

Le centre de glissement

Autor(en): **Maillart, Robert**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **50 (1924)**

Heft 13

PDF erstellt am: **06.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-39077>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Le centre de glissement

par Robert MAILLART, ingénieur, à Genève.

Quand il s'agit des principes fondamentaux de la Statique, sur lesquels tous les traités sont d'accord, nous sommes habitués à les accepter sans les soumettre à un examen critique. Tout au moins en est-il ainsi des déductions de caractère mathématique basées sur certaines propriétés physiques déterminées des corps.

En Statique, la plus large place est faite à l'étude des solides prismatiques (poutres, colonnes...) sollicités par des forces extérieures. Le problème est réduit à la recherche des tensions maxima d'une section normale qui équilibrent ces actions extérieures. A cet effet, on a remplacé le système des forces extérieures par les résultantes et les couples de forces suivants ¹⁾ :

1° Une résultante F , appelée *l'effort normal*, dont la direction est normale au plan de la section et qui passe par son centre de gravité. L'effort normal fait travailler le matériau à la compression simple ou à l'extension simple.

2° Une résultante V , appelée *l'effort tranchant*, située dans le plan de la section et passant par son centre de gravité. L'effort tranchant fait travailler le matériau au glissement simple.

3° Un couple X , situé dans un plan perpendiculaire à la section transversale et contenant l'axe du prisme. Ce couple est appelé *moment fléchissant* : il fait travailler la pièce à la flexion et tend à imprimer à la section un mouvement de rotation autour d'un axe situé dans son plan et passant par le centre de gravité.

4° Un couple T , situé dans le plan de la section et appelé *couple de torsion*. Il fait travailler le matériau au genre de glissement dit torsion et tend à imprimer à la section un mouvement de rotation dans son plan.

Remarquons tout de suite, en ce qui concerne le moment fléchissant, qu'il n'y a aucune raison d'admettre, selon 3°, qu'il « contient l'axe du prisme ». En effet la position du plan d'un couple est toujours quelconque, et seule l'orientation de ce plan est déterminée. Il suffit, pour vérifier cette assertion, de se rappeler qu'un couple peut être représenté par une force infiniment petite, agissant à l'infini et située, par conséquent, simultanément dans un nombre infini de plans parallèles. Ainsi donc, il serait préférable de dire que l'orientation du moment fléchissant doit être *parallèle à l'axe du prisme*.

Mais c'est à une question plus importante et particulièrement intéressante que nous voulons nous arrêter.

Il est évident que toute théorie n'a de valeur que pour autant qu'elle est confirmée par l'expérience. Or nous allons décrire une épreuve qui a donné des résultats vraiment surprenants.

Un fer en \square , profil normal allemand, a été chargé dans l'axe passant par le centre de gravité de la manière

indiquée dans notre fig. 1¹. Nous voyons que dans la partie médiane $B-C$ n'intervient ni effort normal, ni effort tranchant, ni couple de torsion, mais uniquement un moment fléchissant. Or, selon l'énoncé 3°, on devrait y constater uniquement « un mouvement de rotation de la section autour d'un axe situé dans son plan et passant par le centre de gravité », c'est-à-dire une répartition uniforme des tensions dans une seule et même fibre parallèle à l'axe neutre, état que nous désignerons dans la suite par la *flexion régulière*.

On s'est borné à mesurer les tensions en quatre points M_1, M_2, M_3, M_4 , de la section médiane, tous distants de 145 mm. de l'axe neutre, lequel, pour des raisons évidentes, se confond avec l'axe de symétrie. En calculant d'après la théorie usuelle, les tensions en ces points, on

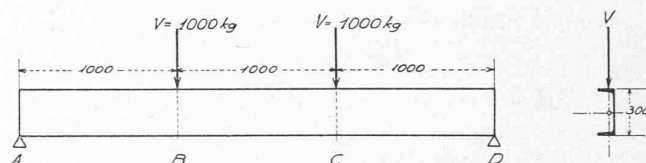


Fig. 1

trouve -273 kg/cm^2 (en compression) aux deux points supérieurs M_1 et M_2 et $+273 \text{ kg/cm}^2$ (en extension) aux deux points inférieurs M_3 et M_4 .

