Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 42 (1916)
Heft: 24

Artikel: Détermination du foyer voisin d'un encastrement élastique
Autor: Polivka, J. / Paris, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-32397

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

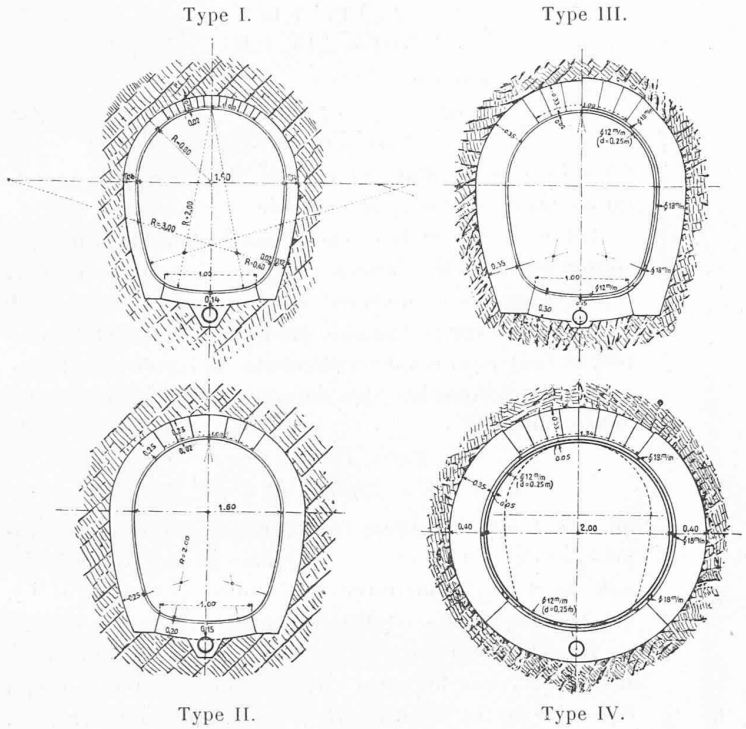


Fig. 9. — Centrale de Ritom. — Profils normaux du souterrain.

Détermination du foyer voisin d'un encastrement élastique.

Par J. Polivka, ingénieur civil, à Zurich.

Dans le N° 15 du *Bulletin technique*, M. le professeur *Paris*, ingénieur, donne le calcul analytique de l'abcisse du premier foyer K, voisin d'un encastrement élastique, formé d'une pile et d'une travée d'appui. Ces éléments, rectilignes tous deux, sont encastrés à leur base, et nous en connaissons les masses adjointes de forme l/EI, ainsi que les demi-axes d'ellipses d'élasticité. La travée étudiée a de plus un profil constant. Le problème ainsi posé conduit à une solution très simple, surtout en cas d'éléments d'appuis aussi de profil constant. Les angles d'insertion n'entrent pas en ligne de compte.

Nous croyons utile de généraliser ces données au cas de variabilité illimitée de section aussi dans la travée étudiée, et nous n'admettrons que les restrictions couramment assurées de la rigidité longitudinale des éléments en présence, piles et travées. Une étude analytique, faite dans l'hypothèse d'équations à intégration facile, amènerait de suite à des expressions compliquées de l'abcisse k. Nous préférons dès lors la méthode graphique basée sur la connaissance des ellipses d'élasticité des trois éléments donnés : travée étudiée, pile et travée d'appui.

Le foyer cherché K résulte de la rigidité longitudinale simultanée de la pile gauche B et des travées étudiées BAC, qui fait que tout mouvement en B se réduit à une rotation du point B sur lui-même. La réaction partielle, fournie par la travée BA à une force agissant à gauche de B, se trouve donc dans l'antipolaire du point B par rapport à l'ellipse finale m_B du système $BACD$. Le problème se ramène ainsi à la détermination de cette ellipse finale, qui résulte de la travée BA encastrée sur l'appui élastique ACD. (Voir figure page 246).

