

# Arithmétique financière: résolution de quelques problèmes d'échange de titres

Autor(en): **Cerjat, H. de**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **55 (1929)**

Heft 8

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-42649>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

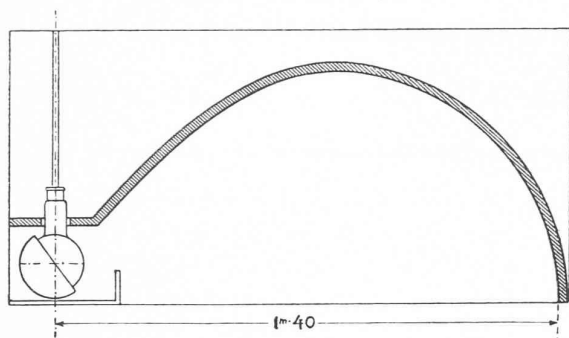


Fig. 3. — Schéma de la coupole diffusante (voir fig. 2).

et basse, où sont exposés les précieux modèles de luxe, est éclairée par 40 lampes de 75 watts logées entre une plaque de verre dépoli et un miroir plan. L'éclairage obtenu est d'environ 1000 lux. (Fig. 5.)

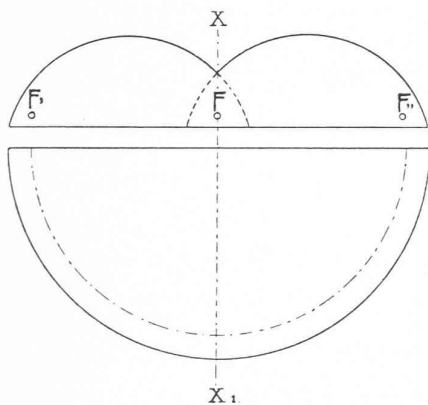


Fig. 4. — Schéma du réflecteur elliptique du magasin de luxe Bally, à Paris.

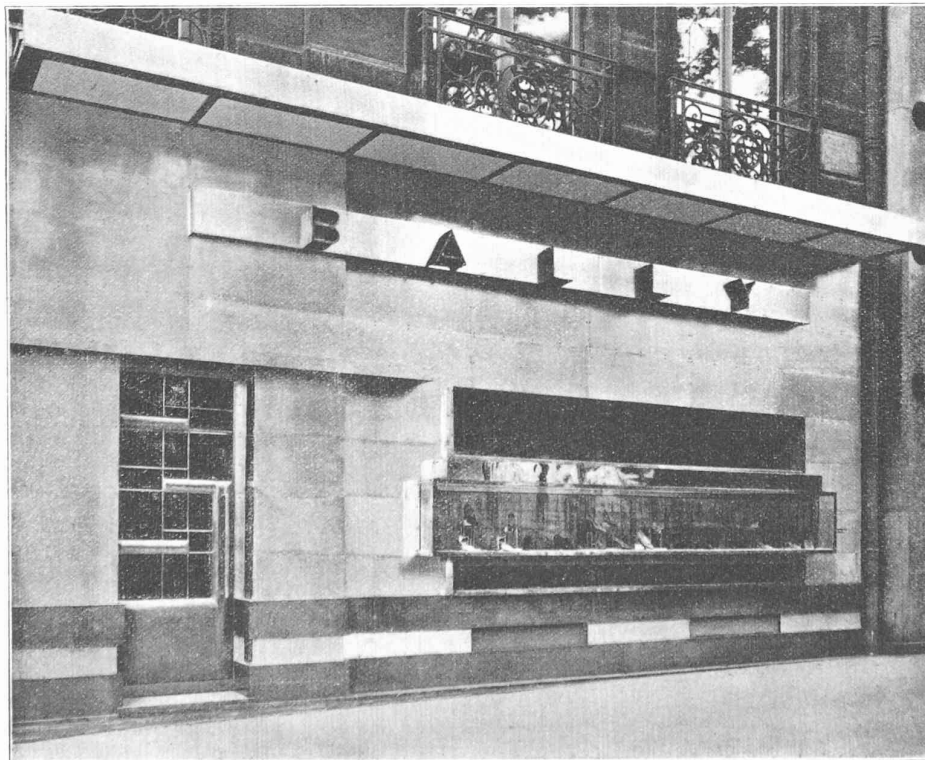


Fig. 5. — Façade du magasin de luxe Bally, à Paris.

