Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 33 (1907)

Heft: 20

Artikel: Résolution, par voie nomographique, des équations linéaires simultanées

Autor: Dumas, G.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-26252

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

33me Année. 25 octobre 1907. N° 20.

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES. — Paraissant deux fois par mois.

Rédacteur en chef : P. MANUEL, ingénieur, professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Secrétaire de la Rédaction : Dr H. DEMIERRE, ingénieur.

SOMMAIRE : *Résolution, par voie nomographique, des équations linéaires simultanées* (suite), par M. G. Dumas, Dr ès-sciences. — *L'Architecture moderne en Allemagne* (suite), par M. G. Lambert, architecte. - **Divers :** L'architecture et le paysage. — *Sociétés :* Procès-verbal de l'assemblée générale de la Société suisse des ingénieurs et architectes, à Genève, le 22 septembre 1907. — Société vaudoise des ingénieurs et architectes : Course à Guggersbach. — *Concours* : Concours pour l'étude de bâtiments universitaires à Sofia. — Concours pour l'étude de nouvelles écoles, à Tavannes : Rapport du jury. — Association amicale des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne : Demandes d'emploi.

Résolution, par voie nomographique, des équations linéaires simultanées.

Par G. DUMAS,

Dr ès-sciences, privat-docent à l'Ecole polytechnique fédérale.

(Suite et fin) [1].

Le passage d'un système (1) au système (2) correspondant se fait par l'abaque lui-même.

La figure de droite, pl. 8, indique la marche à suivre. Le contour rectangulaire, issu du point coté A de l'échelle (y), touchant ensuite la droite zéro, puis l'hyperbole B, pour aboutir au point coté $\frac{A}{B}$ de l'échelle (x), traduit géométriquement, en effet, la relation

$$A = \frac{A}{B} \cdot B$$

Tout système linéaire, à deux inconnues, peut donc se résoudre à l'aide du nomogramme.

* * *

Un système d'équations linéaires, à plusieurs inconnues, se résoud pratiquement de la manière suivante [2]. Supposons, pour fixer les idées, qu'il s'agisse d'un système de quatre équations à quatre inconnues :

$$(15) \quad \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z + d_1t + l_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2t + l_2 = 0 \\ a_3x + b_3y + c_3z + d_3t + l_3 = 0 \\ a_4x + b_4y + c_4z + d_4t + l_4 = 0. \end{cases}$$

On en déduira, en admettant que a_1 soit différent de zéro, un nouveau système, indépendant de x :

$$(16) \quad \begin{cases} \left(\frac{a_2}{a_1}b_1 - b_2\right)y + \left(\frac{a_2}{a_1}c_1 - c_2\right)z + \left(\frac{a_2}{a_1}d_1 - d_2\right)t \\ \qquad + \left(\frac{a_2}{a_1}l_1 - l_2\right) = 0 \\ \left(\frac{a_3}{a_1}b_1 - b_3\right)y + \left(\frac{a_3}{a_1}c_1 - c_3\right)z + \left(\frac{a_3}{a_1}d_1 - d_3\right)t \\ \qquad + \left(\frac{a_3}{a_1}l_1 - l_3\right) = 0 \\ \left(\frac{a_4}{a_1}b_1 - b_4\right)y + \left(\frac{a_4}{a_1}c_1 - c_4\right)z + \left(\frac{a_4}{a_1}d_1 - d_4\right)t \\ \qquad + \left(\frac{a_4}{a_1}l_1 - l_4\right) = 0 \end{cases}$$

qu'un peu plus simplement nous écrivons :

$$(17) \quad \begin{cases} A_1y + B_1z + C_1t + L_1 = 0 \\ A_2y + B_2z + C_2t + L_2 = 0 \\ A_3y + B_3z + C_3t + L_3 = 0. \end{cases}$$

Si a_1, dans la première équation (15), avait été nul, l'élimination de x aurait pu se faire en partant d'une autre équation dans laquelle x serait intervenue effectivement. On aurait pu, également, éliminer une autre variable.

Du système (16), respectivement (17), on passe ensuite par élimination d'une autre variable, y, par exemple, si A_1 est différent de zéro, à un nouveau système

$$(18) \quad \begin{cases} A'_1z + B'_1t + L'_1 = 0 \\ A'_2z + B'_2t + L'_2 = 0, \end{cases}$$

ne dépendant plus que de deux inconnues, et dans lequel

$$(19) \quad A'_1 = \left(\frac{A_2}{A_1}B_1 - B_2\right),$$

etc.

Le système (18) une fois résolu, x et y s'obtiennent au moyen des relations

$$(20) \quad y = -\frac{B_1}{A_1}z - \frac{C_1}{A_1}t - \frac{L_1}{A_1}$$

et

$$(21) \quad x = -\frac{b_1}{a_1}y - \frac{c_1}{a_1}z - \frac{d_1}{a_1}t - \frac{l_1}{a_1}$$

qui, sous une autre forme, sont identiques respectivement aux premières équations des systèmes (17) et (15), dans lesquels a_1 et A_1 sont différents de zéro, par hypothèse.