L'ellipse m_d de l'appui élastique ACD de droite dégénère au seul point A lui-même, dès que l'on suppose, comme nous le faisons, la rigidité longitudinale des éléments AC et AD. L'action simultanée de deux forces égales, parallèles et inverses R sur la pile p et sur la travée de rive a (fig. a) provoque deux rotations de leur extrémité A commune, qui doivent être identiques. Leur expression, fonction des masses adjointes m_p et m_a

$$\tau = R \,.\, m_p \,.\, r_p = R \,.\, m_a \,.\, r_a$$

ne contient en définitive qu'une inconnue, l'angle α d'inclinaison des réactions R, celles-ci passant par les antipôles A^* et P^* des normales par A dans les ellipses m_a et m_p des centres S_a et S_p. Le couple des deux forces R provoque la rotation τ du point A dans le système complet, soit

$$\tau = R \,.\, r \,.\, m_d$$

qui permet le calcul de la masse adjointe m_d de l'appui combiné A de droite

$$m_d = m_p \,.\, r_p \,./\, r = m_a \,.\, r_a \,/\, r$$

L'ellipse finale m_B se calcule désormais par simple combinaison des ellipses successives m_d de l'appui A et m_l de la travée AB. Nous n'en rechercherons que l'antipôle K relatif à la normale en B à l'axe BA.

Une force verticale V en B provoque à l'extrémité B du système $BACD$ une rotation

$$\Delta\beta = V\,(m_l \,.\, d + m_p \,.\, l)$$

et un déplacement vertical dont nous mesurons l'effet sur la normale en A à l'axe AB, sous forme

$$\Delta a = V \,.\, \Delta\beta \,.\, k = V \,.\, m_l \,.\, d \,.\, b$$

où k et b sont les abcisses des deux antipôles K et B^* de la verticale par B dans les ellipses finale m_B et de travée m_l. L'ellipse m_d n'entre plus en compte puisque l'antipôle correspondant tombe sur la ligne de déplacement. Eliminant $\Delta\beta$ des deux équations en présence, nous obtenons comme solution

$$k = \frac{m_l \,.\, d \,.\, b}{m_l \,.\, d + m_d \,.\, l}$$

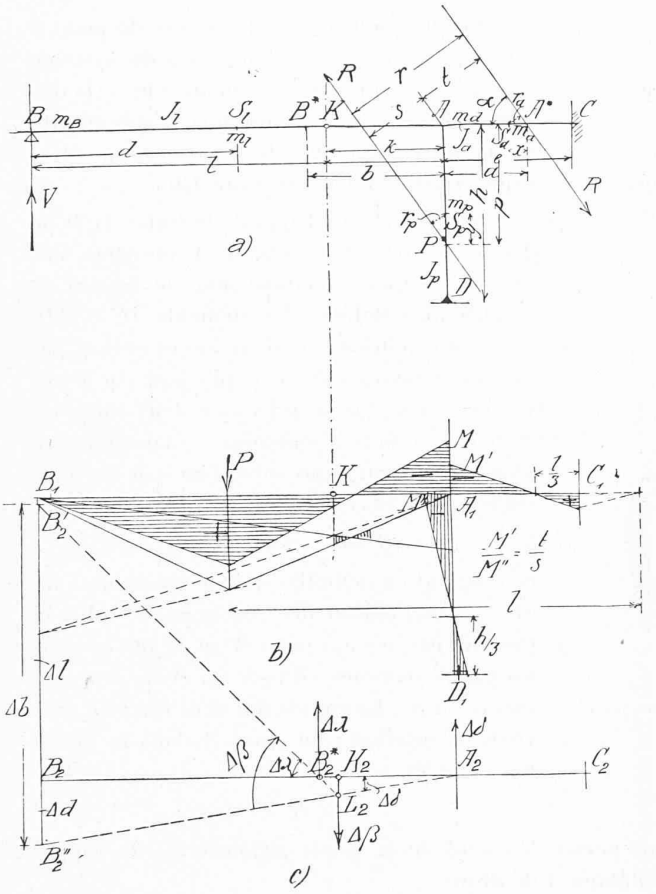
Cette expression se simplifie en cas de profil constant. Nous avons alors