## Arithmétique financière. Résolution de quelques problèmes d'échange de titres<sup>1</sup>,

par H. DE CERJAT, ingénieur, Grand-Lancy (Genève).

A. — Recherche du prix d'échange d'une valeur à revenu fixe contre une autre valeur semblable portant intérêt différent et ayant une autre échéance de remboursement, si l'on admet que l'échange ne porte aucun préjudice aux revenus du porteur, pendant la durée moyenne de vie de la valeur échangée.

Soient :

- $X$  le prix d'échange cherché ;
- $A_1$  la valeur nominale du titre cédé en échange (que nous supposons toujours être aussi sa valeur de remboursement) ;
- $i_1$  son taux d'intérêt annuel ;
- $n_1$  le nombre d'années représentant la durée moyenne de vie de ce titre ;
- $A_2$  la valeur nominale du titre reçu en échange ;
- $B_2$  le cours de bourse, ou le cours admis pour l'acquisition du titre reçu en échange ;
- $i_2$  le taux d'intérêt de ce nouveau titre ;
- $n_2$  le nombre d'années représentant sa durée moyenne de vie ;
- $t$  le taux de capitalisation de l'argent au moment de l'échange.

Nous résoudrons le problème en exprimant les revenus afférents à chacun des deux titres, pendant la durée moyenne de vie de celui qui est cédé en échange, et en égalant ces deux revenus.

Les revenus afférents au titre cédé comprennent :

- a) L'intérêt fixe, soit :  $i_1 A_1 n_1$ .
- b) La prime au remboursement, soit :  $A_1 - X$ , cette prime constituant un revenu supplémentaire qu'abandonnerait le porteur du titre en acceptant l'échange au prix  $X$ .

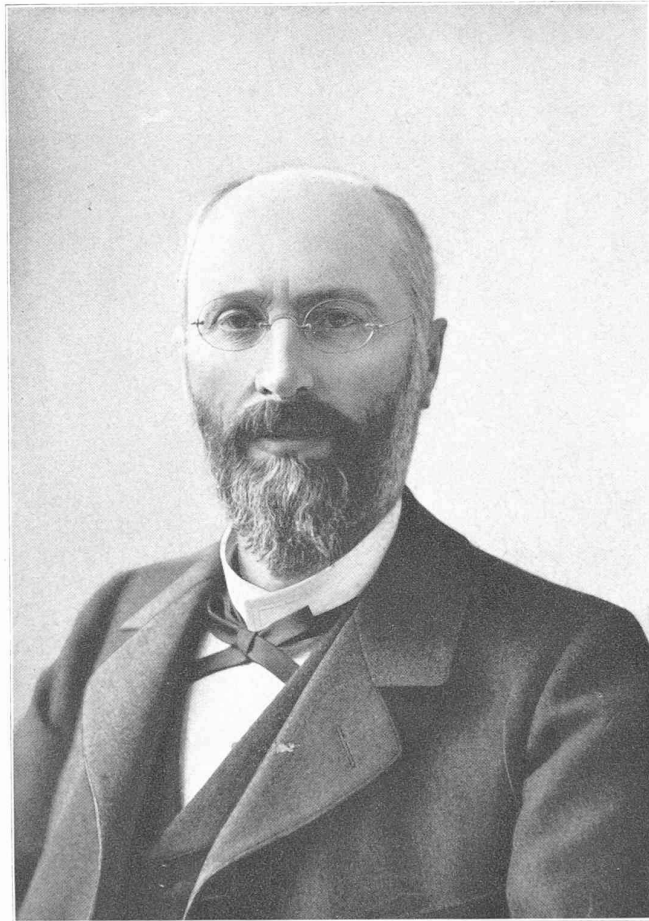
Les revenus afférents au titre reçu comprennent, pendant le même temps.

