Quelques aspects de la mécanique ondulatoire et de la théorie des quanta

Autor(en): **Juvet, G.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **55 (1929)**

Heft 26

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-42699

Publicité des protocoles.

La Commission centrale, ayant pris acte de l'accord des Etats représentés à la Commission jusqu'en 1870, décide d'autoriser la communication, sans déplacement, des protocoles de la Commission antérieurs à 1870 aux personnes qui en feraient la demande et qui produiraient les garanties d'usage.

Date de la prochaine session.

La prochaine session commencera le mardi 1er avril 1930, à 16 heures, et se terminera le samedi 12 avril.

Quelques aspects de la mécanique ondulatoire et de la théorie des quanta,[1]

par M. G. JUVET, professeur à l'Université de Lausanne.

(Suite et fin.) [2]

Nous avons étudié d'une manière assez formelle le développement de la mécanique ondulatoire en la présentant comme une tentative de conciliation entre la théorie de l'émission et la théorie des ondulations. A dire le vrai, c'est plus qu'une conciliation, c'est une synthèse de la dynamique, de l'optique et de la loi du quantum, synthèse qui se confond avec la mécanique et l'optique classiques lorsque de nombreux quanta sont en jeu dans le système étudié, mais qui apporte des précisions nouvelles et utiles dans les problèmes où la grandeur du système est du même ordre que la grandeur des ondes de de Broglie qui lui sont attachées. On peut dire — et c'est précisément une profonde suggestion que l'on doit à M. L. de Broglie lui-même, — que la dynamique classique est à la mécanique ondulatoire ce que l'optique géométrique est à l'optique ondulatoire. Ce qui caractérise de plus la mécanique ondulatoire vis-à-vis des autres tentatives dont nous aurons à parler, c'est qu'elle est une théorie rigoureusement déterministe des microcosmes atomiques et de leurs mouvements.

Les vérifications expérimentales donnent à la mécanique ondulatoire une base solide. Il faut signaler tout d'abord l'accord obtenu par M. Schrödinger entre ses calculs et les positions des raies spectrales et du spectre continu des éléments les plus simples, et les accords plus nombreux encore obtenus par d'autres théories que la mécanique ondulatoire mais que par un dictionnaire bien précis, on peut traduire en grande partie dans le langage de la mécanique ondulatoire. Ces vérifications ne paraissent pas cruciales parce qu'elles sont lointaines, alors que les expériences de Davisson et Germer, de G. P. Thomson et de Rupp démontrent directement l'existence des ondes attachées aux électrons mobiles.

Précisons en quelques mots les circonstances de l'expérience de Davisson et Germer. Un courant d'électrons de vitesse connue tombe sur un cristal ; si les électrons étaient des points matériels tels que l'image classique nous les figure, ils seraient diffusés par le cristal ; mais si les électrons sont guidés par leurs ondes-pilotes, c'est le sort des ondes à travers les mailles du réseau cristallin qui régit le sort des électrons après leur arrivée sur le cristal ; or ces ondes se diffractent et l'intensité du phénomène vibratoire sera maximum dans une direction qui est la direction de la réflexion ordinaire, si l'angle d'incidence θ est tel que l'on ait

$$2d \cos \theta = n\lambda,$$

d étant la distance de deux plans réticulaires du cristal parallèles à la face bombardée, n un nombre entier et λ la longueur d'onde du train des ondes dans le cristal ; cette égalité indique simplement qu'il y a maximum du mouvement vibratoire réfléchi si la différence de marche est un nombre entier de longueurs d'onde. A ces directions correspondront alors, à cause du pilotage, des intensités du courant d'électrons qui sont maxima et comme d'autre part, on doit avoir entre la vitesse v des électrons et la longueur d'onde une relation donnée immédiatement par la mécanique ondulatoire, il s'ensuit que la détermination de ces directions privilégiées permet de vérifier l'accord entre la longueur d'onde prévue par la théorie et celle qu'assigne la diffraction. Cet accord est excellent.

