

# Le calendrier perpétuel par le calcul mental

Autor(en): **Jaccard, Ernest**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles**

Band (Jahr): **55 (1923-1925)**

Heft 213

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-271275>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## Le calendrier perpétuel par le calcul mental

PAR

Ernest JACCARD

---

Dans sa séance du 20 novembre 1912, la Société des Sciences naturelles a bien voulu agréer que je lui présente un instrument à disques, de mon invention, qui, sous le nom de calendrier perpétuel, résout de la façon la plus simple la question suivante :

*Etablir pour une date quelconque de l'ère chrétienne (style julien ou style grégorien) la correspondance entre la date et le jour de la semaine.*

Je désire aujourd'hui indiquer le moyen très simple que j'ai trouvé depuis, de résoudre la question par un calcul mental assez facile pour être à la portée de toute personne calculant avec quelque aisance, et pouvant même la dispenser d'avoir désormais recours à un calendrier imprimé, pour le courant de l'année. Ce moyen ne demande que l'appel à un minimum de mémorisation : retenir quatre nombres de trois chiffres, outre deux autres de un chiffre, *ces nombres servant indéfiniment toujours les mêmes.*

### A

J'exposerai d'abord sommairement les idées sur lesquelles repose le procédé. Je donnerai ensuite quelques exemples d'application qui permettront de juger de la grande rapidité de celui-ci :

1° *L'addition à une date donnée quelconque d'un nombre exact de semaines (multiple de 7 jours), donnera une date nouvelle ramenant le même jour de la semaine.*

2° L'addition à cette date primitive d'un nombre de jours quelconque peut être remplacée par l'addition du **résidu** obtenu en retranchant de ce nombre de jours le plus grand nombre de semaines (multiple de 7) qu'il contient : les deux additions donnent des dates correspondant au *même jour de la semaine.*

3° *L'addition de plusieurs nombres de jours différents se rem-*

placera, au même point de vue, par l'*addition de leurs résidus*, et celle-ci par l'*addition du résidu de la somme des résidus* (nombre inférieur à 7 ou nul).

4° On peut en dire autant de la *soustraction*, et ramener celle-ci à la soustraction d'un résidu. Mais cette soustraction d'un résidu se ramène à l'*addition du résidu complémentaire à 7*. Par exemple *un jour avant un dimanche est un samedi* aussi bien que *6 jours après* ; deux jours avant un vendredi comme cinq jours après, etc. ( $-1 \equiv +6$  ;  $-2 \equiv +5$  ;  $-3 \equiv +4$ , etc. <sup>1</sup>).

Considérons dès lors une *date primitive* correspondant à un **dimanche, comme repère fondamental** <sup>2</sup> auquel nous rapporterons une *date quelconque*. Pour **calculer le jour de la semaine** qui correspond à cette dernière, il faudra **chercher le résidu à ajouter** à la date fondamentale : le résidu 0 ramènera un dimanche, le résidu 1 amènera un lundi, le résidu 2 un mardi, etc., selon le tableau suivant, indiquant le numéro d'ordre d'un jour de la semaine (nous disons *résidu du jour*, dans la semaine) — le tableau est mémorisé d'avance par l'usage ; c'est celui de la semaine de travail.

	<i>Dimanche</i> . . . . .	0		
<i>lundi</i> . . . . .	1		<i>jeudi</i> . . . . .	4
<i>mardi</i> . . . . .	2		<i>vendredi</i> . . . . .	5
<i>mercredi</i> . . . . .	3		<i>samedi</i> . . . . .	6

## B

Cette base de calcul étant établie, nous étudierons successivement pour le *calcul du résidu à ajouter* pour une date quelconque :

- 1° le résidu de l'*addition d'un siècle* ;
- 2° le résidu de l'*addition d'une année* ;
- 3° le résidu de l'*addition d'un ou plusieurs mois*.

A cet effet, nous déciderons au préalable du choix des *repères généraux* suivants ; *ce choix devant être fait judicieusement* pour faciliter le calcul des résidus le plus possible.

- a) le **1<sup>er</sup> mars de chaque année**.
- b) *dans l'année, le dernier jour de chaque mois, que nous appellerons le quantième 0 du mois* suivant.

a) *Le choix du 1<sup>er</sup> mars au lieu du 1<sup>er</sup> janvier a ce gros avantage* que, dans les années bissextiles, la présence du jour supplémen-

<sup>1</sup> Le signe  $\equiv$  se lit « équivaut à ».

<sup>2</sup> Ce repère peut rester indéterminé, il suffit que la date soit celle d'un dimanche.

taire, 29 février (que nous appellerons *jour bissextile* par simplicité) n'aura d'influence que sur les comptes de janvier et de février, et pas sur les dix autres mois de l'année.

b) *Le choix du quantième 0* de chaque mois a également un grand avantage, à savoir le suivant : étant connu le jour de la semaine relatif à ce quantième 0, c'est-à-dire son résidu, on aura le jour de la semaine *correspondant à un quantième quelconque* en ajoutant le résidu de ce quantième à celui du quantième 0.

Dès lors, pour simplifier le discours, nous appellerons **résidu du millésime**, pour une année quelconque, celui correspondant au 1<sup>er</sup> mars de cette année-là en partant du repère fondamental.

Nous appellerons en outre **résidu d'un mois** donné, le résidu relatif au quantième 0 de ce mois en partant du 1<sup>er</sup> mars de l'année considérée.

Nous aboutissons ainsi à la règle simple suivante :

### Règle à suivre :

*Additionner le résidu du quantième, le résidu du mois et le résidu du millésime de la date considérée : le résidu du total sera le résidu du jour cherché dans la semaine.* Cela peut s'exprimer par la formule symbolique suivante :

$$j \equiv q + m + M$$

j signifiant le résidu du jour dans la semaine ;

q signifiant le résidu du quantième ;

m signifiant le résidu du mois ;

M signifiant le résidu du millésime ;

la somme signifiant le *résidu de la somme* et le signe  $\equiv$  se lisant « *équivalent à* » (relativement aux multiples de 7).