- a) L'intérêt fixe, soit :

$$i_2 \frac{A_2}{B_2} X n_1,$$

puisque le taux d'intérêt  $i_2$  s'ap-

<sup>1</sup> Nous remercions vivement M. H. de Cerjat, ingénieur, adjoint à une importante société financière, d'avoir répondu par cette très intéressante étude au vœu que nous avons émis dans une note publiée, sous le titre « Arithmétique financière », le 17 novembre dernier (*Bulletin technique*, 1928, N° 22, page 277). *Red.*



JULIEN CHAPPUIS

1846 - 1929.

Président de la Société du *Bulletin technique*  
de la Suisse romande.

Seite / page

leer / vide /  
blank

plique à la valeur nominale du nouveau titre correspondant au prix d'échange.

b) L'annuité correspondant à la prime au remboursement sur la valeur reçue en échange, cette annuité devant être capitalisée au taux  $t$  pendant  $n_1$  années. En effet, la prime au remboursement sur le nouveau titre représente un revenu supplémentaire encaissé au bout de  $n_2$  années et auquel correspond une certaine somme placée chaque année, au taux  $t$ .

Ce revenu supplémentaire est :  $(A_2 - B_2)X/B_2$  au bout de  $n_2$  années.

L'annuité correspondante vaudra :

$$a_2 = \frac{A_2 - B_2}{B_2} \cdot X \cdot t \cdot \frac{1}{(1 + t)^{n_2} - 1}$$

Capitalisée pendant  $n_1$  années au taux  $t$ , cette annuité donne un revenu de :

$$\frac{\left(\frac{A_2 - B_2}{B_2}\right) X \cdot t}{(1 + t)^{n_2} - 1} \{(1 + t)^{n_1} - 1\}$$

Pour trouver  $X$ , il ne reste plus qu'à égaliser les expressions de ces deux revenus, ainsi qu'il est dit au début.

$$i_1 A_1 n_1 + A_1 - X = i_2 \frac{A_2}{B_2} \cdot X n_1 + \frac{\left(\frac{A_2 - B_2}{B_2}\right) X}{(1 + t)^{n_2} - 1} \{(1 + t)^{n_1} - 1\}$$

d'où l'on tire :

$$X = \frac{A_1(1 + i_1 n_1)}{n_1 i_2 \frac{A_2}{B_2} + \frac{(A_2 - B_2)}{B_2} \{(1 + t)^{n_2} - 1\} \{(1 + t)^{n_1} - 1\} + 1}$$

C'est la formule cherchée pour le premier cas envisagé.

Dans la solution pratique de ce problème, lorsque ce prix d'échange  $X$  aura été trouvé, il y aura lieu de tenir compte des intérêts courus sur chacune des valeurs mises en jeu par l'échange, et de modifier ce prix dans la mesure des intérêts courus de part et d'autre. L'exemple numérique ci-après fera nettement ressortir ce point.

Enfin, lors de l'échange au prix  $X$ , il se peut que, les valeurs nominales des deux titres étant très différentes, le nouveau titre ne soit pas égal à un multiple ou un diviseur simple de  $X$ . Dans ce cas, il y aura lieu de compter une soulte de compensation, lors de l'échange.

*Exemple numérique.*

Quel est le prix d'échange qu'il faut offrir aux porteurs d'obligations de 500 fr. nominal, 4 %, payant leurs coupons les 1<sup>er</sup> janvier et 1<sup>er</sup> juillet de chaque année, et ayant une échéance moyenne de 10 ans, si l'on échange leurs titres contre des obligations de 1000 fr. nominal, 6 %, estimées à 98 % et ayant une échéance moyenne de 30 ans, leurs coupons étant payés les 1<sup>er</sup> avril et 1<sup>er</sup> octobre de chaque année et l'échange s'effectuant le 1<sup>er</sup> mars de l'année en cours ?