Actuellement, les tentatives pour élargir la mécanique ondulatoire en conservant la base conforme au déterminisme rigoureux de la mécanique classique, sur laquelle se fondent les premières hypothèses ne semblent pas aussi fécondes que les autres tentatives dont nous allons parler et qui fournissent dans la théorie que l'on doit à MM. Wigner et Weyl un cadre admirable où se rangent tout naturellement les conclusions de la mécanique ondulatoire et tous les résultats de la spectroscopie, de la théorie générale des quanta et de la dynamique des électrons.

* * *

Essayons de reprendre l'histoire de ces tentatives à partir du moment où le modèle de Bohr s'étant avéré insuffisant, on chercha à y remédier. Les difficultés essentielles proviennent de la complication du phénomène de Zeeman ; l'action d'un champ magnétique où se trouvent des atomes émetteurs de raies, décompose certaines de ces raies et la description des phénomènes fut donnée par M. Landé au moyen d'une formule tout empirique où — *horresco referens* — au lieu de nombres quantiques entiers, se présentaient des nombres fractionnaires $\left(n + \frac{1}{2}\right)$ dont la seule existence était un scandale pour la théorie de Bohr. Qu'allait-il arriver si les quanta se mettaient à se partager en deux? Les difficultés théoriques se compliquèrent encore lorsqu'il s'agit d'expliquer les actions combinées d'un champ électrique et d'un champ magnétique sur les raies spectrales émises par des atomes placés dans de tels champs. L'hypothèse proposée par MM. Uhlenbeck et Goudsmit d'après laquelle les électrons auraient une rotation et un moment magnétique,

[1] Conférence faite devant les participants au Cours sur le béton armé, organisé par la Société suisse des ingénieurs et des architectes, à Lausanne, en octobre 1929.

[2] Voir *Bulletin technique* du 14 décembre 1929, page 293.

et la théorie de M. Pauli relative aux quatre nombres quantiques — au lieu des trois qu'assignait la théorie de Bohr-Sommerfeld — qu'il convenait d'assigner aux électrons d'un atome, ces électrons ayant dès lors quatre degrés de liberté, permirent de saisir d'une façon plus précise encore les difficultés à résoudre, car ces hypothèses hors cadre, tout ingénieuses qu'elles fussent et si conformes à la vérité expérimentale qu'on les supposât, manifestaient d'une manière bien nette les insuffisances de la théorie du modèle de Bohr.

Les tentatives pour englober dans une théorie unique tant d'hypothèses nouvelles datent de 1925. M. Heisenberg qui les inaugura eut tout d'abord le geste utile de l'iconoclaste qui cherche au delà des images offertes à sa piété les réalités d'une vivante religion. Qu'on me pardonne cette nouvelle métaphore théologique ! On sait que l'atome est formé d'un noyau et d'électrons ; mais quant à savoir ce que font les électrons à l'intérieur de l'atome, il ne faut pas songer à le chercher car par leur nature-même, les orbites de ces infimes planètes ne seront probablement jamais observables. Contentons-nous de chercher à exprimer l'état d'un atome en fonction de ce qui est observable seulement, et établissons des relations entre les fréquences et les intensités des spectres sans chercher à imaginer une explication par la figure et le mouvement dont rien ne nous permettrait de vérifier le bien-fondé. Un atome est susceptible d'être dans une suite discrète d'états énergétiques $E_1, E_2, \dots E_m, \dots E_n, \dots$; le passage d'un état à un autre s'accompagne de l'émission ou de l'absorption d'une raie spectrale. Ainsi le passage de l'état n à l'état m, correspond à la production d'une raie de fréquence

$$\nu_{n,m} = \frac{E_n - E_m}{h}, \quad \text{et d'intensité } |A_{n,m}|.$$

Le mouvement vibratoire de l'éther (si l'on veut) est représenté par la fonction $A_{n,m}\, e^{2\pi i \nu_{n,m} t}$, de sorte que le tableau de toutes les raies spectrales possibles est un tableau à double entrée :