### C

Pour pouvoir utiliser cette formule, il reste à établir comment se détermine le résidu du mois (**une fois pour toutes** pour un mois quelconque) et comment celui du millésime pour une année donnée.

*Détermination (unique et définitive) des résidus mensuels :*

Pour passer du 1<sup>er</sup> mars au 31 mars ou 0 avril, il faut additionner 30 jours, donc le résidu 2 ; *le résidu d'avril est donc 2.*

Pour passer du 1<sup>er</sup> mars au 30 avril, il faut additionner 60 jours, donc le résidu 4 : *le résidu de mai est 4.*

etc....., pour les 7 derniers mois.

Pour passer du 1<sup>er</sup> mars au 0 mars, il faut retrancher 1 jour ou ajouter le résidu 6 : *le résidu de mars est donc 6.*

Pour passer du 1<sup>er</sup> mars au 0 février (*d'une année non bissextile*), il faut retrancher 29 jours, donc retrancher le résidu 1, ou donc encore ajouter le résidu 6 (ce qui est équivalent), c'est-à-dire :

*résidu de février 6 ;*  
pareillement : *résidu de janvier 3 ;*

On obtient ainsi le tableau *définitif* suivant des

### Résidus des mois :

<i>Janvier</i>	3	<i>Avril</i>	2	<i>Juillet</i>	2	<i>Octobre</i>	3
<i>Février</i>	6	<i>Mai</i>	4	<i>Août</i>	5	<i>Novembre</i>	6
<i>Mars</i>	6	<i>Juin</i>	0	<i>Septembre</i>	1	<i>Décembre</i>	1

Ces résidus, **invariables** *d'une année à l'autre, pour toute l'ère chrétienne*, doivent être appris par cœur, pour appliquer la formule mentalement. *Ce travail de mémoire est très facile* si l'on sait se servir de la *mémoire visuelle* : outre que l'on se figure les 4 trimestres groupés comme ci-dessus, on lira les quatre nombres de trois chiffres **366; 240; 251; 361**. On remarquera en outre que les deux nombres extrêmes commencent tous deux par 360 et les deux médians tous deux par 200 ; (puis, que dans 51 il y a une dizaine de plus et une unité de plus que dans 40 ; enfin, on est frappé du fait qu'il y a deux 6 de suite dans 366, et que les deux derniers nombres se terminent par 1).

*Remarque* concernant les années bissextiles. — On observe aisément que, pour ces années-là, les résidus de *janvier et de février* devraient être diminués chacun d'une unité. Toutefois, pour laisser les résidus des mois tous invariables, il est préférable de *diminuer d'une unité le résidu du millésime pour ces deux mois-là* seulement.

Avant de poursuivre cette étude de la détermination des résidus par celle des résidus des millésimes, admettons provisoirement que les résidus relatifs aux années 1922, 1923 et 1924 sont les suivants :

Pour 1922 : **3**; pour 1923 : **4**; pour 1924 : **(5)** et **6** (à savoir 5 jours pour janvier et février et 6 pour les autres mois de 1924); nous pourrions immédiatement donner quelques **exemples d'application du procédé de calcul annoncé** :

1<sup>o</sup> 17 juillet 1922 ; on trouve  $q \equiv 3$ ;  $m \equiv 2$ ;  $M \equiv 3$ ; d'où  $j \equiv 3 + 2 + 3 \equiv 1$ . Le jour est donc *lundi*.

2<sup>o</sup> 28 août 1923 ; on trouve  $q \equiv 0$  ;  $m \equiv 5$  ;  $M \equiv 4$  ;  $j \equiv 0 + 5 + 4 \equiv 2$  ; d'où *mardi*.

3<sup>o</sup> 25 juin 1924 ;  $q \equiv 4$  ;  $m \equiv 0$  ;  $M \equiv 6$  ;  $j \equiv 4 + 0 + 6 \equiv 3$  ; d'où *mercredi*.

4<sup>o</sup> 10 février 1924 ;  $q \equiv 3$  ;  $m \equiv 6$  ;  $M \equiv 5$  (année bissextile) ;  $j \equiv 3 + 6 + 5 \equiv 0$  ; d'où *dimanche*.

Avec un peu de volonté, la connaissance aisée du livret 7, et quelques essais avec le tableau des résidus mensuels sous les yeux, on se convaincra bien vite de l'extrême rapidité du procédé. On a tôt fait de mettre en mémoire les résidus du millésime de l'année courante et des deux voisines. Dès lors, on a plus vite fait de calculer une date que de chercher un calendrier de poche dans son portefeuille.

## D

Pour être en état de se servir du procédé pour une année quelconque, il reste à établir comment on détermine le résidu relatif à cette année-là.

1<sup>o</sup> *Résidu d'une année séculaire*. — L'addition d'un siècle au 1<sup>er</sup> mars d'une année séculaire pour passer au 1<sup>er</sup> mars de l'année séculaire suivante, si elle est non bissextile, est une addition de  $36\,500 + 24$  jours, donc une *addition de résidu 5* (ou soustraction de résidu 2).

Il en est ainsi pour les passages de 1700 à 1800 ; de 1800 à 1900 et de 1900 à 2000.

Mais, si la seconde des années séculaires est bissextile, ainsi de 1500 à 1600 ; de 1900 à 2000 ; de 2300 à 2400 ; etc., l'addition du siècle est celle de  $36\,525$  jours, donc une *addition de résidu 6* (ou soustraction de résidu 1).