Dans ces conditions nous avons :

$$\begin{array}{lll} A_1 = 500 & A_2 = 1000 & n_2 = 30 \\ i_1 = 0,04 & B_2 = 980 & \text{Nous admettrons que} \\ n_1 = 10 & i_2 = 0,06 & t = 0,06. \end{array}$$

Appliquons la formule trouvée plus haut :

$$X = \frac{500(1 + 10 \cdot 0,04)}{10 \cdot 0,06 \cdot \frac{100}{98} + \frac{2}{98 \{(1,06)^{30} - 1\}} \{(1,06)^{10} - 1\} + 1} = \text{Fr. 433,27.}$$

Pour simplifier la comptabilité lors de la réalisation matérielle de l'échange, il est préférable de fixer un prix d'échange qui ne comporte pas de centimes.

Tenons compte des intérêts courus de part et d'autre.

En effectuant l'échange le 1<sup>er</sup> mars, le porteur cède un titre de 500 fr. sur lequel deux mois d'intérêts, à 4 % l'an, sont déjà courus, soit 3 fr. 33 par titre. Il reçoit par contre un titre sur lequel cinq mois d'intérêt sont courus, à 6 % l'an. Ce dernier intérêt doit être calculé sur la valeur nominale du nouveau titre correspondant au prix d'échange, soit approximativement  $\frac{433 \times 100}{98}$

(le prix d'échange définitif n'est pas encore fixé) ; il ressort à 11 fr. 05. Le prix d'échange, compte tenu des intérêts courus de part et d'autre, sera donc :  $433,27 + 3,33 - 11,05 = \text{Fr. 425,55}$ .

Si la société débitrice a un intérêt particulièrement fort à réaliser l'échange dans la plus large mesure possible, elle s'efforcera d'attirer le plus grand nombre de porteurs des anciens titres, en leur offrant un prix un peu supérieur au prix d'échange théorique que nous venons de trouver, par exemple 430 fr. par obligation, mettant alors à la charge des porteurs la moitié ou peut-être même la totalité du timbre de négociation qui frapperait cet échange. Si donc le prix d'échange offert par la société débitrice est de 430 fr., les porteurs des obligations 4 % de 500 fr. nominal recevront une proposition d'échange de sept de leurs obligations, contre trois nouvelles obligations 6 % de 1000 fr. nominal, comptées à 98 %, plus une soulte en espèces de 70 fr.

Aux porteurs qui ne posséderaient pas un nombre d'obligations anciennes divisible par sept, il serait offert pour tout paquet de titres inférieur à sept unités, le rachat pur et simple au prix de 430 fr. par obligation.

A titre de vérification, cherchons rapidement quels seraient les revenus abandonnés et retrouvés par le porteur qui échange sept obligations anciennes de 500 fr. nominal, contre trois obligations nouvelles de 1000 fr. nominal au prix de 430 fr. par obligation, pendant la période de dix ans qui correspond à la durée moyenne de vie des anciens titres.

Les revenus abandonnés comprennent :

$$\begin{array}{l} a) \text{ L'intérêt fixe, soit : } 0,04 \cdot 500 \cdot 10 \cdot 7 = \text{Fr. 1400.} \\ b) \text{ La prime au remboursement, soit : } \\ \quad (500 - 430) \cdot 7 = \text{ » } 490. \\ \text{Total des revenus abandonnés . . . . . Fr. 1890.} \end{array}$$

Les revenus retrouvés comprennent :

- a) L'intérêt fixe, soit :  $0,06 \cdot 1000 \cdot 10 \cdot 3 =$  Fr. 1800.—
- b) L'annuité correspondant à la prime au remboursement sur le nouveau titre et capitalisée pendant 10 ans.  
La prime est  $3(1000 - 980) = 60$  fr. au bout de 30 ans, par suite l'annuité cherchée est . . . . . » 10.—
- c) La soulte en espèces de 70 fr. Celle-ci étant payée au moment de l'échange, peut être capitalisée pendant 10 ans à 6 % et produire environ . . . . . » 125.—  
Total des revenus retrouvés. . . . . Fr. 1935.—

Nous voyons par cette vérification que l'échange proposé au prix de 430 fr. par obligation, augmente légèrement les revenus du porteur pour la période correspondant à la durée moyenne de vie des anciens titres<sup>1</sup>.