$$\left\{\begin{array}{lll}
A_{11}\, e^{2\pi i \nu_{11} t}, & A_{12}\, e^{2\pi i \nu_{12} t}, \dots & A_{1\kappa}\, e^{2\pi i \nu_{1\kappa} t}, \dots \\
A_{21}\, e^{2\pi i \nu_{21} t}, & A_{22}\, e^{2\pi i \nu_{22} t}, \dots & A_{2\kappa}\, e^{2\pi i \nu_{2\kappa} t}, \dots \\
\text{»} & \text{»} & \text{»} \\
\text{»} & \text{»} & \text{»} \\
\text{»} & \text{»} & \text{»} \\
A_{i1}\, e^{2\pi i \nu_{i1} t}, & A_{i2}\, e^{2\pi i \nu_{i2} t}, \dots & A_{i\kappa}\, e^{2\pi i \nu_{i\kappa} t}, \dots \\
\text{»} & \text{»} & \text{»} \\
\text{»} & \text{»} & \text{»} \\
\text{»} & \text{»} & \text{»}
\end{array}\right\}$$

Comment calculer un tel tableau ? En se fondant sur des analogies avec la mécanique classique et par d'heureuses — de géniales — divinations, M. Heisenberg et ses émules ont montré que toute grandeur dynamique doit être représentée par un tel tableau à double entrée et que ces tableaux doivent être soumis à des règles de calcul que, fort heureusement, les mathématiciens du siècle passé avaient formulées sans se douter que les généralisations si abstraites que les notions de nombre, d'arithmétique, d'algèbre, de fonction, en recevaient ainsi, serviraient un jour à des physiciens désireux d'arracher ses secrets à la matière. Les tableaux en question sont des *matrices* et le calcul des matrices de la mécanique des quanta s'est montrée d'une extraordinaire fécondité pour la résolution de tous les problèmes posés par la théorie des quanta.

Un tel calcul n'est pas simple, il s'en faut de beaucoup. Par exemple, une des formules les plus courantes

$$pq - qp = \frac{h}{2\pi i}$$

le montre bien ; les matrices n'admettent pas la commutativité de la multiplication.

Mais dès lors qu'on se refusait à suivre les électrons sur leurs trajectoires, on renonçait du même coup à un déterminisme rigoureux et le calcul des probabilités s'introduisait tout naturellement dans la mécanique des quanta. Et par surcroît, on trouvait d'une façon merveilleuse, et par une voie différente de celle qu'avait suivie M. L. de Broglie, les fameux anneaux de la chaîne dont on tenait si fermement les extrémités sans voir le milieu. C'est, en effet, la notion de probabilité qui va permettre d'éclairer d'une manière vive et nette, la notion d'onde lumineuse. Partons de la théorie de l'émission. Des quanta de lumière, des photons, sont projetés dans tous les sens et — conformément à nos principes — nous ne songeons pas à les suivre puisque, expérimentalement, il est impossible de reconnaître la forme des trajectoires, le fait de les voir impliquant qu'on les déforme. Ce qu'il convient de connaître, c'est la probabilité qu'au point (x, y, z) ou dans une petite région autour du point (x, y, z), il y ait au temps t, un photon. C'est la fonction ψ représentant cette probabilité qui satisfait à l'équation des ondes ; à vrai dire l'image ondulatoire s'efface, le caractère périodique de la probabilité provenant des principes formels du calcul des matrices et des *opérateurs d'Hermite* qui leur sont attachés.

Il va sans dire que je ne saurais vous présenter en si peu de temps un tableau complet de la nouvelle mécanique des quanta ni même une justification précise des principes sur lesquels elle repose. Je me bornerai à vous citer quelques faits suggestifs, qui vous montreront un ou deux aspects des nouvelles conceptions.