Par suite l'addition de *4 siècles* est une *addition de résidu nul*.

Autrement dit, il n'y a que *quatre résidus séculaires différents* se reproduisant par un cycle de 4 siècles, selon la règle suivante :

**Le résidu d'une année séculaire multiple de 400 ans est 3** (ainsi pour 1600, 2000, 2400, etc.). **A partir d'une de ces années séculaires-là, pour chaque siècle de plus, augmenter le résidu de 5 ou le diminuer de 2 ; d'où respectivement :**

3 ; 1 ; 6 ; 4

que l'on retient immédiatement en mémorisant le nombre de 4 chiffres 3164 ; en particulier

**4 pour 1900.**

(Nous notons *s* le résidu séculaire.)

2<sup>o</sup> Une fois connu le résidu d'une année séculaire, année que nous appellerons par commodité *l'année 0* du siècle commençant, il faut encore étudier la **détermination du résidu d'une année A quelconque de ce siècle** (ainsi celle de l'année 23<sup>e</sup> du siècle 1900 à 2000, autrement dit de l'année 1923).

Or, l'*addition de 365 jours* pour passer du 1<sup>er</sup> mars d'une année quelconque du siècle au 1<sup>er</sup> mars de l'année suivante, si elle n'est pas bissextile, est une *addition de résidu 1*.

Au cas contraire, c'est une *addition de 366 jours*, donc, une addition de résidu 2 (soit  $1 + 1$ , c'est-à-dire 1 *de plus* que dans le cas ordinaire). Or, ceci, à partir de l'année 0 (ou séculaire), arrive de 4 en 4 ans, c'est-à-dire un nombre de fois qui est le **quart en nombre entier du numéro d'ordre de l'année étudiée**.

De là la **règle** suivante pour la **détermination du résidu du millésime** d'une année quelconque d'un siècle quelconque (dès 1582) :

**Pour obtenir le résidu relatif à l'année A d'un siècle quelconque il faut ajouter au résidu s de l'année séculaire (initiale du siècle), le résidu du nombre A, plus encore le résidu du quart entier du nombre A.**

*Exemples.* — Le résidu de 1867 est équivalent au total du résidu de l'année 1800, plus le résidu du nombre 67, plus encore le résidu du nombre 16 qui est le quart entier de 67 c'est-à-dire, au total, de 6 (pour 1800), de 4 (pour 67) et de 2 (pour 16) ; le résidu du total 12, soit 5, est celui du millésime 1867. Si nous notons *s* pour le résidu de l'année 0 du siècle, et *a* pour le résidu à ajouter pour l'année A ou 67<sup>e</sup> du siècle, nous avons  $s \equiv 6$  ;  $a \equiv 4 + 2 \equiv 6$  ;

$$\mathbf{M} \equiv s + a \equiv 6 + 6 \equiv \mathbf{5}$$

*Résidu de 1937.* — Pour 1900,  $s \equiv 4$  ; pour 37, *a* équivaut au résidu de 37 augmenté du résidu de 9 (quart entier de 37), donc  $a \equiv 2 + 2 \equiv 4$  ;  $\mathbf{M} \equiv 8 \equiv \mathbf{1}$ .

$$\textit{Résidu de 1923} \quad s \equiv 4 ; a \equiv 23 + 5 \equiv 2 + 5 \equiv 0$$

$$\mathbf{M} \equiv 4 + 0 \equiv \mathbf{4} \quad (\text{comme pour 1900}).$$

Nous avons maintenant tout ce qu'il faut pour calculer une date quelconque du *calendrier grégorien* (c'est-à-dire l'actuel).

*Exemples.* — 18 octobre 1867 ?

$$s \equiv 6 ; a \equiv 67 + \frac{67}{4} \text{ ou } 67 + 16 \equiv 4 + 2 \equiv 6 ; \mathbf{M} \equiv 5 ; q \equiv 4 ;$$

$$m \equiv 3 ; \mathbf{M} \equiv 5 ; j \equiv 4 + 3 + 5 \equiv 5$$

jour cherché : *vendredi*.



22 décembre 1937 ?  $q \equiv 1$  ;  $m \equiv 1$  ;  $M \equiv 1$  ;  $j \equiv 3$  ; *mercredi*.

Pour être complet, voyons encore les **résidus séculaires du calendrier julien** en usage à Rome dès l'an 44 avant Jésus-Christ jusqu'au 4 octobre 1582 de l'ère chrétienne. On trouve d'abord, de proche en proche, que le résidu au 1<sup>er</sup> mars de l'an 1000 vaut 5. En outre, comme dans ce calendrier toutes les années séculaires sont bissextiles, l'addition d'un siècle est régulièrement celle de 36 525 jours, donc une addition de résidu 6 (ou soustraction de résidu 1).

*Règle :*

**Résidu de l'an 1000 : 5 ;**

**Pour chaque siècle de plus, 1 de moins dans le résidu. Pour chaque siècle de moins, 1 de plus dans le résidu ;** le cycle de 700 ans reproduisant les résidus dans le même ordre soit 5, 4, 3, 2, 1, 0, 6 (6 en 1600).

Le calendrier grégorien est en usage :  
à Rome, dès le 15 octobre 1582 } dès 1582 à 1584 dans les  
en France, dès le 20 décembre 1582 } Etats catholiques  
en Suisse protestante, dès le 1<sup>er</sup> mars 1600 ;  
dans le canton de Vaud, dès le 10 janvier 1601 ;  
en Angleterre, dès le 14 septembre 1752 seulement.

L'écart des deux calendriers, de 10 jours au début, a été de 11 jours de 1700 à 1800, de 12 jours de 1800 à 1900, et est actuellement de 13 jours (mais son usage est abandonné partout).