Il se pourrait cependant que l'échange proposé par la société débitrice trouve un plus grand succès auprès des porteurs, si le prix d'échange était calculé de manière à leur assurer les mêmes revenus annuels, tout porteur d'un titre ne pouvant envisager de le conserver jusqu'à la date de son échéance moyenne. Cette considération nous amène à résoudre le problème suivant.

B. — Recherche du prix d'échange d'une valeur à revenu fixe contre une valeur semblable portant intérêt différent et ayant une autre échéance de remboursement, si l'on admet que l'échange ne porte aucun préjudice aux revenus annuels du porteur.

Nous emploierons les mêmes symboles que dans le problème précédent, donc :

- $X$  le prix d'échange cherché ;
- $A_1$  la valeur nominale du titre cédé en échange ;
- $i_1$  son taux d'intérêt annuel ;
- $n_1$  le nombre d'années représentant la durée moyenne de vie de ce titre ;
- $A_2$  la valeur nominale du titre reçu en échange ;
- $B_2$  le cours de bourse, ou le cours admis pour l'acquisition du titre reçu en échange ;
- $i_2$  le taux d'intérêt de ce nouveau titre ;
- $n_2$  le nombre d'années représentant sa durée moyenne de vie ;
- $t$  le taux de capitalisation de l'argent au moment de l'échange.

Ce problème se résout de la même manière que le précédent.

Les revenus afférents au titre cédé comprennent :

- a) L'intérêt fixe, soit :  $i_1 A_1$ .
- b) L'annuité correspondant à la prime au remboursement, soit :

$$\frac{(A_1 - X)t}{(1 + t)^{n_1} - 1}$$

<sup>1</sup> Remarquons ici que, dans le calcul de vérification, il n'a pas été tenu compte des intérêts courus de part et d'autre. Cette omission est volontaire, car nous savons bien que le porteur qui cherchera quels seront ses revenus dans l'un et l'autre cas, ne se demandera pas combien de mois d'intérêt sont déjà courus sur les titres considérés.

Les revenus afférents au titre reçu comprennent :

- a) L'intérêt fixe, soit :  $i_2 \frac{A_2}{B_2} X$ .
- b) L'annuité correspondant à la prime au remboursement :

$$\frac{\left(\frac{A_2 - B_2}{B_2}\right) X \cdot t}{(1 + t)^{n_2} - 1}$$

Egalons les expressions de ces deux revenus :

$$i_1 A_1 + \frac{(A_1 - X)t}{(1 + t)^{n_1} - 1} = i_2 \frac{A_2}{B_2} X + \frac{\left(\frac{A_2 - B_2}{B_2}\right) X \cdot t}{(1 + t)^{n_2} - 1}$$

d'où l'on tire :

$$X = \frac{i_1 A_1 + \frac{A_1 t}{(1 + t)^{n_1} - 1}}{\frac{t}{(1 + t)^{n_1} - 1} + \frac{i_2 A_2}{B_2} + \frac{A_2 t}{B_2 (1 + t)^{n_2} - 1} - \frac{t}{(1 + t)^{n_2} - 1}}$$

C'est la solution cherchée pour le second cas envisagé. Les considérations d'ordre pratique émises au cas précédent sont également valables ici.

*Exemple numérique.*

Quel est le prix d'échange qu'il faut offrir aux porteurs possédant des obligations du même type que dans l'exemple précédent, à qui l'on propose un échange analogue, si l'on ne doit pas modifier les revenus que ces porteurs encaissaient sur leurs titres ?

