

**Zeitschrift:** Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Herausgeber:** Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Band:** 67 (1958-1961)  
**Heft:** 300

**Artikel:** Anomalies du tenseur de résistivité électrique dans les éléments ferromagnétiques  
**Autor:** Rivier, Dominique  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-275090>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 23.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Anomalies du tenseur de résistivité électrique dans les éléments ferromagnétiques

PAR

DOMINIQUE RIVIER

1. Le but de cette note est de présenter de manière synthétique et systématique les anomalies de la variation, en présence d'un champ magnétique, du tenseur de résistivité électrique des éléments ferromagnétiques. Ces anomalies sont déterminées relativement aux propriétés du tenseur de résistivité d'un métal pur non ferromagnétique et normal comme le cuivre. Les propriétés considérées particulièrement ici sont, avec la valeur de la résistivité  $\rho^0$  du métal en structure microcristalline isotrope, les valeurs des magnétorésistivités transversale et longitudinale ainsi que celles de la résistivité de HALL.

2. Rappelons les propriétés du tenseur  $\rho_{ik}(B)$  pour un métal pur non ferromagnétique comme le cuivre. Lorsque celui-là se présente en polycristal, la conductivité électrique est isotrope et nous avons la relation

$$\vec{E} = \rho^0 \vec{j} \quad (1)$$

entre les vecteurs champ électrique  $\vec{E}$  et densité de courant électrique  $\vec{j}$ .

Plongé dans un champ d'induction magnétique extérieur  $\vec{B} = (0,0,B)$  une plaque initialement isotrope suffisamment mince prend l'anisotropie du champ  $\vec{B}$ . De ce fait, pour autant que la plaque soit tout entière à la même température, les composantes de  $\vec{E}$  et de  $\vec{j}$  satisfont à la relation :

$$E_i = \sum_1^3 \rho_{ik}^{(B)} j_k \quad (2)$$

où  $\rho_{ik}(B)$  est le tenseur de résistivité. On a  $\rho_{ik}(0) = \rho^0 \delta_{ik}$ .

En (2), le tenseur  $\rho_{ik}$  a la forme

$$\rho_{ik} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & 0 \\ \rho_{21} & \rho_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{33} \end{pmatrix} \quad (3)$$

où  $\rho_{11} = \rho_{22} = \rho_{\perp}$  est la résistivité transversale  
 $\rho_{33} = \rho_{\parallel}$  » longitudinale  
 $\rho_{12} = -\rho_{21} = \rho_H$  » de HALL

3. Des relations de symétrie d'ONSAGER [1] il suit que les quantités  $\Delta \rho_{\parallel} = \rho_{\parallel} - \rho^0$  et  $\Delta \rho_{\perp} = \rho_{\perp} - \rho^0$  sont des fonctions paires de B, et que  $\Delta \rho_{12} = \rho_H$  est une fonction impaire de B. De l'argument d'homogénéité dû à PEIERLS [2] et KOHLER [3], portant sur la solution de l'équation de BOLTZMANN dominant le problème de transport de charge électrique, il résulte que  $\frac{\Delta \rho_{\perp}}{\rho^0}$  et  $\frac{\Delta \rho_{\parallel}}{\rho^0}$  ne dépendent de B,

de la température et de la pureté que par la combinaison  $\frac{B}{\rho^0} = ne \frac{\lambda}{R}$

où  $\lambda$  est le libre parcours moyen, R est le rayon de courbure cyclotronique du porteur de charge due à l'action de  $\vec{B}$  et  $n$  le nombre de porteurs de charge  $e$  par unité de volume.

Dans ces conditions, la variation relative du tenseur résistivité due à la présence d'un champ  $\vec{B}$  doit s'écrire

$$\eta_{ik} = \frac{\rho_{ik}(B) - \rho_{ik}(0)}{\rho^0} = \begin{bmatrix} \alpha_{\perp} \left(\frac{B}{\rho^0}\right)^2 & R \left(\frac{B}{\rho}\right) & 0 \\ -R \left(\frac{B}{\rho^0}\right) & \alpha_{\perp} \left(\frac{B}{\rho^0}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{\parallel} \left(\frac{B}{\rho^0}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

les constantes  $\alpha_{\perp}$ ,  $\alpha_{\parallel}$  et R étant indépendantes de B, de T et de la pureté, pour autant qu'on se limite aux champs B faibles.