$$m_l = l : E_l \,.\, I_l \qquad m_d = e \,.\, r_a : E_a I_a r$$
$$b = l \,/\, 3 \qquad d = l \,/\, 2$$

et trouvons, en faisant $\gamma = \dfrac{2\, r_a}{r} \cdot \dfrac{E_l\, I_l}{E_a\, I_a} = \dfrac{r_a}{r}\,\beta$

où $\beta = E_l\, I_l : E_a\, I_a$

$$k = \frac{l}{3} \cdot \frac{l}{l + \gamma\, e}$$



La valeur de γ dépend du rapport des rayons des forces R entre elles et au centre S_a. Nous trouvons

$$r = s + t = p \,.\, \cos\alpha + a \sin\alpha$$

$$r_a = x \,.\, \sin\alpha \qquad\qquad r_p = y \,.\, \cos\alpha$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r_a}{r_p} \cdot \frac{y}{x} = \frac{m_p \,.\, y}{m_a \,.\, x}$$

ce qui donne, en cas de profil constant

$$\operatorname{tg}\alpha = \lambda \,.\, h^2 / e^2$$

où

$$\lambda = E_a I_a / E_p I_p$$

et

$$\gamma = \frac{2\,x \,.\, \sin\alpha}{p \,.\, \cos\alpha + a \sin\alpha} \cdot \beta = \frac{\beta \,.\, e \,.\, \operatorname{tg}\alpha}{2\,(h + e \,.\, \operatorname{tg}\alpha)}$$

Une fois le point K fixé, les foyers subséquents se construisent par la méthode connue des poutres continues. Quant à la répartition du moment fléchissant entre pile et travée de rive, elle répond aux conditions d'équilibre

$$M' : M'' = t : s$$

$$M' + M'' = M_a$$

Reprenant les données numériques de l'article précédent,

$l = 7{,}00$ m. $\quad e = 2{,}15$ m. $\quad h = 3{,}00$ m.

$I_a = I_l / 2 \quad I_p = 2\, I_l / 3 \quad E$ constant

nous trouvons

$$\beta = 2 \qquad \lambda = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = 0{,}75$$

$$\operatorname{tg}\alpha = 0{,}75 \,.\, 3{,}00^2 / 2{,}15^2 = 1{,}46$$

$$\gamma = \frac{2 \,.\, 2{,}15 \,.\, 1{,}46}{2\,(3{,}00 + 2{,}15 \,.\, 1{,}46)} = 0{,}508$$

et l'abcisse cherchée

$$k = \frac{7{,}00}{3} \cdot \frac{7{,}00}{7{,}00 + 0{,}508 \,.\, 2{,}15} = 2{,}02 \text{ m.}$$

C'est bien le résultat obtenu par M. Paris dans l'étude qu'il a faite par une autre méthode.

On peut déduire de ce calcul une recherche graphique simple du foyer K. Faisons agir sur l'extrémité B deux forces V égales et inverses, situées dans la verticale B elle-même. L'une d'elles agit sur le système $BACD$ complet et l'autre sur ses deux éléments : la travée BA et l'appui ACD. L'équilibre des déformations nous donne les deux conditions

$$\Delta\lambda - \Delta\beta + \Delta\delta = o$$

$$\Delta\lambda\,(l - b) - \Delta\beta\,(l - k) + \Delta\delta \,.\, l = o$$

où Δ de λ, δ et β figurent les angles de déformation propres des deux éléments et du système global. Nous faisons agir $\Delta\lambda$ et $\Delta\delta$ comme forces montantes en B_2^* et A_2 et $\Delta\beta$, descendante, en K_2, c'est-à-dire dans les antipôles connus ou cherché de la verticale V. Nous traçons le funiculaire $B_2 B^*_2 L_2 A_2$ dont les côtés extrêmes sont confondus et qui découpe sur la verticale B_2 les segments $\Delta d = m_d \,.\, l^2$, $\Delta l = m_l \,.\, d \,.\, (l - b)$, et $\Delta b = \Delta l + \Delta d$ décrits par le point B assujetti aux éléments et à l'ensemble. Les conditions posées sont ainsi satisfaites. Inversément, connaissant les points B'_2, B''_2, B^*_2 et A_2 nous en déduirons le point K_2 cherché au droit de l'intersection L_2.