Le tableau suivant fait ressortir les différences entre les tensions calculées et les tensions effectives observées :

	Tensions calculées kg/cm ²	Tensions observées kg/cm ²	Différences	
			en kg/cm ²	en pour cent
M_1	-273	-518	245	89 %
M_2	-273	+104	377	134 %
M_3	+273	+456	183	66 %
M_4	+273	-16	289	105 %

Les diagrammes des tensions calculées et observées, obtenus en joignant par des lignes droites les ordonnées respectives aux deux points extrêmes de chaque aile, sont reportés dans la fig. 2. L'aire ombrée représente les différences.

Nous voyons que ces différences sont fondamentales et qu'elles ne peuvent être attribuées à des inexactitudes d'observations. Force nous est donc d'admettre une divergence essentielle entre la théorie et l'expérience. En vérité, il n'y a pas de « rotation autour de l'axe horizontal » et l'on chercherait en vain un autre axe de rotation, c'est-à-dire un autre axe neutre correspondant aux tensions observées.

L'auteur de ces essais, le professeur Bach, en tire la conclusion que toute la théorie de la flexion, même celle de la flexion simple, n'est applicable qu'aux poutres à section symétrique et chargées dans un plan de symétrie. Les profils asymétriques sont donc mis à l'index. Mais cette mesure est-elle justifiée et la pratique doit-elle se contenter de cette conclusion ? Les fers en \square , par exemple,

¹ Nous citons presque textuellement Résal, *Résistance des matériaux*, Paris et Liège 1922, p. 207 et suivantes.

¹ C. Bach, *Elastizität und Festigkeit*, 8^e édition 1920, p. 267 et suivantes.

obliques du plan de séparation des deux parties de la tranche.

La résolution générale de ce genre de problème est certainement très ardue. Par contre, certaines formes de sections usuelles peuvent être traitées assez aisément. Dans le cas notamment où la section est composée de rectangles ou de trapèzes minces, il est possible de résoudre assez exactement le problème qui s'énonce ainsi :

Quelle est la position du point d'application G_0 de V , telle que le moment fléchissant $dM = Vdx$ ne soit accompagné d'aucun phénomène de torsion ?

Considérons par exemple (fig. 2) la section d'un fer en U soumis à un effort tranchant vertical. Il y aura absence de torsion — ceci pour des raisons de symétrie — si les résultantes des efforts tranchants des trois rectangles composant la section, contiennent les centres respectifs. Les actions tangentielles étant parallèles à la périphérie, à proximité de celle-ci, on conçoit que pour un rectangle mince leur résultante sera dirigée à peu près dans le sens de la longueur du rectangle. Dans l'âme, les tensions transversales sont donc dirigées verticalement et leur résultante V' est verticale aussi. Dans les ailes, par contre, les tensions ont une direction sensiblement horizontale et leurs résultantes sont deux forces H de même grandeur. Pour déterminer la force H , agissant dans l'aile séparée de l'âme par une coupe oblique $o-o$, il suffit de constater que le moment fléchissant

$$dM = Vdx$$

engendre dans l'aile un effort normal moyen

$$d\sigma = \frac{dM}{J} \cdot y = \frac{Vdx}{J} \cdot y,$$

où y est la distance entre le centre de gravité C de l'aile et l'axe de symétrie, et J le moment d'inertie total de la section par rapport au même axe.