### Derniers exemples complets du procédé.

1<sup>o</sup> 25 décembre 800 ? (couronnement de Charlemagne)  $q \equiv 4$  ;  
 $m \equiv 1$  ;  $s = M \equiv 5 + 2 \equiv 0$  ;  $j \equiv 4 + 1 + 0 = 5$  ; *vendredi*.

2<sup>o</sup> 4 octobre 1582 julien ?  $s \equiv 5 - 5 = 0$  ;  $a \equiv 82 + 20 \equiv 5 + 6$   
 $\equiv 4$  ;  $q \equiv 4$  ;  $m \equiv 3$  ;  $M \equiv 4$       $j \equiv 4 + 3 + 4 \equiv 4$  ; d'où *jeudi*.  
le lendemain de ce jour fut le

3<sup>o</sup> 15 octobre 1582 grégorien ?  $s \equiv 4$  (comme pour 1900) ;  
 $a \equiv 4$  ;  $q \equiv 1$  ;  $m \equiv 3$  ;  $M \equiv 1$       $j \equiv 1 + 3 + 1 = 5$  ; d'où  
*vendredi*.

4<sup>o</sup> 18 février 1564 julien (date de la naissance de Galilée) ?  
 $s \equiv 5 - 5 = 0$  ;  $a \equiv 64 + 16 \equiv 1 + 2 = 3$  ;  $M = 3$  ;  $M' = 2$   
(parce qu'on a affaire à février d'une année bissextile) ;  $q \equiv 4$  ;  
 $m \equiv 6$  ;  $M' \equiv 2$  ;  $j \equiv 4 + 6 + 2 \equiv 5$  ; d'où *vendredi*.



5° 8 janvier 1642 grégorien (date de la mort de Galilée) ?  
 $s = 3$  ;  $a \equiv 42 + 10 \equiv 0 + 3 = 3$  ;  $M = 6$  ;  $q \equiv 1$  ;  $m \equiv 3$  ;  
 $M \equiv 6$  ;  $j \equiv 1 + 3 + 6 \equiv 3$  ; d'où *mercredi*.

6° 1<sup>er</sup> septembre de l'année 5508 avant J.-C. (commencement de l'ère de Constantinople) ? Les astronomes comptant une année 0 avant l'année 1, ce qui concorde avec ce qui précède, l'année en question est donc l'année — 5507 des astronomes ; c'est la 93<sup>me</sup> année à partir de l'année séculaire — 5600 (6600 ans avant l'an 1000 julien) ; d'où  $s \equiv 5 + 66 \equiv 5 + 3 \equiv 1$  ;  $a \equiv 93 + 23 \equiv 2 + 2 = 4$  ;  
 $M \equiv 1 + 4 = 5$  ;  $q = 1$  ;  $m = 1$  ;  $M = 5$  ;  $j \equiv 1 + 1 + 5 \equiv 0$  ;  
d'où *dimanche*.

### Calculs inverses de celui du jour de la semaine.

La formule  $j \equiv q + m + M$ , où  $M \equiv s + a$ , permet inversement de calculer l'une des quantités  $q$ ,  $m$ ,  $M$ , ou encore  $s$  ou  $a$  quand les autres quantités sont connues ; ce qui donne lieu aux questions suivantes <sup>1</sup> :

1° **Quel quantième avons-nous aujourd'hui ?** question que chacun se pose chaque jour ;

2° *Quels sont les mois de l'année qui commencent par un dimanche (ou un lundi, etc.) ?* ;

3° *Quelles sont les années (millésimes) ayant un calendrier identique ?*

Examinons ces trois problèmes successivement :

1° *A quel quantième répond le 1<sup>er</sup> dimanche du mois d'août 1924 (par exemple) ?*  $q \equiv ?$  ;  $m \equiv 5$  ;  $M \equiv 6$  ;  $j \equiv 0$  ou 7 ou 14, etc.  $? + 5 + 6 \equiv 14$  ; d'où  $q = 3$  ; donc 3 août.

*Autre exemple. — A quel quantième correspond le 3<sup>e</sup> mercredi de décembre 1923 ?*

Ce quantième vaut 14 de plus que celui du 1<sup>er</sup> mercredi du mois pour lequel  $j \equiv 3$  ou 10 (ou 17 au plus) ;  $q \equiv ?$  ;  $m \equiv 1$  ;  $M \equiv 4$  ;  $j \equiv 10$  ;  $? + 1 + 4 \equiv 10$  ;  $? = 5$  ; le 1<sup>er</sup> mercredi du mois est le 5 décembre, le 3<sup>e</sup>, le 19 décembre.

3<sup>e</sup> *exemple. — C'est aujourd'hui mardi ; avons-nous le 18, le 19 ou déjà le 20 février 1924<sup>2</sup> ?* Pour le 18, nous aurions  $j \equiv 4 + 6 + 5 \equiv 1$  ; lundi ; nous avons donc le 19.

<sup>1</sup>  $j \equiv q + m + M$  donne  $q \equiv j - (m + M)$  ;  $m \equiv j - (q + M)$  ;  $M \equiv j - (q + m)$  ; et aussi :  $a \equiv j - (q + m + s)$  et  $s \equiv j - (q + m + a)$ .

<sup>2</sup> 1924 est bissextile ;  $M \equiv 6$  ;  $M' \equiv 5$  pour janvier et février.

2° *Second problème inverse.* — *Quels sont les mois de 1923 qui ont commencé par un dimanche ?*  $q \equiv 1$ ;  $m = ?$ ;  $M = 4$ ;  $j \equiv 0$  ou  $7$ ;  $1 + ? + 4 \equiv 7$ ; donc  $? \equiv 2$ ;  $m = 2$ . Les mois en question ont le résidu 2, ce sont donc *avril* et *juillet* d'après le tableau des résidus mensuels. — La même question pour 1924 bissextile où  $M' \equiv 5$  pour janvier et février et  $M \equiv 6$  pour les autres mois, donne seulement  $m = 0$ : donc *juin*.