Nous avons comme précédemment :

$$\begin{aligned} A_1 &= 500 & A_2 &= 1000 & n_2 &= 30 \\ i_1 &= 0,04 & B_2 &= 980 & \text{et nous admettrons de} & \\ n_1 &= 10 & i_2 &= 0,06 & \text{nouveau } t &= 0,06. \end{aligned}$$

Appliquons la formule que nous venons de trouver :

$$\begin{aligned} X &= \\ &= \frac{0,04 \cdot 500 + \frac{500 \cdot 0,06}{(1,06)^{10} - 1}}{\frac{0,06}{(1,06)^{10} - 1} + \frac{0,06 \cdot 1000}{980} + \frac{1000 \cdot 0,06}{980 \{ (1,06)^{30} - 1 \}} - \frac{0,06}{(1,06)^{30} - 1}} \\ &= \text{Fr. } 422,25. \end{aligned}$$

On voit que le prix théorique à offrir au porteur est sensiblement plus faible dans le second cas d'échange que dans le premier. Cette différence provient surtout du fait que la prime au remboursement sur les anciens titres ne peut être touchée qu'au bout de dix ans, et que l'annuité correspondant à cette prime est inférieure au dixième de celle-ci. Au contraire, sur les nouveaux titres, la prime étant très faible, l'annuité ne s'écarte guère du dixième de la somme obtenue comme revenu supplémentaire au bout de dix ans. Par suite, le prix d'échange assurant l'égalité des revenus s'abaisse, de manière à augmenter suffisamment la prime abandonnée sur les anciens titres.

Pour trouver le prix d'échange réel à offrir aux porteurs, il faut tenir compte des intérêts courus de part et



d'autre. Nous avons vu sous (A) que la correction à apporter est une déduction de 7 fr. 72, ce qui abaisserait notre prix trouvé à 414 fr. 53. Pour attirer le plus grand nombre de porteurs à l'échange, la société débitrice aura intérêt à offrir dans ce cas au moins 415 fr. par obligation, et peut-être même 420 fr., si elle se rappelle que ses obligataires, recherchant les revenus que leur vaudra l'échange, négligeront de compter les cinq mois d'intérêt déjà courus sur les nouveaux titres.

Se basant sur ce prix de 420 fr. la société débitrice adressera à ses obligataires une offre comportant :

1° L'échange de cinq obligations anciennes 4 % de 500 fr. nominal contre deux obligations nouvelles 6 % de 1000 fr. nominal, comptées à 98 %, plus une soulte en espèces de 140 fr., ou

2° Le rachat pur et simple à 420 fr. par obligation.

Au lieu de nous placer entièrement au point de vue des intérêts du porteur, nous pourrions considérer tout d'abord ceux de la société débitrice. Il peut très bien arriver que l'opération d'échange envisagée n'ait pas simplement pour effet d'améliorer le bilan de la société débitrice ou de lui procurer un avantage analogue, mais ait au contraire pour but de mettre en mains des porteurs des titres jouissant d'un marché plus large ou d'une garantie plus étendue, sans que la société y trouve un avantage du même ordre. Dans ces conditions, il est à prévoir que la société débitrice n'acceptera l'échange que s'il lui procure une certaine garantie financière ; elle demandera, par exemple, que l'échange retarde l'échéance moyenne de ses remboursements, sans lui imposer des charges financières annuelles plus fortes, ou encore que l'échange réduise le nombre de ses emprunts, sans accroître les charges qu'elle devait encourir jusqu'à l'échéance moyenne de ceux-ci. Partant de ces considérations, nous nous proposons de résoudre encore les deux problèmes suivants. (A suivre.)

## NÉCROLOGIE

### Julien Chappuis.

(Planche hors texte N° 1.)