* * *

Les phénomènes de choc sont parmi les plus curieux de ceux qu'a étudiés la nouvelle mécanique. Imaginons un électron se déplaçant en ligne droite et rencontrant un obstacle représenté, par exemple, par un champ répulsif d'une intensité donnée et d'une largeur donnée. La mécanique classique nous dit que si l'électron est lancé avec une vitesse suffisante, il franchira l'obstacle, sinon il s'arrêtera et rebroussera chemin, et l'on sait précisément dire où se fera le rebroussement. La nouvelle mécanique nous renseignera seulement sur la probabilité que l'électron franchira l'obstacle ou qu'il rebroussera chemin à un endroit déterminé. Plus précisément — les expériences en question concernant des courants d'électrons — on peut calculer l'intensité du courant qui est au delà de l'obstacle et l'intensité du courant qui n'ayant pu le franchir rebrousse chemin.

Une autre conséquence de la théorie est la relation d'indétermination de Heisenberg. Elle s'écrit

$$\Delta v \,.\, \Delta x \geqq k \,.\, h$$

k étant une constante relative au problème étudié, h la constante de Planck. Elle exprime que l'on échouera toujours si l'on cherche à préciser à la fois la position et la vitesse d'un électron, par exemple, c'est-à-dire que si l'on veut connaître la position x, à Δx près, et la vitesse v à Δv près d'un électron mobile sur une droite, ce qu'on gagnera en réduisant Δx, on le perdra sur Δv qui deviendra plus grand, et inversement. Cela est en parfait accord avec les prémisses, car demandons-nous comment on vérifierait expérimentalement la prédiction d'une position d'électron. Il faudrait naturellement l'éclairer avec une lumière de très courte longueur d'onde et l'observer avec un microscope spécial et une rétine susceptible d'être influencée par les rayons γ. Or la position de l'électron serait d'autant mieux visible que le nombre

$$d = \frac{\lambda}{2\epsilon} \quad \text{(inverse du pouvoir séparateur)}$$

où λ est la longueur d'onde et ϵ l'ouverture du microscope serait plus petit. Mais l'électron recevra des chocs d'autant plus intenses que h/λ est plus grand, et la vitesse acquise par l'électron ne pourra être mesurée qu'à une erreur près qui est proportionnelle à l'ouverture de l'instrument, et à l'intensité de choc ; le produit des erreurs sera donc proportionnel à h. Ce qu'on gagne en précision sur la position on le perd en précision sur la vitesse.

Plus précisément, en mécanique des quanta, on ne répond plus à la question suivante qui est la question fondamentale de la dynamique classique : Quelle valeur a telle grandeur dans tel cas déterminé ? Mais c'est celles-ci qui sont essentielles : « Quelles sont les valeurs possibles que peut prendre une grandeur physique, et quelle est la probabilité qu'elle prenne l'une d'elles dans un cas déterminé ? »

Le réseau des différentes valeurs possibles, pourrait-on dire, a des mailles dont la finesse n'est pas indéfiniment perfectible ; la grandeur de ces mailles est, en quelque manière (au sens du principe d'indétermination) mesurée par le nombre h.

On voit, d'après cela, que la synthèse cherchée entre la théorie ondulatoire et la théorie corpusculaire ne peut en aucune manière avoir les caractères simples auxquels les notions classiques, d'espace, de temps et de causalité s'appliquent. Un phénomène n'a pas un caractère ondulatoire ou un caractère corpusculaire en soi, il n'a pas les deux à la fois, il a l'un ou il a l'autre suivant les circonstances dans lesquelles on l'observe.

Les bases physiques de la théorie des quanta étant établies, les algorithmes mathématiques qui les expriment sont le calcul des matrices, le calcul des probabilités et enfin le théorie des *groupes* dont il nous reste à dire quelques mots.