3° *Troisième des problèmes inverses.* — Par exemple : *Quelles sont les années à calendrier identique à celui de 1923 ?*

Ce sont les *années* qui ont même *résidu du millésime*, donc 4 (pour l'année entière).

Occupons-nous d'abord des années du siècle 1900 à 1999 où  $s \equiv 4$ ; d'où  $a \equiv 0$  (car  $M \equiv s + a$ ). Les deux chiffres de droite du millésime donnent le numéro  $A$  de l'année *dans le siècle*; on doit donc avoir : résidu de  $A +$  résidu du quart entier de  $A \equiv a \equiv 0$ . Il y a, par suite, lieu de distinguer 3 séries :  $A = 4n + 1$  (multiple de 4 augmenté de 1),  $A = 4n + 2$  et  $A = 4n + 3$ .

*Série I.*  $A = 4n + 1$ ;  $a \equiv (4n + 1) + n \equiv 5n + 1 \equiv 0$ ; d'où  $5n \equiv 6$  et  $n \equiv 4$  ou  $4 + 7h$  ( $h$  entier), d'où  $A = 17$  ou  $17 + 28h$ ; d'où les années : 1917, 1945, 1973.

*Série II.*  $A = 4n + 2$ ;  $a \equiv 5n + 2 \equiv 0$ ;  $n \equiv 1 + 7h$ , d'où  $A = 6$  ou  $6 + 28h$ ; d'où les années : 1906, 1934, 1962, 1990.

*Série III.*  $A = 4n + 3$ ;  $a \equiv 5n + 3 \equiv 0$ ;  $n \equiv 5 + 7h$ , d'où  $A = 23$  ou  $23 + 28h$ ; d'où les années : 1923, 1951, 1979.

En tout 10 années :

1906, 1917, 1923, 1934, 1945, 1951, 1962, 1973, 1979, 1990 se succédant à intervalles de 11 ans, 6 ans et 11 ans; d'où le cycle total de 28 ans.

Outre ces trois séries d'années qui ont même calendrier *pour l'année entière*, il y a encore une *série O* d'années ayant même calendrier que les précédentes, de mars (inclus) à décembre, et une *série IV* d'années ayant même calendrier, de janvier et février seulement, que les précédentes. Ce sont des années bissextiles.

*Série O.*  $A = 4n$   $a \equiv 5n \equiv 0$ ;  $n \equiv 0 + 7h$  d'où  $A = 0 + 28h$ ; d'où les années : 1900, 1928, 1956, 1984 (1900 n'est pas bissextile et a même calendrier que 1923 pour l'année entière).

*Série IV.*  $M' \equiv s + a \equiv 3$ ;  $s \equiv 4$ , d'où  $a \equiv 6$ ;  $A = 4n$ ;  $a \equiv 5n \equiv 6$ ;  $n \equiv 4 + 7h$ , d'où  $A = 16 + 28h$ ; d'où les années : 1916, 1944, 1972 (janvier et février).

En suivant l'ordre chronologique, ces différentes années se suivent dans l'ordre suivant, relativement aux séries respectives : série I, série III, série O, série II et série IV, en formant un cycle total de 28 ans dont les intervalles partiels sont successivement 6 ans, 5 ans, 6 ans, 6 ans et 5 ans ; pour recommencer à nouveau le cycle. — Ce cycle se continue d'ailleurs sans solution de continuité pour les années 2000 à 2199, puisque 2000 est bissextile.

Si nous nous occupons maintenant du siècle des années 1800 à 1899, nous aurons  $s \equiv 6$ , d'où  $a \equiv 5$  (car ainsi  $M \equiv 6 + 5 \equiv 4$ ) ; et la même analyse que précédemment nous donnerait partout pour 5 n, 5 de plus ; pour n, 1 de plus, et pour 4 n, ou A, 4 de plus (ou 24 de moins). L'ordre chronologique relativement aux séries reste le même que le précédent, mais il y a rupture du cycle *dans le passage* au siècle suivant (par le fait que 1900 n'est pas bissextile) ; puis reprise de ce cycle selon le même schéma par séries.

En général, pour le passage du siècle 1800 à 1899 au siècle 1900 à 1999 : chacune des années 90 à 99 retrouve un calendrier identique au sien 12 ans<sup>1</sup> plus tard ; cependant, les années 94 et 95, puis encore 99 qui reproduit 93, le retrouvent déjà une première fois 6 ans plus tard<sup>2</sup>. Enfin les années bissextiles 72, 76, 80, 84 et 88 ne retrouvent leur calendrier intégral chacune que 40 ans plus tard<sup>3</sup>, soit en 12, 16, 20, 24 et 28, respectivement, du siècle suivant.

Ce dernier alinéa peut se répéter intégralement à propos du passage du siècle 1600 à 1699 au siècle 1700 à 1799, et du siècle 1700 à 1799 au siècle 1800 à 1899.

Revenons à l'exemple particulier traité du *calendrier de 1923* ; pour le siècle 1700 à 1799 :  $s \equiv 1$ , d'où  $a \equiv 3$ , d'où l'on trouverait pour n, 1 de plus partout, pour A, 4 de plus que de 1800 à 1899. Et encore pareillement pour le siècle 1600 à 1699. Voici enfin le tableau complet de ces années :

		dix mois		deux mois
I	III	O	II	(IV)
1601	1607	(1612)	1618	(1624)
1629	35	( 40)	1646	(1652)
1657	63	( 68)	74	( 80)

<sup>1</sup> Une addition de 12 ans est en général une addition de résidu 1, mais ici, à cause de 00 non bissextile, résidu 0.