L'effort normal dans l'aile de surface A

$$A \cdot d\sigma = \frac{Vdx}{J} \cdot A \cdot y$$

doit être équilibré par une force égale mais de signe contraire appliquée en $o-o$, soit à la distance s , et par un couple

$$H \cdot dx = A \cdot d\sigma \cdot s,$$

ce qui nous donne

$$H = \frac{V}{J} \cdot A \cdot s \cdot y.$$

En établissant maintenant les conditions d'équilibre par rapport au centre de l'âme, nous obtenons

$$V \cdot e = 2H \cdot y' = \frac{V}{J} \cdot A \cdot s \cdot y \cdot y'$$

et

$$e = \frac{2A}{J} \cdot s \cdot y \cdot y'.$$

La position de V excluant toute torsion est déterminée, si outre A , J et y nous connaissons s et y' . Ces deux valeurs dépendent de la répartition des tensions dans la

section $o-o$, répartition qui n'est guère uniforme. Les tensions sont certainement plus grandes à la face intérieure, ce qui semble indiquer une direction de H correspondant plutôt à la diagonale qu'à la ligne médiane de l'aile. Mais, en tous cas, l'inexactitude qui pourrait résulter de cette évaluation n'influencera pas le résultat d'une manière essentielle.

Ces vues ayant été exposées par l'auteur dans quelques notes antérieures¹, la commission technique de l'Association des constructeurs suisses de ponts et charpentes métalliques a fait procéder à un essai² qui a pleinement confirmé ce qui précède. En effet, en chargeant un fer en U de 20 cm. de hauteur en deux points symétriques par rapport aux appuis, les anomalies que présentait l'essai de Bach disparaissaient complètement lorsqu'on appliquait la charge *en dehors du profil*, à une distance $e = 22$ mm. du centre de l'âme.

Si l'effort tranchant V a une direction oblique, il devra toujours, pour que le moment de torsion soit nul, passer par le point G_0 situé sur l'axe de symétrie et distant de e . Car nous pouvons décomposer l'effort oblique V en deux composantes, l'une verticale, l'autre située dans l'axe de symétrie.

Cette dernière composante ne produira certainement aucune torsion, et pour qu'il en soit de même de la force oblique, il faut que la composante verticale agisse à une distance e de l'âme.

Il en découle que le point G_0 est un point fixe, dépendant uniquement de la forme de la section. Ce point a une certaine analogie avec le centre de gravité ou « centre des tensions normales uniformément réparties » G_n ; nous l'appellerons *le centre de glissement*. Quelle que soit la direction de l'effort tranchant et à la condition qu'il contienne le « centre de glissement », le matériau, abstraction faite de la flexion régulière, ne travaillera qu'au glissement simple. Si, par contre, la distance de ce centre à l'effort tranchant V , au lieu d'être nulle, accuse une valeur a , il faudra tenir compte, en outre, du moment de torsion $T = V \cdot a$.

Il est évident que toute aire plane, régulière ou irrégulière, possède un tel point fixe. La détermination de ce point est plus ou moins aisée. On pourra avoir recours à l'expérimentation. A cet effet on fera agir V successivement dans une série de plans parallèles jusqu'à ce que l'on constate l'absence de torsion. En répétant l'expérience pour une autre direction quelconque de V , le point G_0 se trouvera déterminé par l'intersection de ces deux plans. En admettant une troisième direction, on tombera nécessairement sur la même ligne d'intersection.

L'énoncé 2^o, qui se trouve dans tous les traités, est donc inexact et doit être corrigé de la manière suivante :

« 2^o Une résultante V , située dans le plan de la section et passant par le *centre de glissement*. L'effort tranchant fait travailler le matériau au glissement simple. »

L'énoncé ainsi corrigé étant valable pour des sections

¹ *Revue polytechnique suisse* des 30 avril 1921, 9 avril 1921, 20 mai 1922.

² *Revue polytechnique suisse* du 5 mars 1924.

de forme quelconque, on pourra donc, contrairement à l'opinion de Bach, appliquer aux profils asymétriques les règles générales de la théorie de la flexion. Ainsi, par exemple, la loi de la corrélation entre l'orientation du moment fléchissant et la direction de l'axe neutre reste pleinement valable.