La résolution, dans le cas général, d'un système d'équations linéaires simultanées, dépendant d'un nombre quel-

[1] Voir N° du 10 octobre 1907, page 221.

[2] Dr C. RUNGE, *loc. cit.*, p. 21.

conque d'inconnues, s'opère de la même manière. Il s'agit simplement de former une succession de système linéaires, dont le nombre des inconnues, qui interviennent effectivement dans chacun d'eux, va diminuant d'une unité, lorsqu'on passe de l'un d'entre eux à celui qui lui succède immédiatement. Le nombre des inconnues se réduit parfois avec plus de rapidité, mais ce sont là des cas spéciaux dont il est inutile de parler ici.

Pour résoudre un système d'équations linéaires à plusieurs inconnues, il faut donc :

1° Calculer des expressions telles que le second membre de (19).

2° Résoudre un système d'équations linéaires à deux inconnues.

3° Evaluer les autres inconnues en se servant de relations telles que les formules (20) et (21).

La seconde de ces opérations se fait au moyen de l'abaque. Il en est de même des deux autres.

Le schéma, fig. 7, indique une manière d'obtenir la valeur du second membre de l'expression (19).

Partant du point A_2 de l'échelle (y), on aboutit, sur cette même échelle, en suivant le contour indiqué, à la valeur

$$\frac{A_2}{A_1} B_1 - B_2.$$

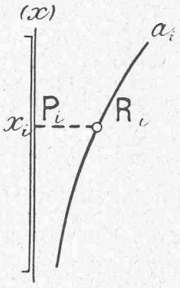

Fig. 6.

Cette opération n'est pas compliquée si l'on fait usage de la bandelette. On peut remarquer, en outre, que l'hyperbole se retrouve, toujours la même, dans le calcul de plusieurs expressions de même structure que le second membre de (19). Tous les coefficients des équations (16), par exemple, dépendent de a_1 etc.

L'abaque donne, enfin, le moyen de déterminer la valeur d'expressions linéaires de la forme

$$b + \sum_{i=1}^{q} a_i x_i = b + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_q x_q,$$

et c'est pour cette raison qu'il facilite le calcul des inconnues x et y, égales respectivement aux seconds membres de (21) et (20).

Si, en effet, fig. 6, nous considérons l'horizontale passant par le point x_i, de l'échelle (x) et sur cette droite le segment $P_i R_i$, limité à ses points de rencontre P_i et R_i avec l'axe de la figure et l'hyperbole a_i, nous voyons qu'en grandeur et en signe, ainsi qu'à l'échelle du dessin :

$$\frac{l}{x_i} \overline{P_i R_i} = a_i k$$

On aura donc, i prenant successivement les valeurs 1, 2, ... q :

$$\sum_{i=1}^{q} \overline{P_i R_i} = \frac{k}{l} \sum_{i=1}^{q} a_i x_i,$$

ce que nous écrivons

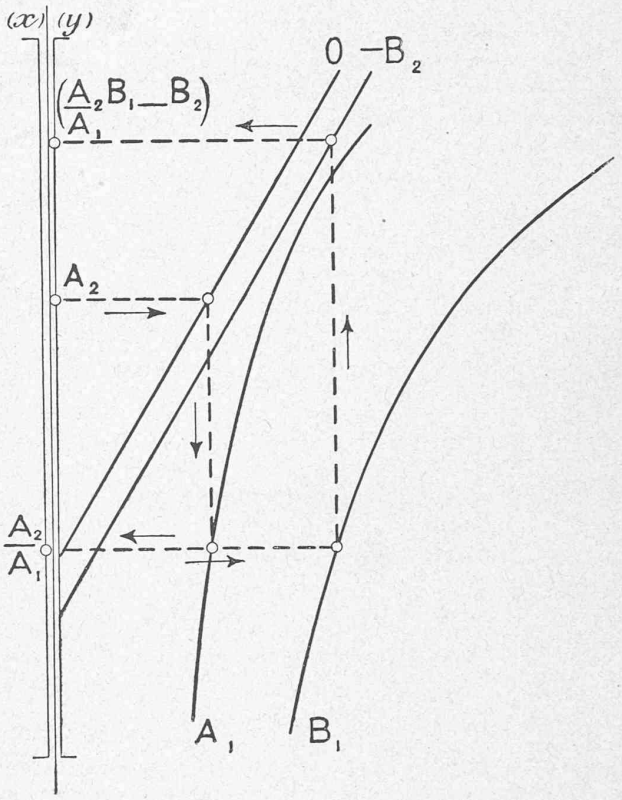

Fig. 7.

$$\sigma = \frac{k}{l} \sum_{i=1}^{q} a_i x_i. \tag{22}$$

σ n'est, en dernier ressort, qu'un segment, aisé à obtenir, en portant sur la bandelette les uns à la suite des autres, et dans le sens voulu, les divers segments partiels $\overline{P_i R_i}$, mesurés sur l'abaque.