Les profils constants ramènent les secteurs aux expressions simplifiées

$$B_2 B'_2 = 2 \,.\, l/3 \qquad B_2 B''_2 = e \,.\, \gamma \qquad B_2 B^*_2 = 2 \,.\, l/3$$

qui déterminent le tracé (fig. c). La recherche graphique de K, plus intéressante, n'est pas plus expéditive que le calcul immédiat.

Note. — Le calcul du foyer K, tel que M. Polivka le développe avec tant de clarté, a le grand avantage de faire ressortir matériellement la concordance des deux méthodes caractéristiques, celle de la ligne élastique de Mohr et celle de l'ellipse d'élasticité. Cette concordance ressort déjà des résultats numériques identiques des deux opérations.

On ramène d'ailleurs les deux expressions de l'abcisse k à une seule et même formule. Nous avons en effet, avec les notations adoptées

$$\gamma = \frac{\beta\,\lambda\,h}{2\,(e + \lambda h)} \qquad \mu = \frac{l}{\beta\,\lambda\,h} \qquad \nu = \frac{l}{\beta\,e}$$

et par suite

$$k = \frac{l}{3} \cdot \frac{2\,l\,(e + \lambda h)}{2\,l\,(e + \lambda h) + \beta\,\lambda\,h\,e}$$

dans un cas comme dans l'autre.

Le calcul par Mohr, moins élégant peut-être, à l'avantage de donner immédiatement une expression plus simple de l'abcisse k. Ce que nous en avons dit s'applique du reste à la travée à section variable si l'on fixe la trisectrice (α) par surface triangulaire réduite et funiculaire spécial. Le produit $H\,m\,l/2$ se remplace alors par l'aire du triangle

réduit dans le rapport variable $EI/E_l I_l$, où la caractéristique $E_l I_l$ varie le long de la travée, tandis que EI reste une constante arbitraire. Cette aire se retrouve au dynamique correspondant. La distance $l/3$ devient celle de la trisectrice à la verticale d'appui A. Le produit EI des constantes arbitraires fonctionne dès lors comme caractéristique de la travée lors de l'introduction de la distance polaire d du second funiculaire. Le calcul subséquent reste le même.

On compte, en général, deux funiculaires pour déterminer le centre et l'axe longitudinal de l'ellipse de la travée. On peut toutefois en économiser un par calcul immédiat des moments statiques. La méthode graphique, de M. Polivka, donne donc un travail équivalent au calcul numérique tel que nous l'avons exposé au N° 15 et complété par la conception des sections variables.

A. Paris, ingénieur.

Société suisse des Ingénieurs et des Architectes.

Commission de la Maison bourgeoise.

Extrait du procès-verbal de la séance du 18 mai 1915, à Ollen.

Sont présents : MM. Ulrich, Bouvier, Gull, Propper, Stehlin, Suter, von Tscharner, Witmer-Kaner, et Trautweiler, secrétaire. — Excusé : M. Fatio.

Le président, M. *Ulrich*, rapporte sur l'activité de la Commission, qui aura à se prononcer sur des vœux et des propositions du Comité central visant à l'établissement d'un programme des travaux et à la réduction du budget pour 1915.

M. *Stehlin* rapporte sur les entraves que la guerre a apportées aux travaux et sur les difficultés auxquelles la Commission s'est heurtée. La publication des volumes a été retardée et chargée de frais imprévus. Il y a lieu d'envisager une réduction des travaux, mais il faut se garder d'une interruption qui se traduirait par un supplément de dépenses et de nouvelles difficultés encore plus considérables.

M. *Suter* rapporte sur les comptes et le budget et fait observer que le travail exécuté ne doit pas être mesuré d'après le nombre des volumes parus. Des travaux préparatoires importants ont été exécutés pour les prochains volumes.