Mais un point important reste à élucider. Nous avons constaté qu'il se manifeste de la torsion quand l'effort tranchant est appliqué au centre de gravité de la section d'un profil en \square . Si l'énoncé 4^o était valable sans restrictions, aucune altération de la « flexion régulière » ne serait possible. Il ne se produirait donc pas d'autres tensions normales, mais uniquement un « genre de glissement » dit torsion.

Ce genre de glissement se distingue du glissement simple en ce que le sens des tensions tangentiels sur les deux faces est opposé, tandis qu'il est le même dans le cas du glissement simple. Mais il s'agit là de tensions tangentiels, tandis que l'essai de Bach dénote la présence de tensions normales élevées, étrangères à la flexion régulière. D'où proviennent ces tensions supplémentaires ?

Rappelons-nous que la théorie de la torsion se borne généralement à traiter le cas le plus simple, où deux moments de torsion de sens inverse agissent aux deux extrémités d'un prisme. Mais c'est là un cas spécial qui ne se rencontre guère en pratique, car en général le couple de torsion n'a pas la même valeur dans toutes les parties du prisme considéré. On paraît admettre qu'il suffit de considérer indépendamment chaque partie à couple constant. Pour démontrer l'inexactitude de cette conception, nous avons représenté (fig. 3 et 4) deux prismes dont les deux moitiés sont sollicitées à la torsion, en sens inverse l'une de l'autre. Nous avons indiqué, en les exagérant, les déformations que subiraient les deux moitiés séparées. Ces dernières sont soumises chacune à la torsion simple, sans sollicitation normale, puisque les sections successives subissent des déformations uniformes. Mais les sections médianes $m-m$ et $m'-m'$ ne concordent pas du tout, et le fait qu'elles doivent être identiques implique nécessairement la présence d'efforts normaux, dont le sens et l'intensité peuvent être appréciés à vue d'œil. Il s'agit d'un fléchissement latéral (fig. 4) des ailes semblable à celui que nous venons de constater dans l'expérience de Bach.