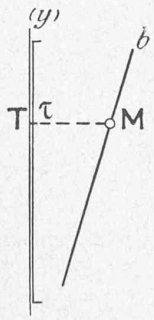

Fig. 8.

Soit, d'autre part. fig. 8, un segment horizontal TM, joignant l'axe de figure à la droite b ; τ la cote de son point d'intersection avec l'échelle (y). On a, en grandeur et en signe :

$$\tau = \frac{l}{k} \overline{TM} + b. \tag{23}$$

Prenons, en conséquence, la bandelette, sur laquelle, par hypothèse, se trouvent marquées les deux extrémités du segment σ. Puis, tenant compte du signe de ce dernier, faisons coïncider ses deux extrémités avec la droite b d'une part, et l'axe de figure d'autre part. Le point d'intersection du bord de la bandelette avec l'échelle (y) donne alors la valeur désirée de $b + \Sigma a_i x_i$.

De

$$\overline{TM} = \sigma$$

et des relations (22) et (23) se déduit, en effet, immédiatement la suivante :

$$\tau = \Sigma a_i x_i + b.$$

L'abaque, pl. 8, ne renferme que des hyperboles et des droites à cotes entières. Il ne saurait, ainsi construit, donner des résultats suffisamment exacts. Il ne rendrait de services effectifs que si les quantités, qui correspondent aux droites et aux hyperboles variaient, respectivement, par échelons égaux à cinq centièmes au moins. Cette approximation serait facile à atteindre en doublant ou triplant les dimensions de l'abaque, tel qu'il est représenté sur la planche 8, que nous venons d'étudier. Construit sur papier millimétré, afin de rendre plus aisée l'interpolation, un tel abaque donnerait, en général, exactement les trois ou même les quatre premiers chiffres de toute inconnue satisfaisant à un système d'équations linéaires simultanées, dont les coefficients seraient composés de trois chiffres. La précision atteinte en résolvant un système d'équations à l'aide d'un semblable nomogramme serait, par conséquent, au moins égale, sinon supérieure, à celle qu'on est en droit d'attendre de l'emploi d'une règle à calcul usuelle.

L'architecture moderne en Allemagne.

Par M. A. LAMBERT, architecte.

(Suite) [1].

Adaptation de l'esprit de l'architecture du Moyen Age à nos besoins modernes.

L'architecture du Moyen Age, Romane et Gothique, est celle qui s'est conservée avec le plus de persistance à travers les siècles. En Allemagne, le style gothique n'a même jamais été délaissé complètement pour l'architecture religieuse. Il s'est maintenu dans la construction des églises aux époques où des formes spéciales étaient usuelles pour l'architecture profane et, de nos jours encore, la plupart des églises, tant catholiques que protestantes, se construisent en style

[1] Voir N° du 25 juillet 1907, p. 164.

Cliché de la « *Deutsche Bauzeitung* ».

Fig. 72. — Eglise protestante de la garnison, à Hanovre. Architecte : M. Christoph Hehl, à Charlottenbourg.

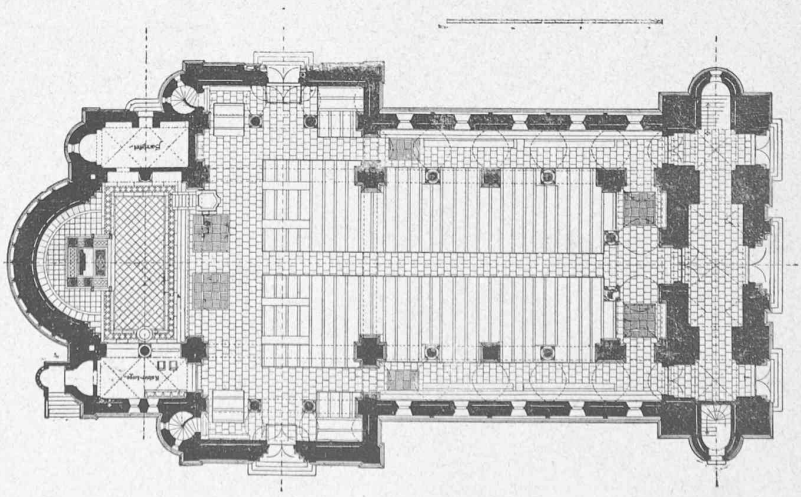

Fig. 73. — Eglise protestante de la garnison, à Hanovre. — Plan du parterre.