J. Chappuis, né le 15 septembre 1846, à Rivaz dont sa famille était déjà bourgeoise en 1835, avait fait ses études à « l'Ecole Spéciale », de Lausanne, qui lui conféra, en 1867, le diplôme d'ingénieur. Après avoir exécuté le relevé des mines de sel de Bex, il est engagé, comme dessinateur, par l'ingénieur G. Bridel, à Yverdon, qui lui confie bientôt l'étude d'ouvrages importants (viaduc de Vallorbe, pont de Couvet, de Motier, de la Sauge, installation de l'usine et de la mine d'asphalte, à Travers), et plus tard, en sa qualité d'ingénieur en chef de la Correction des eaux du Jura, le nomme chef des « Ateliers et du Service mécanique », chargé de l'étude et de la construction d'un puissant matériel de dragage et de transport ainsi que de tous les ouvrages métalliques de cette vaste entreprise. Ces travaux terminés, J. Chappuis, en 1874, en reprend les ateliers, situés à Nidau, et fonde alors la maison J. Chappuis et C<sup>ie</sup>, plus tard, en

1884, Probst, Chappuis et Wolf, à Berne et Nidau. De 1880 à 1883, J. Chappuis est entrepreneur des terrassements et des dragages du barrage éclusé de Méricourt (Seine-et-Oise), dont il organise et dirige les chantiers avec maîtrise. A cette époque, la Ville de Genève étant en quête d'un entrepreneur pour ses forces motrices, ses délégués : MM. Merle d'Aubigné et Turrettini, après avoir visité les chantiers de Méricourt, passent une convention avec J. Chappuis, qui transfère une partie de son personnel et de son matériel de Méricourt à Genève où il prit la direction de la régie co-intéressée des Forces motrices du Rhône.

La correction du bras droit de ce fleuve ayant été heureusement terminée avant la crue du lac, l'événement fut célébré par un banquet servi en plein lit du Rhône et J. Chappuis fut comblé d'éloges, grandement mérités. Les services qu'il rendit, de 1884 à 1889, à la Ville de Genève furent si appréciés qu'elle lui décerna, lors de l'inauguration du « Bâtiment des turbines », une médaille d'or frappée tout exprès.

Ensuite, J. Chappuis fut successivement : directeur de l'entreprise, en régie co-intéressée, du chemin de fer de Viège à Zermatt (1889 à 1891) ; entrepreneur des travaux du canal et du port d'Interlaken (1891-1892) ; à la même époque, constructeur du chemin de fer de Monistrol à Monserrat, en Espagne ; en 1896-1898, constructeur, avec M. Eifel, du viaduc d'Eglisau ; en 1898-1900, constructeur des deux réseaux de la « Société des chemins de fer régionaux de Franche-Comté » ; entrepreneur des travaux des « Forces motrices du Rhône », à Saint-Maurice (1902-1904) ; entrepreneur de la ligne de Chamonix au Montanvers (1904-1907).

Il fit des études pour le chemin de fer Beyrouth-Damas et élabora, en collaboration avec le professeur H. Golliez, pour un groupe composé de dix banques russes et de maisons de construction allemandes, françaises et suisses, un grandiose projet de « domestication » du Dniepr qu'il a décrit dans les numéros du 25 mai et du 10 juin 1915 du *Bulletin technique*.

Telles sont, trop sèchement résumées, les principales étapes de cette belle carrière au cours de laquelle J. Chappuis fit preuve d'une brillante intelligence, alliée à de rares qualités de loyauté, de droiture et de bienveillance. Tous ceux qui ont connu cet alerte octogénaire, resté extraordinairement lucide et « vert » jusqu'aux derniers jours de sa vie, évoquent, non sans émotion, le charme de sa conversation empreinte d'une savoureuse bonhomie, relevée de traits spirituels et malicieux, mais jamais blessants, car cet homme était la bonté même.

Toujours optimiste et libéral, il puisait dans sa longue expérience des hommes et des choses les moyens de surmonter les difficultés les plus embarrassantes. On ne faisait jamais appel en vain à son concours et il le donnait avec une bonne grâce et une cordialité qui en doubleraient le prix. Nous le savons mieux que quiconque — nous autres du *Bulletin technique* — qu'il a conduits paternellement et si gentiment pendant tant d'années et qui pleurons sa mort.