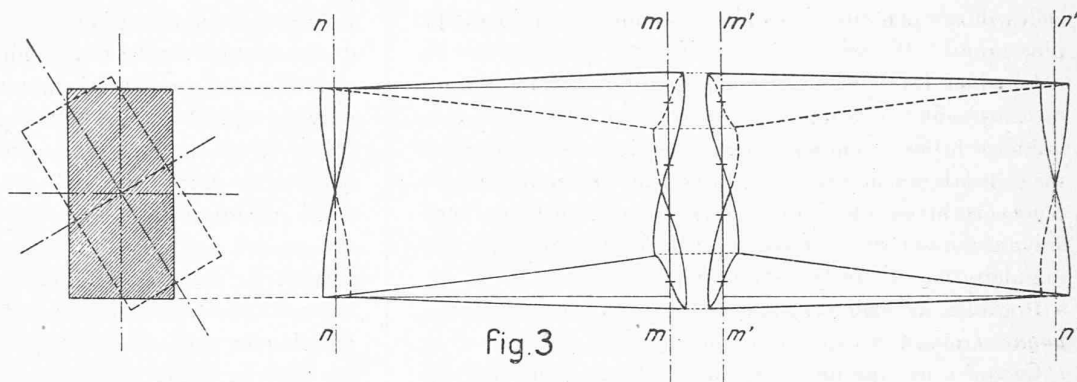


Fig. 3

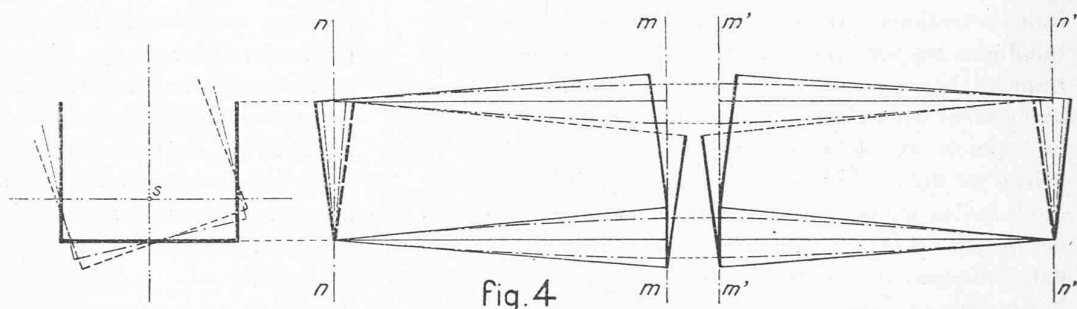


Fig. 4

L'énoncé 4^o doit-il donc être modifié à son tour ? Afin de ne pas être conduit à envisager cette nécessité on peut avancer qu'il s'agit là d'efforts locaux et évoquer le principe de St.-Venant, suivant lequel ces efforts ne sauraient influencer la poutre sur toute son étendue. En effet, l'application du principe de St.-Venant semble bien être permise, puisque la cause des perturbations réside dans deux couples qui agissent dans la même section et s'y équilibrent. Mais si le principe est applicable à une poutre à section pleine, l'essai de Bach montre qu'il n'en est plus ainsi quand les deux zones de la section, sur lesquelles agissent les deux couples, ne sont que faiblement reliées entre elles et, par conséquent, presque complètement indépendantes l'une de l'autre quant aux déformations latérales. Dans l'essai de Bach, la source des perturbations est située aux points B et C , où un segment déformé de la poutre se trouve juxtaposé à un segment exempt de torsion. Or les tensions normales ont été mesurées au milieu de la poutre, c'est-à-dire, à une grande distance de ces points. Puisque ces tensions sont très élevées, on est forcé d'admettre qu'elles ne disparaîtraient pas entièrement, même en allongeant la partie BC de la poutre.

Il est donc certain qu'en pareils cas l'énoncé 4^o n'est plus valable. Pour tenir compte des perturbations ayant pour origines B et C , il ne suffit pas de prévoir des renforcements à proximité de ces points seulement, car l'effet de ces perturbations s'étend sur toute la longueur de la poutre. Remarquons encore que le moment fléchissant était de 1000 kilogrammes-mètres contre 65 kgm. seulement pour le couple de torsion. Or les tensions normales provoquées par ce dernier dépassent sensiblement

celles dues au moment fléchissant pourtant quinze fois plus grand ! Il semble donc désirable d'être à même de déterminer les tensions normales supplémentaires dues au couple de torsion.

La solution générale demanderait des recherches mathématiques et expérimentales peu aisées. Cependant pour certains profils simples on peut employer la méthode suivante, basée sur les formules usuelles de la déformation angulaire en cas de torsion simple.

Considérons, par exemple, la fig. 1, en admettant que deux couples de torsion T de même sens agissent en B et C , ce qui a lieu quand le plan de la charge V ne contient pas le centre de glissement. Deux couples de sens inverse agissant en A et D devront rétablir l'équilibre. Quelles sont les tensions normales dans les différents points M ?

Admettons pour un instant que le prisme ne soit pas à même de supporter des tensions longitudinales, ou, ce qui revient au même, que son module d'élasticité soit nul, tandis que le module de glissement subsiste. Le prisme se déformera alors comme s'il était coupé en B et C , et l'on pourra calculer le déplacement horizontal f_1 des points M au moyen des formules usuelles pour la détermination de l'angle de torsion simple.

Supposons ensuite que le matériau constituant le prisme n'offre aucune résistance au glissement, mais résiste uniquement aux efforts longitudinaux — hypothèse généralement admise pour le calcul des déformations en cas de flexion — et déterminons de nouveau le déplacement f_2 des quatre points M , après avoir décomposé le couple en deux forces horizontales, égales et de sens contraire, agissant l'une sur la moitié supérieure et l'autre sur la moitié inférieure de la poutre. Cette opération présente une certaine complication du fait que les deux ailes ne peuvent fléchir librement en sens inverse l'une de l'autre, reliées qu'elles sont par l'âme. Néanmoins on arrivera assez facilement à un résultat satisfaisant¹.