<sup>2</sup> L'addition de 6 ans est dans ce cas de résidu 0.

<sup>3</sup> Au lieu de 28 ans (28 + 12) ans.

		dix mois		deux mois
I	III	0	II	(IV)
1685	91	( 96)		
	1703	(1708)	1714	(1720)
1725	31	( 36)	42	( 48)
53	59	( 64)	70	( 76)
81	87	(92)	98	
		(1804)	1810	(1816)
1821	1827	( 32)	38	( 44 )
49	55	( 60)	66	( 72)
77	83	( 88)	94	
		1900	06	(1912)
1917	<b>1923</b>	( 28)	34	( 40)
45	51	( 56)	62	( 68)
73	79	( 84)	90	(1996)
2001	2007	(2012)	2018	(2024)

etc... comme pour 1600 à 1699, etc.

Pour toute autre année non bissextile que 1923, on aurait un tableau analogue, avec même schéma des séries (et mêmes intervalles partiels de 6 ans, 5 ans, 6 ans, 6 ans et 5 ans); enfin, mêmes observations générales pour le passage d'un siècle au suivant<sup>1</sup>, et il suffit dès lors de déterminer la 1<sup>re</sup> des années du siècle, etc. Ainsi

I	III	(O)	II	(IV)
	1903	(1908)	1914	(1920)
1925	1931	(1936)	1942	(1948)

etc.

Par contre, le *calendrier d'une année bissextile* ne se reproduit intégralement que de 28 en 28 ans dans le courant d'un siècle et avec un intervalle de 40 ans au passage d'un siècle au suivant quand la nouvelle année séculaire est non bissextile ; ainsi le calendrier de 1924 ne s'est pas reproduit intégralement depuis 1884, et il n'y a pas eu dans l'intervalle d'autre *vendredi* 29 février que ceux de ces deux années-là.

Cependant, il y a trois séries d'années non bissextilles qui (ainsi qu'on la vu plus haut) ont même calendrier que 1924, de mars (inclus) à décembre, soit pour notre siècle :

<sup>1</sup> D'un siècle au suivant s diminue de 2, donc a augmente de 2 ; 5 n augmente de 2, donc n augmente de 6, et 4 n ainsi que A augmente de 24 ou diminue de 4.

I	III	O	II	IV
			1902	—
1913	1919	(1924)	1930	—
41	47	(1952)	1958	—
		etc.....		

Et il y a encore trois séries d'années non bissextiles qui ont même calendrier de janvier et février (sauf le 29) que 1924 et les bissextiles de son groupe.

I	III	O	II	IV
1901	1907	—	1918	(1924)
1929	1935	—	1948	(1952)
		etc.		

4° On peut encore considérer, parmi les problèmes inverses étudiés, le suivant, que nous indiquons par des exemples :

*Quels sont les siècles dans lesquels le 1<sup>er</sup> novembre de la 17<sup>e</sup> année du siècle est un dimanche ?*  $j \equiv s + a + q + m$ ;  $j \equiv 0$ ;  $a \equiv 17 + 4 \equiv 0$ ;  $m = 6$ ;  $q = 1$ ;  $o \equiv s + 0 + 1 + 6$ , donc  $s \equiv 0$ . Ce sont les siècles de résidu nul : or *il n'y en a point* dans le calendrier grégorien. Il ne peut donc s'agir que du calendrier julien, années séculaires 100 ; 800 ; 1500 (etc... cycle de 700 ans), et, par suite, des années 117 ; 817 ; 1517.....

Si l'on posait la même question relativement à la 18<sup>e</sup> année du siècle, on trouverait les années grégoriennes 1818, 2218, etc. (cycle de 400 ans), et les années juliennes 218, 918, 1618..... (cycle de 700 ans).

Les questions 3° et 4° pourraient servir à élucider certains problèmes de dates historiques. Par exemple : la date de l'Escalade à Genève, que l'histoire nous apprend être, « la nuit du samedi au dimanche 12 décembre 1602 », est-elle une date appartenant à l'ancien calendrier ou une date grégorienne ?

Or, pour le 12 décembre 1602 grégorien, on trouverait :

$$j \equiv 5 + 1 + 5 \equiv 4, \text{ d'où jeudi.}$$

Par contre, pour le 12 décembre 1602 julien, on trouve  $j \equiv 5 + 1 + 1 \equiv 0$ ; d'où *dimanche*.

C'est donc le calendrier julien qui était encore en usage à Genève à ce moment-là (alors que dans le canton de Vaud on avait établi depuis deux ans le nouveau calendrier par ordre de Berne, et qu'on y avait, ce dernier jour-là, le 22 décembre). (Les protes-

tants ont longtemps refusé d'accepter la réforme du calendrier, et Genève calviniste plus longtemps que Berne.)

## II<sup>e</sup> PARTIE

### CALCUL DE LA DATE DE PAQUES

La question de la date des fêtes religieuses mobiles est une autre question intéressant le calendrier.

La date de Pâques est déterminée d'après la règle suivante :

*C'est le dimanche qui suit la pleine lune arrivant directement après le 20 mars.*

Mais la pleine lune en question, comptée au 14<sup>e</sup> jour de la lunaison (13 jours après la nouvelle lune), dépend d'une lunaison moyenne déterminée par les règles du comput. Cette pleine lune-là s'appelle la lune *pascale*.

Si la lune pascale tombe sur le 21 mars et que cela soit un samedi, Pâques est le *22 mars* et c'est sa *date* la plus *précoce*. La pleine lune tombant sur le 20 mars, la suivante ou lune pascale sera le 19 avril, et si ce jour-là est lundi, Pâques sera le *25 avril*, et c'est la *date* la plus *tardive*.