* * *

Il ne sera pas inutile, je suppose, d'indiquer, avant d'en montrer les applications, l'importance de la notion de groupe. Prenons un exemple. On dit en général que la géométrie élémentaire est l'étude des propriétés des figures qui sont indépendantes de leur position particulière dans l'espace. La signification d'une telle phrase est bien vague, car on ne voit pas comment on peut être assuré que deux figures ayant des positions différentes sont égales, sans recourir à leurs propriétés, et celles-ci n'ont de sens que lorsqu'elles sont indépendantes de la position de la figure. En fait on doit dire nettement : les propriétés qu'étudie la géométrie élémentaire sont celles qui sont invariantes par certaines transformations subies par les figures et qu'on nomme déplacements. Ces transformations, en nombre infini, ont une signification bien précise ; par exemple, elles sont définies au moyen d'équations portant sur les coordonnées des points de la figure. Si deux figures sont égales à une troisième, elles sont égales entre elles. C'est là ce qui traduit intuitivement le fait que les transformations dont il est question forment un groupe, le produit de deux d'entre elles fait partie du groupe. On dit encore que deux déplacements successifs reviennent à un seul déplacement. Or cette signification de la géométrie peut s'étendre. On pourra étudier par exemple les propriétés des figures qui restent invariantes lorsqu'on leur fait subir une projection centrale, et alors la géométrie qu'on obtient ainsi est la géométrie projective.

On peut dire que c'est la notion de groupe qui rend précise la signification des axiomes sur quoi se fonde telle ou telle géométrie, et c'est elle qui a permis de jeter un jour nouveau sur la théorie des équations algébriques.

Or l'étude des groupes peut se faire indépendamment de toute application à la géométrie, ou pour les groupes discontinus, à l'algèbre. La doctrine mathématique dont cette étude dépend s'appelle la *théorie des groupes abstraits* ; le groupe est alors une collection d'objets soumis à un certain calcul qui en définit la structure. Le problème qui consiste à déterminer toutes les structures possibles des groupes est fondamental pour l'édification de toutes les parties des mathématiques. L'œuvre de M. Cartan, notre vénéré maître, est consacrée en grande partie à la solution de ce problème, et les résultats qu'il a obtenus en géométrie et en physique sont garants des succès futurs. Si dès lors, on a constaté dans la réalité géométrique, physique — et peut-être logique — (car nous ne sommes pas loin de croire que la logique est justiciable des mêmes règles) — que certains objets présentent telle ou telle symétrie et sont reliés les uns aux autres par des relations dont la structure est semblable à celle d'un groupe abstrait connu, alors toute la théorie du groupe en question s'applique à la dite réalité qui forme ce qu'on appelle une *représentation du groupe abstrait* considéré, et l'on peut croire, sans effort, que l'existence des propriétés physiques, géométriques ou logiques participe de l'existence du groupe. De là il n'y a pas un grand pas à faire pour établir un réalisme platonicien qui fonde la bonne conduite de notre raison et qui justifie l'effort de l'homme pour chercher la vérité dans les sciences.

Cette digression — dans les derniers termes de laquelle il vous sera loisible de ne voir qu'un verbiage métaphysique — étant achevée, voyons ce que la notion de groupe apporte à notre problème.

Il est clair que l'orientation d'un atome dans l'espace n'a aucune influence sur la nature des raies spectrales qu'il émet ; par conséquent, les formules qu'on obtiendra doivent fournir une représentation du groupe des rotations de l'atome. On pourrait exprimer ce fait d'une manière brève bien qu'un peu incorrecte : la mécanique de l'atome doit admettre le *groupe des rotations.* Si l'atome est dans un champ uniforme c'est le groupe des rotations autour de la direction du champ qui intervient.

Il y a plus. Nous ne savons pas distinguer un électron d'un autre ; donc si nous permutons dans un atome deux électrons, rien n'y sera changé ; nous pouvons dire encore que la mécanique de l'atome doit fournir une représentation du groupe des permutations relatives aux électrons.

Enfin les exigences de la relativité obligent encore les formules à prendre une forme invariante vis-à-vis du groupe de Lorentz. C'est là la source de la théorie que M. Dirac a découverte pour l'électron, et qui rend compte de l'hypothèse de MM. Goudsmit et Uhlenbeck.