M. *Witmer* rappelle que le Comité central a la responsabilité des fonds de la Société et que c'est avec raison qu'il veille à leur emploi judicieux.

Plusieurs membres émettent l'avis que l'activité de la Commission ne doit pas être gênée contre sa volonté, ce qui ressort d'ailleurs du règlement. Après une longue discussion le budget pour 1915 est arrêté à fr. 8985,24.

M. *Suter* rapporte encore sur les perspectives financières de l'œuvre. Il a été dépensé Fr. 19569,50 pour les volumes commencés. Les travaux s'étendront vraisemblablement sur une période de 10 à 12 ans et coûteront de Fr. 66000 à Fr. 78000. La Société sera sollicitée pendant plus longtemps qu'il n'avait été prévu au début et aura environ Fr. 16000 de plus à verser.

Extrait du procès-verbal de la séance du 28 septembre 1916.

Présents : MM. Ulrich, Gull, Joos, Stehlin, Suter, Tscharner et Trautweiler, secrétaire.

Le président, M. Ulrich, motive la longue interruption des séances par le fait qu'il était indiqué d'attendre la fin des négociations relatives à la résiliation du contrat d'édition.

Entre temps, les relevés ont été poursuivis, notamment dans les cantons du Valais, de Schaffhouse et de Lucerne. Les travaux sont en voie d'achèvement dans 11 cantons, entrepris dans 4 et pas encore commencés dans 7 cantons.

En ce qui concerne le *budget pour 1917*, désiré par le Comité central, la Commission exécutive fait remarquer qu'elle ne peut fournir aucun chiffre précis avant la fin de l'année. Mais en tout état de cause la subvention de Fr. 2500 devrait de nouveau figurer en plein au budget général.

M. *Stehlin* rapporte sur la résiliation du contrat d'édition. L'éditeur Wasmuth, de Berlin, s'était refusé à publier de nouveaux volumes avant la conclusion de la paix et le retour des circonstances normales. Afin d'éviter une trop longue interruption, un accord intervint avec un éditeur suisse qui reprend le stock des volumes déjà parus et poursuivra l'affaire aux mêmes conditions que Wasmuth. Il n'y aura qu'une surcharge résultant de la hausse du prix du papier, ce qui est équitable. D'autre part, Wasmuth s'est déclaré d'accord avec la résiliation de son contrat. L'adjudication à un éditeur suisse répond aux désirs qui ont été exprimés dans certains cercles de la Société.

Le Comité central manifesta des craintes que la Société ne fût lésée par cette solution. Il voulut conduire lui-même les négociations au moment où elles touchaient à leur fin, prétention que la Commission exécutive déclina en vertu du règlement de la « Maison bourgeoise ». Le nouveau projet de contrat d'édition est adopté.

M. *Stehlin* rapporte sur l'état des travaux. Les clichés du volume « Berne » sont gravés et le volume paraîtra à Pâques 1917. Le volume « Schaffhouse » sera prêt au printemps 1917. « Glaris » et « Zoug » sont terminés, sauf le texte de « Zoug ». « Valais » est déjà très avancé, tandis qu' « Unterwald » l'est moins et que « Vaud » n'est pas encore commencé par suite de défaut d'entente avec la section.

Les travaux pour « Neuchâtel » sont en bonne voie. De même pour « Lucerne », en ce qui concerne les dessins et les photographies. « Soleure » est aussi entrepris et on prévoit que les travaux pour « Bâle » et « Zurich » seront menés énergiquement.

Le zèle des sections sera stimulé par une circulaire. Les *comptes* pour 1916 boucleront probablement par Fr. 4000 aux dépenses et Fr. 5500 aux recettes.

IIme concours pour le prix de la Fondation Geiser.

Pont sur le Rhin, a Eglisau.

Rapport du Jury.

Le jury, composé de MM. A. Rohn, président, F. Becker, M. Braillard, C. Jegher, J. Taillens et L. Völki, a examiné, le 7 octobre 1916, à Eglisau, les 20 projets présentés au concours et a décerné les récompenses suivantes :