Gauss a indiqué un ensemble de formules pour la détermination de cette date de 1900 à 2099 ; le calcul, sans en être compliqué, est long. J'ai trouvé une formule empirique très simple de ce calcul par application de mon procédé de calcul du jour correspondant à une date donnée. **Il s'agit de calculer la date de la lune pascale, puis le résidu du jour en question ; on aura la date de Pâques en ajoutant à la date de la lune pascale le complément à 7 du résidu trouvé.**

Je me sers à cet effet du calendrier julien comme auxiliaire de base, et c'est là ce qui me permet un calcul simple. En voici *le principe*, et je donnerai ensuite la règle simple d'application :

Appelons  $e$  l'âge de la lune au 1<sup>er</sup> janvier julien,  $(e - 13)$  est alors l'âge de la lune au 1<sup>er</sup> janvier grégorien,  $30 - (e - 13)$  ou  $(43 - e)$  est par suite la date de la nouvelle lune de janvier (qui suit immédiatement), et par suite encore  $(43 - e) + 13$  ou  $(56 - e)$  la date de la pleine lune de janvier, et par suite enfin la date de la pleine lune de mars dans le calendrier actuel (ou grégorien) ; [il faut,



pour établir cela, savoir simplement que la lunaison moyenne est de 29,5 jours environ — 59 jours pour deux lunaisons — et que l'écart actuel des deux calendriers est de 13 jours]. D'ailleurs, évidemment, si (56 — e) vaut plus de 31, cette date du (56 — e) mars est celle du (25 — e) avril, et la pleine lune précédente est en date du (26 — e) mars.

De ces considérations résulte que **la lune pascale a l'une des deux dates :**

- (26 — e) mars — cela si  $e$  est au plus égal à 5  
 ou (56 — e) mars — si  $e$  est plus grand ;  
 et qu'il suffit, pour l'obtenir, de déterminer  $e$ .

**Règle d'application.** —  $M$  étant le millésime de l'année dont on cherche la date de Pâques :

1° Calculer le reste  $l$  de la division  $(M + 1) : 19$  <sup>1</sup> ;

2° Calculer le reste  $e$  de la division  $11l : 30$ . <sup>2</sup>

Ces deux opérations se font aisément de tête pour les années 1900 à 1999, car 1900 : 19 donne un reste nul.

3° De deux choses l'une :

a) ou  $e \leq 5$  (au plus égal à 5) ; alors date de la lune pascale (26 — e) mars ;

b) ou  $e > 5$  (plus grand que 5) ; alors date de la lune pascale (56 — e) mars.

4° Calculer le résidu du jour de cette date et ajouter à cette dernière le complément à 7 du résidu trouvé.

**Restriction :** Si le calcul de  $e$  donne 6 ou 7, prendre à la place 7 ou 8 respectivement.

*La règle en question est valable de 1900 à 2199.*

*Exemples.* — *Quelle est la date de Pâques en 1924 ?*

1°  $l =$  reste de 1925 : 19, ou de 25 : 19, donc  $l = 6$  ;

2°  $e =$  reste de  $(11 \times 6) : 30$ , donc 6 ; prendre 7 (restriction) ;

3° date de la lune pascale (56 — 7) mars = 49 mars = 18 avril ;

4° calcul du résidu :  $q \equiv 4$  ;  $m \equiv 2$  ;  $M \equiv 6$ , donc  $j \equiv 5$  dont le complément à 7 est 2 ; donc enfin :

date de Pâques : **20 avril.**

2° *Pâques en 1925 ?*

$l =$  reste de 26 : 19 = 7 ;  $e =$  reste de 77 : 30 = 17 ; lune pas-

<sup>1</sup> 19 ans est le nombre des années du cycle lunaire qui ramène les lunaisons sensiblement aux mêmes dates dans l'année, et  $l$  est le numéro de l'année dans le cycle.

<sup>2</sup> 11 jours est l'écart entre l'année de 365 jours et la durée de 12 lunaisons ; pour  $l$  années, on a  $l$  fois cet écart, nombre à diminuer des lunaisons entières qu'il renferme.

cale en date du (56-17) mars = 39 mars = 8 avril ; résidu du jour  $\equiv 1 + 2 + 0 = 3$  ; complément 4 ;

date de Pâques **12 avril**.

3° En 1929 ?  $l = 11$  ;  $e = 1$  ; lune pascale (26-1) ou 25 mars ; résidu du j  $\equiv 4 + 6 + 5 \equiv 1$  ; compl. 6 ;

d'où Pâques le **31 mars**.

---

*Règle pour déterminer la lune pascale de 1700 à 1899.*

Même calcul de  $l$  et  $e$  que précédemment, sans restrictions.  
Deux cas à considérer :

$e \leq 4$	lune pascale... (25 — $e$ ) mars
$e > 4$	lune pascale... (55 — $e$ ) mars.

*Règle pour déterminer la lune pascale de 1583 à 1699.*

Même calcul de  $l$  et  $e$  que précédemment.

*Restriction.* — Remplacer  $e = 4$  par  $e = 6$  ;

pour $e \leq 3$	lune pascale le (24 — $e$ ) mars ;
pour $e > 3$	lune pascale le (54 — $e$ ) mars.

*Exemples.* — 1° Pâques en 1598 ?  $l =$  reste de 1599 : 19, ou de 79 : 19 ; donc  $l = 3$  ;  $e =$  reste de 33 : 3, donc 3, lune pascale le (24 — 3) ou 21 mars ; résidu du j  $\equiv 0 + 6 + 0$  ; compl. 1 ; Pâques le 22 mars.