L'expérience [4 et 5] confirme dans les grandes lignes ces prévisions théoriques et donne dans le cas du cuivre les ordres de grandeurs suivants :

$$\alpha_{\parallel} \text{ et } \alpha_{\perp} \approx 10^{-18} \left(\frac{A s}{m^3}\right)^{-2}; \quad \frac{\alpha_{\perp} - \alpha_{\parallel}}{\alpha_{\perp}} \approx + 1/2$$

$$R = 10^{-10} \left(\frac{A s}{m^3}\right)^{-1}$$

Telle est l'allure « normale » de la variation relative  $\eta_{ik}$  du tenseur résistivité sous l'effet d'un champ  $\vec{B}$  extérieur.

L'explication de cette variation relative doit être cherchée dans la force de LORENTZ exercée par le champ  $\vec{B}$  sur les particules chargées en mouvement.

4. Passons maintenant aux éléments ferromagnétiques. Dans l'état ferromagnétique, et en l'absence de champ extérieur  $\vec{B}$ , l'échantillon polycristallin est caractérisé par sa structure en domaine de WEISS. Chaque domaine est affecté d'une aimantation spontanée J

qui varie d'un domaine à l'autre de manière aléatoire si bien que, dans son ensemble, l'échantillon n'a pas d'aimantation apparente.

Toutefois, du point de vue de la conductibilité électrique, chaque domaine de WEISS constitue un petit échantillon polycristallin au sein duquel règne un champ d'induction magnétique  $\vec{B} = \vec{J}^s$  (toujours en l'absence d'un champ extérieur). Dans ces conditions, on devrait s'attendre, déjà en l'absence de tout champ extérieur, à une variation « spontanée » du tenseur de résistivité due uniquement à l'existence de l'aimantation spontanée  $\vec{J}^s$ . Naturellement, pour évaluer cette variation, il faut considérer « l'état non-ferromagnétique » [7] de l'échantillon caractérisé par la résistivité  $\rho_0^0$ . On aura pour chaque domaine de WEISS

$$\eta_{ik}^s = \frac{\rho_{ik}(J^s) - \rho_0^0 \delta_{ik}}{\rho_0^0} = \begin{bmatrix} \alpha_{\perp}^s \left(\frac{J^s}{\rho_0^0}\right)^2 & R^s \left(\frac{J}{\rho_0^0}\right) & 0 \\ -R^s \left(\frac{J}{\rho_0^0}\right) & \alpha_{\perp}^s \left(\frac{J^s}{\rho_0^0}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{\parallel}^s \left(\frac{J^s}{\rho_0^0}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

conformément à (4), les indices  $\perp$  et  $\parallel$  se rapportant à des directions de  $\vec{j}$  normales ou parallèles à  $\vec{J}^s$ .

5. Considérons l'échantillon entier, en l'absence du champ extérieur. Sa résistivité (isotrope) est une moyenne entre les résistivités de chaque domaine, c'est-à-dire une moyenne sur la résistivité d'un domaine prise selon toutes les directions possibles par rapport à  $J^s$ . On peut donc écrire, en admettant une orientation aléatoire de l'aimantation dans les domaines

$$\rho_0^F = \rho_0^0 + 1/3 \Delta \rho_{\parallel}^s + 2/3 \Delta \rho_{\perp}^s \quad (6)$$

avec  $\Delta \rho_{\parallel, \perp}^s = \alpha_{\parallel, \perp}^s \left(\frac{J^s}{\rho_0^0}\right)^2$  conformément à (5). Nous appelons

$$\Delta \rho^F = \rho_0^F - \rho_0^0 = 1/3 \Delta \rho_{\parallel}^s + 2/3 \Delta \rho_{\perp}^s \quad (7)$$

*l'anomalie de résistivité ferromagnétique.* C'est la différence de résistivité (isotrope) entre l'état ferromagnétique et l'état non-ferromagnétique de l'échantillon.

Il est clair que par raison de symétrie aucun effet HALL n'est observable sur l'échantillon entier.

6. Appliquons maintenant un champ  $\vec{B}$  extérieur jusqu'à saturation : l'échantillon *dans son ensemble* présente alors une aimantation  $\vec{J}_s$ . Au sein de l'échantillon, on a

$$\vec{B}^{int} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J}^s \quad \text{avec} \quad \vec{B}^{int} = \vec{B}^{ext} - (N - 1) \vec{J}^s$$

où  $N$  est facteur démagnétisant.