Mais puisque le matériau résiste aussi bien aux actions moléculaires normales qu'aux actions transversales, il s'ensuivra une inflexion horizontale f déterminée par la relation

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

L'inflexion f étant déterminée, on pourra en déduire la valeur des tensions normales supplémentaires.

Cette méthode quelque peu primitive, appliquée à l'essai de Bach¹, a donné de bons résultats. On obtient naturellement les mêmes valeurs pour M_1 et M_3 , que pour M_2 et M_4 , tandis qu'en réalité ces valeurs diffèrent quelque peu pour l'essai, vu que, par l'effet de la torsion, la direction n'est plus strictement parallèle à l'âme. Il en résulte une composante agissant dans l'axe de symétrie et tendant à un fléchissement général uniforme de la section vers la gauche. Une fois les déplacements des points M calculés, nous connaissons le degré d'inclinaison de V et dès lors la grandeur de la composante horizontale.

En ajoutant aux tensions antérieurement calculées celles dues à cette force, les écarts entre le calcul et l'expérience se réduisent à moins de 5%, résultat qui peut être considéré comme une approximation remarquable. Cependant cet essai unique ne nous autorise pas à en tirer des conclusions générales.

En partant du même principe, nous pourrions aussi déterminer les tensions tangentielles dues au couple de torsion. Ce couple sera équilibré d'une part par des tensions de glissement simple et de l'autre par des tensions de glissement de torsion. Cela revient à dire que d'abord les deux forces H de la figure 2 et les tensions de glissement simple, dont elles sont les résultantes, prendront une nouvelle valeur correspondant à la modification des tensions normales de la flexion régulière, et qu'ensuite ces forces H , ainsi que V' , se déplaceront latéralement, ce qui provoquera du glissement de torsion. Pour évaluer ces torsions, nous partirons de la courbe d'inflexion latérale $f=F(x)$ dont la dérivée nous fournit immédiatement l'angle de torsion dans chaque section, ce qui nous permettra de calculer les tensions tangentielles selon les formules usuelles.

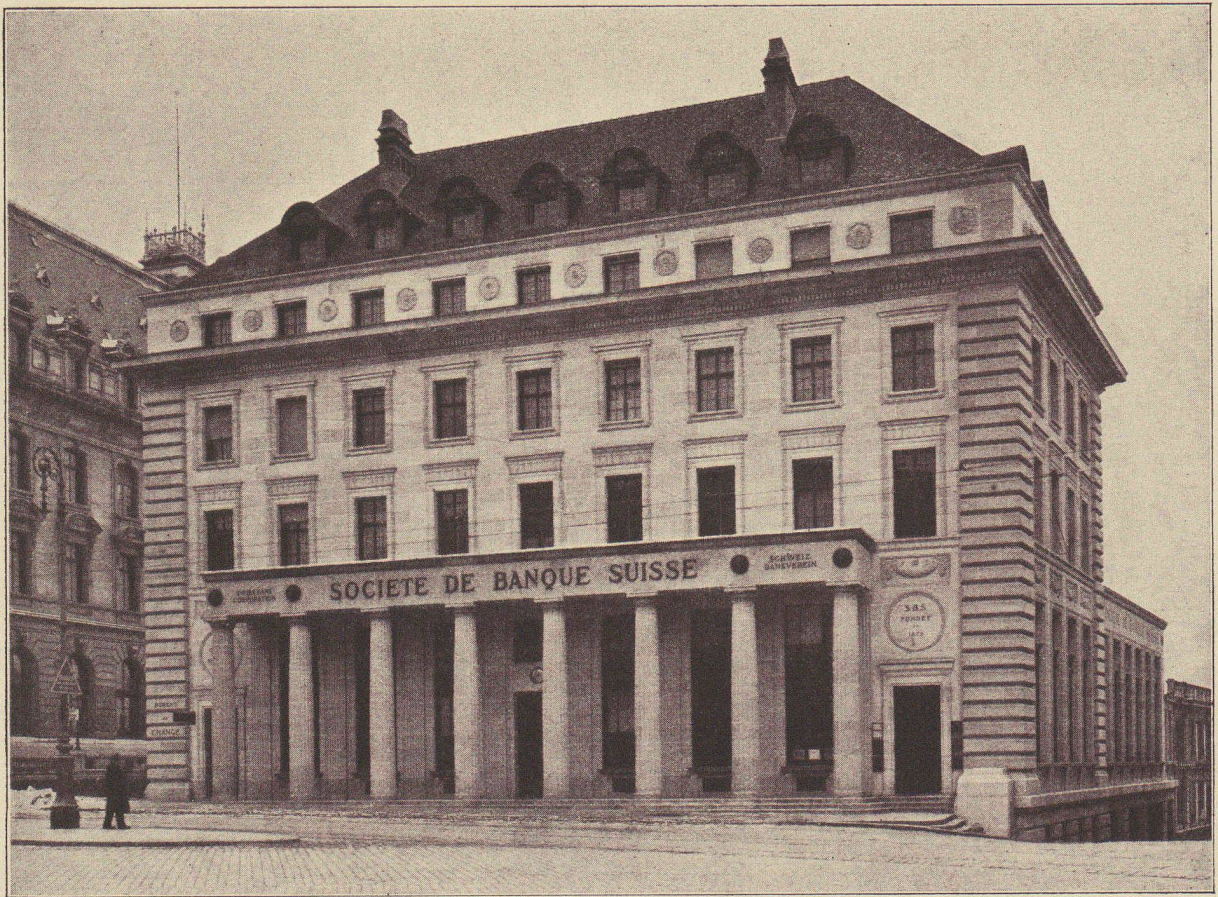
Une fois les tensions normales et tangentielles ainsi déterminées, on pourra en déduire les tensions maxima.