2° Pâques en 1734 ?  $l =$  reste de 1735 : 19, ou de 25 : 19 ; donc  $l = 6$  ;  $e =$  reste de 66 : 30 = 6 ; lune pascale le (55 — 6) mars = 18 avril ; résidu du j  $\equiv 0$  ; compl. 7 ; Pâques le 25 avril.

*Remarques particulières.* — Dès 1582, origine de notre calendrier, Pâques n'a eu lieu le 22 mars que 4 fois, en 1598, 1693, 1761 et 1818, et cela n'arrivera plus jusqu'à au delà de 2199.

Pâques a été ou sera le 25 avril en 1666, 1734, 1886, 1943 et 2038, donc 3 fois dans le passé.

A partir de 1900 et jusqu'en 2000 et quelques ans :

Pâques le 23 mars, en 1913 et 2008 seulement

Pâques le 24 mars, en 1940 »

Pâques le 25 mars, en 1951 »

Pâques le 24 avril : pas une seule fois.

Pâques le 23 avril, en 1905 et 1916 seulement.

---

*Date moyenne de Pâques entre 1900 et 2199.*

Pendant cette période de deux siècles, les dates des lunes pascales, rapportées à mars, sont périodiquement les suivantes : 45, 34, 23, 42, 31, 49, 39, 28, 47, 36, 25, 44, 33, 22, 41, 30, 48, 38, 27. Le total en est 682 et son quotient par 19 donnera la *date moyenne* 36 mars = 5 avril.

Par suite, ce que l'on peut convenir d'appeler le **Pâques moyen** dans cette période tombe **entre le 6 avril et le 12 avril**.

Autrement dit, si l'on veut donner à la *date de Pâques* une *fixité relative* sans bouleversement complet du calendrier, et en particulier sans établir de rupture dans la suite périodique sans fin des 7 jours de la semaine en usage depuis plusieurs milliers d'années (institution humaine de la plus longue durée sans doute <sup>1</sup>), il conviendrait donc, puisque **Pâques** doit nécessairement être un dimanche, de **choisir pour la date de cette fête** (qui détermine celle des autres fêtes religieuses mobiles) **le dimanche compris entre le 6 avril et le 12 avril** (extrêmes inclus).

De fait, la moyenne de ces deux dates étant le 9 avril, on constate que, de 1900 à 1999, Pâques tombe 49 fois avant cette date et 48 fois après.

Je terminerai cet exposé par un problème amusant, qui rappelle l'âge du capitaine et illustre la rareté de certains faits relatifs aux dates :

*Problème.* — Une personne qui ne veut pas dire son âge nous apprend cependant qu'elle est *née un vendredi* et que, pour la *seconde fois* seulement, elle aura son *anniversaire* de naissance *un vendredi* également en cette année-ci, 1924. Elle nous dit encore que *deux fois* de son vivant *Pâques* a été célébré le 23 mars.

Quelle est la date exacte de sa naissance ?

*Solution.* — Pâques est tombé sur le 23 mars (en rétrogradant), en 1913, en 1856, en 1845..... La personne est donc *née en 1856 ou antérieurement*, mais *postérieurement à 1845*. En second lieu, elle ne peut être née qu'en date du 29 février, car tout autrement son anniversaire de naissance serait tombé *sur un vendredi* beau-

<sup>1</sup> L'origine de la semaine de 7 jours se perd dans la nuit des temps. Les noms des jours proviennent des noms des 7 astres suivants, rangés par les anciens dans l'ordre suivant : Saturne, Jupiter, Mars, Soleil, Vénus, Mercure, Lune. Chacune des 24 heures du jour était consacrée à l'une des planètes, en suivant l'ordre indiqué, et celle de la première heure donnait son nom au jour. Ainsi, si la première heure d'un premier jour tombait sur la Lune, d'où lundi, la première heure du jour suivant tombait sur Mars, d'où mardi, et ainsi de suite de 3 en 3. Le jour du soleil est devenu pour les chrétiens le jour du Seigneur (*Domini dies*).

coup plus fréquemment pendant les 68 ans qui séparent 1856 de 1924. Or, entre 1845 et 1856, il n'y aurait que deux années bissextiles pouvant répondre peut-être à la question ; mais le 29 février 1848 est un mardi, et le 29 février 1852 un dimanche. La personne est donc sûrement *née le vendredi 29 février 1856* ; et elle n'a bien eu son anniversaire de naissance un *vendredi* qu'une première fois en 1884, avant 1924.

Voici cependant encore une dernière *remarque* qui a peut-être son utilité : La détermination étudiée de la *date de la lune pascale* (pleine lune de mars) permet aussitôt celle des *autres pleines lunes de l'année* (à un ou deux jours près). De la date de la pleine lune de mars, qui est aussi celle de janvier, retrancher 1 pour février et 1 pour avril, 2 pour mai, 3 pour juin, 4 pour juillet, 5 pour août, 7 pour septembre et pour octobre, 9 pour novembre et pour décembre. — Comme application : *Y avait-il nuit noire, la nuit de l'Escalade à Genève ?* — La date en est du (11-12) décembre 1602 julien, donc du (21-22) décembre 1602 grégorien (voir plus haut). La détermination de la date pascale (dans ce dernier calendrier) donne  $l = \text{reste de } 1603 : 19$ , ou de  $83 : 19$ , donc  $l = 7$  ;  $e = \text{reste de } 77 : 30$ , donc 17 ; d'où lune pascale du (54-17) mars ou 37 mars (précédée de la pleine lune du 7 mars) ; retranchons 9, nous avons pleine lune du 28 décembre ; du 21 au 22 (grégorien) *la lune était voisine du premier quartier*, et la nuit n'était noire que plus tard que minuit, si du moins le temps n'était pas très couvert (ceci à l'adresse des historiens).

Lausanne, décembre 1923.