Le tenseur résistivité subit une double variation : la première variation a pour cause le champ  $\vec{B}^{int}$ , la seconde l'aimantation  $\vec{J}^s$ . La première peut s'isoler expérimentalement par des mesures au delà de la saturation [4]. Cette première variation du tenseur de résistivité est semblable à celle qui existe dans un non-ferromagnétique. Nous ne parlerons plus de cet effet appelé *ordinaire* ou effet « *champ* ».

La seconde, appelée variation spontanée du tenseur de résistivité, se traduit par l'existence de résistivités transversale et longitudinale observables sur l'ensemble de l'échantillon.

$$\begin{aligned} \rho_{\perp}^F &= \rho_0^0 + \Delta \rho_{\perp}^s \\ \rho_{\parallel}^F &= \rho_0^0 + \Delta \rho_{\parallel}^s \end{aligned} \quad (8)$$

correspondant à des magnétorésistances apparentes,

$$\begin{aligned} \delta \rho_{\perp}^F &= \rho_{\perp}^F - \rho_0^F = -1/3 (\Delta \rho_{\parallel}^s - \Delta \rho_{\perp}^s) \\ \delta \rho_{\parallel}^F &= \rho_{\parallel}^F - \rho_0^F = +2/3 (\Delta \rho_{\parallel}^s - \Delta \rho_{\perp}^s) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{\delta \rho_{\parallel}^F}{\delta \rho_{\perp}^F} = -2$$

On appelle *anisotropie ferromagnétique* [6] la quantité facilement mesurable

$$\delta \rho^F = \delta \rho_{\parallel}^F - \delta \rho_{\perp}^F = \Delta \rho_{\parallel}^s - \Delta \rho_{\perp}^s \quad (10)$$

Des relations (7) et (10), on tire les expressions

$$\begin{cases} \Delta \rho_{\parallel}^s = \Delta \rho^F + 2/3 \delta \rho^F \\ \Delta \rho_{\perp}^s = \Delta \rho^F - 1/3 \delta \rho^F \end{cases} \quad (11)$$

permettant de calculer  $\Delta \rho_{\parallel}^s$  et  $\Delta \rho_{\perp}^s$  à partir des grandeurs mesurables.

Quant à l'effet HALL spontané, il peut aussi être séparé de l'effet ordinaire par des mesures au delà de la saturation.

7. Ainsi, par des mesures sur l'échantillon à saturation et par extrapolation de la résistivité dans l'état non ferromagnétique [7], il est possible de déterminer complètement la variation  $\eta_{ik}^s$ . L'expérience [4 et 6] donne les ordres de grandeurs suivant (pour  $T \geq 1/2 T_c$  et dans le cas d'un ferromagnétique pur) ( $T_c =$  température de CURRIE)

$$\alpha_{\perp}^s \text{ et } \alpha_{\parallel}^s \approx - 10^{-15} \left( \frac{As}{m^3} \right)^{-2} \frac{|\alpha_{\perp}^s| - |\alpha_{\parallel}^s|}{|\alpha_{\perp}^s|} \approx - 1/100$$

$$R^s = 10^{-9} \left( \frac{As}{m^3} \right)^{-1} \quad \delta \rho^F > 0 ; \Delta \rho_R < 0 .$$

De plus, les grandeurs  $\alpha_{\perp}^s$ ,  $\alpha_{\parallel}^s$  et  $R^s$  ne sont plus des constantes indépendantes de T, B et de la pureté. L'expérience montre au contraire que  $\alpha_{\perp}^s$  et  $\alpha_{\parallel}^s$  et  $R^s$  sont tous proportionnels à  $(\rho^F)^n$  où n est un exposant compris entre 1 et 2, la valeur 2 semblant réservée aux échantillons très purs.

Les anomalies du tenseur  $\eta_{ik}^s$  (par rapport au tenseur  $\eta_{ik}$ ) apparaissent maintenant bien : elles sont au nombre de trois :

1. Les ordres de grandeurs sont 10 (pour R) et  $10^3$  (pour  $\alpha_{\perp}$  et  $\alpha_{\parallel}$ ) fois plus grand.
2. Le signe de  $\alpha_{\perp}^s$  et  $\alpha_{\parallel}^s$  est négatif au lieu d'être positif.
3. Les constantes  $\alpha_{\perp}^s$ ,  $\alpha_{\parallel}^s$  et  $R^s$  sont des fonctions de la résistivité  $\rho_0^F$ .