Il est clair que la pratique ne peut pas s'accommoder de ce genre de calculs. D'abord ce serait trop compliqué et ensuite il n'est pas possible, en général, de fixer exactement la position du plan d'application des charges. Si la poutre porte un dallage, par exemple, ce plan se déplacera latéralement suivant que la charge accidentelle se trouvera plutôt d'un côté que de l'autre. Des tensions longitudinales supplémentaires seront donc toujours à craindre dans le cas d'une poutre isolée. Par contre, en présence d'une série de poutres parallèles, nous n'aurons, pour éviter un surcroît notable de tensions, qu'à les entretoiser convenablement. L'angle de torsion ne pourra alors dépasser une certaine valeur en rapport avec la rigidité des entretoises. Le dallage seul pourra y suppléer s'il est convenablement fixé sur la poutre et en même temps assez rigide, ce qui est souvent le cas pour les solives en béton armé, toujours solidaires avec la dalle.

Comme conclusion pratique, on peut dire qu'il faut éviter d'employer des poutres isolées, sauf à réduire considérablement le travail admissible, afin de conserver une marge suffisante en vue des effets de la torsion. Cette réserve concerne indistinctement les profils symétriques ou asymétriques. Considérons, par exemple, un profil à **I**; il est évident qu'ensuite d'une répartition inégale des surcharges, le plan des charges se déplacera vers l'extrémité de l'aile et alors on y constatera des tensions supplémentaires du même ordre de grandeur que celles trouvées dans l'essai décrit plus haut sur un profil en **□**.

Nous devons conclure encore de ce qui précède, que l'entretoisement, considéré souvent comme mesure d'ordre purement pratique, est parfaitement justifié au point de vue théorique, si l'on veut réaliser le degré de sécurité que le calcul ordinaire est censé nous garantir.

¹ *Revue polytechnique suisse* du 30 avril 1921, p. 196.



Façade sur la place Saint-François.



Hall.

L'HOTEL DE LA SOCIÉTÉ DE BANQUE SUISSE, A LAUSANNE
Architectes : MM. Schnell, Thévenaz et Bonnard.

Seite / page

leer / vide /
blank