t = 20 \text{ minutes (en moyenne)} ; k = 1,5 \text{ cm.} ; v_0 = 30 \text{ cm.} \right]$$

La distance finale du centre de la bulle ou du flotteur au centre du fond est de 3 à 4 cm. Suivant la valeur adoptée,

pour $r = 3$ cm., on a :	$x = 21^\circ,8 ;$
3,5	$18^\circ,7 ;$
4	$16^\circ,3.$

Nous ne sommes pas placés dans les conditions d'une expérience de précision ; mais les résultats quantitatifs peuvent être considérés comme satisfaisants ¹.

¹ Je dois des remerciements très mérités à plusieurs collaborateurs ; notamment à mon assistant, M. A. Kuenzi, licencié ès sciences ; à M. A. Rapin, assistant de chimie ; à MM. G. Mégroz et R. Cordone, étudiants.