On admet aujourd'hui que l'explication de ces anomalies semble se trouver principalement dans l'existence du couplage de spin orbite pour les électrons [6]. Mais aucune théorie ne donne satisfaction à ce jour. Aussi, vu les difficultés rencontrées pour donner une explication quantitative des anomalies citées (4, 6), il a semblé important de grouper d'une manière aussi simple que possible.

## BIBLIOGRAPHIE

1. CASIMIR H.-B.-G. — *Revs. Mod. Phys.* 17, 343 (1945).
2. PEIERLS R. — *Ann. Physik.* 10, 97 (1931).
3. KOHLER M. — *Ann. Physik* 32, 211 (1938).
4. JAN J.-P. — Galvanomagnetic and Thermomagnetic Effects in Metals, dans *Solid State Physics, volume 5*, Academic Press, inc. New York, 1957.
5. KOHLER M. — *Ann. Physik.* 6, 18 (1949).
6. SMIT J. — Thesis Leyden 1956 (voir aussi JAN J.-P. 4).
7. MOTT N.-F. — *Proc. Roy. Soc. A*, 153, 699 (1936).

Manuscrit reçu le 1er juillet 1959.

## ERATĂ

| Pag.            | Rîndul            | În loc de :                | Se va citi :                            | Din vina :  |
|-----------------|-------------------|----------------------------|---|-------------|
| Sommaire pag. 3 | 18                | dimenthylique              | diméthylique                            | Autorului   |
| "               | 23                | chamote                    | chamotte                                | "           |
| "               | 33                | sistèm                     | système                                 | "           |
| 65              | 9 de jos          | potențional                | potențial                               | "           |
| 89              | 11 de jos         | au ajutorul                | cu ajutorul                             | "           |
| 94              | 22 de jos         | exprmiare                  | exprimare                               | "           |
| 97              | 9 de sus          | amic                       | mic                                     | "           |
| 110             | 5 de sus          | $\sigma_{10-30}$<br>kgf/mm | $\sigma_{10-30}$<br>kgf/mm <sup>2</sup> | "           |
| 110             | 4 de jos          | $\sigma_{5-10}$            | $\sigma_{5-30}$                         | "           |
| 111             | 1 de sus (Tab. 4) | kgf/mm <sup>2</sup>        | $\sigma_{5-30}$<br>kgf/mm <sup>2</sup>  | "           |
| 112             | 2 de sus (Tab. 5) | kgf/mm <sup>2</sup>        | $\sigma$ kgf/mm <sup>2</sup>            | "           |
| 137             | 9                 | caractéristique            | caractéristiques                        | "           |
| 169             | 9 de jos          | continuu                   | continu                                 | "           |
| 197             | 2 de jos          | $s_{\delta} =$             | $S_{\delta} =$                          | "           |
| 199             | 12 de jos         | синтезирования             | симметризации                           | "           |
| 233             | 2 de jos          | составления                | сопоставления                           | "           |
| 248             | 13                | fleèche                    | flèche                                  | "           |
| 341             | 14 de sus         | acetaldehică               | acetaldehidă                            | "           |
| 368             | 9                 | ajontant                   | ajoutant                                | "           |
| 392             | 19 de sus         | A. Scleicher               | A. Schleicher                           | "           |
| 394             | 9                 | à électrodes               | aux électrodes                          | "           |
| 394             | 8                 | de électrogravimétrie      | d'électrogravimétrie                    | "           |
| 394             | 7 de jos          | Geloso                     | Geloso                                  | Tipografiei |
| 399             | 2                 | sistème                    | système                                 | Autorului   |
| "               | 6                 | sistème                    | système                                 | "           |
| "               | 7                 | des bons                   | de bons                                 | "           |
| "               | 7                 | rezultats                  | résultats                               | "           |
| "               | 9                 | compozition                | composition                             | "           |

În Tom 4 (18) 1959, articolul tov. prof. O. E. Gheorghiu: Asupra unor sisteme de ecuații funcționale matriciale, p. 13 rîndul 11 de sus în loc de „un singur argument“ se va citi „un singur argument real și pozitiv“.