Ces considérations très formelles suffisent dès lors à établir toute la théorie des spectres et l'on peut voir dans le récent livre de M. H. Weyl que la mécanique des quanta n'est qu'une sorte de géométrie, nous pourrions presque dire de logique, s'il est vrai que la notion de groupe est la clé, d'une part de toutes les opérations de l'esprit, et d'autre part de toute les manifestations de la nature: physique, géométrie ou logique qui ne seraient que des aspects divers des manifestations du principe de raison suffisante. Nous n'en voudrions pour preuve que la réduction du système périodique des éléments à un problème d'analyse combinatoire ou que l'étonnant raisonnement que M. Eddington a imaginé pour démontrer en se fondant sur des considérations de symétrie que le nombre $hc/2\pi e^2$ qui est une constante absolue de dimension 1, doit valoir 136, c'est-à-dire qu'il est égal au nombre des termes distincts d'une matrice symétrique de 16 lignes et de 16 colonnes qui s'introduit dans la mécanique de l'électron. Or ce nombre se trouve être égal à 135,9 et il est probable que les déterminations plus précises encore de e et de h, confirmeront la géniale idée de M. Eddington. Il semble que la théorie des groupes joue dans la physique le rôle que Leibniz assignait à la caractéristique universelle, prodigieuse analyse combinatoire dont le jeu serait le jeu même de l'univers.

* * *

Des points les plus éloignés du monde chimique, des provinces les plus diverses de la physique, des régions les plus élevées de la mathématique nous sont parvenus des matériaux avec lesquels nous avons bâti une théorie nouvelle. Nouvelle par toutes les choses qu'elle nous a fait découvrir ; mais nouvelle surtout parce que sa forme, — plus encore que la forme de la relativité ne le fait — procède directement de ce qu'on pourrait appeler les lois de l'être, si le réalisme métaphysique ne paraissait indigent à côté du réalisme de la théorie des groupes, où le philosophe peut voir la fin même de la vie de l'esprit et la raison des choses.

Qu'on ne croie pas que je prétende par là que la théorie des quanta conservera cette forme et ne se modifiera pas ! Non. Mais je crois qu'ayant puisé à ces sources dont le génie de Leibniz avait vu la fécondité, où les Galois, les Lie, les Poincaré, les Klein avaient remarqué l'essence même des mathématiques, le physicien y retournera, parce que seules elles fournissent cette eau vive dont toute science a besoin pour ne pas rester un vulgaire catalogue de faits ou une simple description d'apparences. Là où apparaît le groupe, là est la vérité, et c'est dans ce sens qu'il faut entendre la belle maxime grecque : « Dieu géométrise toujours ».

Bibliographie.

On trouvera un exposé de la théorie de Bohr dans :
Sommerfeld, La constitution de l'atome et les raies spectrales.
Jeans, La théorie du rayonnement et des quanta.
Les idées de M. *L. de Broglie* sont développées dans l'ouvrage : Ondes et Mouvements, du créateur même de la mécanique ondulatoire.
Il a paru récemment un supplément au livre cité de *M. Sommerfeld* : Atombau und Spektrallinien : Wellenmechanischer Ergänzungsband, qui donne une foule de renseignements expérimentaux très utiles à qui veut saisir plus intuitivement la mécanique nouvelle. La petite brochure de *Sir J.-J. Thomson* : Beyond the Electron, est parfaite à cet égard. Le livre souvent cité de M. *H. Weyl* a pour titre : Gruppentheorie und Quantenmechanik. Enfin la collection : Die Struktur der Materie (Springer, éd.) contient de savantes monographies sur tous les problèmes de la micromécanique.

Les locomotives électriques du chemin de fer Viège-Zermatt,

par Ad.-M. HUG, Ingénieur-Conseil à Thalwil-Zurich.

Cet article faisant suite à la description de la ligne électrique faite par M. Louis-H. Leyvraz, ingénieur, dans les numéros 19 et 20 du *Bulletin technique*, nous ne répéterons pas ici les généralités qui ont été indiquées au début de l'article précité.