Sur l'application du calcul des probabilités dans les projets de l'ingénieur

Autor(en): **Kummer, W.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **59 (1933)**

Heft 11

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-45653

59e année 27 mai 1933 N° 11

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Rédaction : H. Demierre et J. Peitrequin, ingénieurs.

Paraissant tous les 15 jours

ORGANE DE PUBLICATION DE LA COMMISSION CENTRALE POUR LA NAVIGATION DU RHIN

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

Commission centrale pour la navigation du Rhin

Compte rendu de la session d'avril 1933.

La Commission centrale pour la Navigation du Rhin a tenu, à Strasbourg, sa session de printemps, du 21 au 25 avril 1933, sous la présidence de M. Jean Gout, ministre plénipotentiaire.

Elle a siégé comme Tribunal d'appel et a prononcé un jugement sur une affaire contentieuse relative à la navigation rhénane.

En outre, elle a pris les résolutions suivantes :

Règlement de police pour la navigation du Rhin.
(Revision générale.)

Note du Secrétariat. — La Commission a décidé d'entreprendre une revision générale du Règlement de police pour la navigation du Rhin. Il convient de rappeler que, depuis 1868, ce règlement avait été revisé en 1877, 1887 et 1912 ; la dernière revision date donc de plus de 20 ans.

Règlement de police pour la navigation du Rhin.
(Article 5, chiffre 5.)

L'article 5, chiffre 5 du Règlement de police pour la navigation du Rhin est complété par un alinéa ainsi conçu :

« Toutefois, trois bâtiments accouplés peuvent naviguer en amont de Strasbourg à condition que la largeur totale des bâtiments accouplés ne dépasse pas 16 m et, en outre, à la condition qu'un au moins des bâtiments soit muni de moyens mécaniques de propulsion de force suffisante ou que les bâtiments soient remorqués. »

Cette disposition entrera en vigueur le 1er août 1933.

Règlement de visite des bateaux du Rhin.
(Adjonction d'un article 9 b.)

A. — La première phrase de l'article 7 du Règlement relatif à la visite des bateaux du Rhin est modifiée comme il suit :

« Si, par application des articles 6 et 9, 9 *b* ou 12, le bateau est reconnu apte à naviguer sur le secteur du Rhin auquel il est destiné, la Commission détermine l'enfoncement maximum autorisé pour le bateau chargé et indique cet enfoncement au moyen de plaques en fer de 30 cm de long et 4 cm de haut. »

B. — Il est ajouté un article 9 *b* ainsi conçu : « La Commission peut s'abstenir de procéder à la vérification de la construction du bateau et à la détermination de son armement, visées aux articles 6 et 9 ci-dessus, dans le cas où le bateau est muni d'un certificat délivré par une société de classification agréée par tous les Etats riverains et donnant à la Commission la garantie que le bateau en question remplit les conditions fixées par lesdits articles. »

C. — Le commencement de la seconde page de l'annexe *C* est modifié comme il suit :

Le bateau désigné ci-dessus a été visité dans
Le bateau, muni d'un certificat de la Société
toutes ses parties et accessoires par la Com-
de classification....... en date du.......
mission de visite soussignée, a été inscrit
a été inscrit sur l'état des bateaux de la
sur son état des bateaux sous le N°....
Commission de visite

(le reste sans changement).

Ces dispositions entreront en vigueur le 1er août 1933.

Etablissement d'un débouché de collecteur et d'un canal de refoulement dans le Rhin aux environs du p. k. 123,300 (kilométrage français).

La Commission autorise l'exécution du projet d'établissement d'un débouché de collecteur et d'un canal de refoulement dans le Rhin aux environs du p. k. 123,300 (kilométrage français), présenté par la Délégation française.

Unification du Droit fluvial.

La Commission charge S. E. le comte Martin-Franklin, Commissaire d'Italie, de présider le Comité de Droit fluvial en remplacement de M. Rossetti.

Date de la prochaine session.

La prochaine session s'ouvrira le mardi 14 novembre 1933, à 16 heures 30, et sera close, au plus tard, le 24 du même mois.

Sur l'application du calcul des probabilités dans les projets de l'ingénieur,

par le Dr W. KUMMER,
professeur à l'Ecole polytechnique fédérale, à Zurich.

L'ingénieur, établissant ses projets, se voit contraint assez souvent d'avoir recours à des suppositions plus ou moins arbitraires ; souvent il éprouve alors le sentiment de la mauvaise conscience. Mais il y a des cas où les suppositions qui l'inquiètent peuvent être justifiées par des calculs, en particulier par le calcul des probabilités, c'est-à-dire par des méthodes de projet dont se sert la pratique des assurances avec un succès bien connu. Il est vrai que ces méthodes laissent de côté la causalité rigoureuse qui règne dans les calculs de l'ingénieur d'une manière absolue. Il faut donc que l'ingénieur apprenne à admettre aussi la façon de projeter utilisée dans les assurances. Nous voyons trois chemins conduisant à l'application du calcul des probabilités dans les projets de l'ingénieur. Le premier chemin est celui d'une évaluation *a* *priori* d'après les formules classiques du calcul des probabilités, un second chemin est constitué par une évaluation *a priori* suivant des méthodes diverses, et un troisième chemin consiste dans l'utilisation d'un empirisme généralisé par la statistique mathématique. Nous allons démontrer l'avancement sur chacun de ces trois chemins.

1. Evaluation a priori, d'après les formules classiques du calcul des probabilités.

Une évaluation *a priori* n'est possible que par une évidence incontestable des principes de la méthode employée lors de l'évaluation. Nous verrons qu'il y a des cas pareils, même dans le domaine des probabilités.

Résumons d'abord que la probabilité d'un événement est le rapport des cas favorables à cet événement au nombre total des cas possibles, à condition que tous ces cas soient également vraisemblables. La probabilité p, ainsi conçue, est donc un nombre plus petit que 1. La probabilité q, pour que l'événement n'ait pas lieu, est donnée par

$$q = 1 - p.$$

Théorème des probabilités totales : la probabilité, pour que, de deux événements, l'un *ou* l'autre ait lieu, est la somme :

$$p_1 + p_2.$$

Théorème des probabilités composées : la probabilité pour que, de deux événements, l'un *et* l'autre aient lieu, est le produit :

$$p_1 \cdot p_2.$$

Ce dernier théorème fournit immédiatement une formule utile pour l'ingénieur supputant le trafic qui sort d'un centre important de circulation. Il suffit d'interpréter p comme rapport de l'emplacement occupé à l'emplacement offert par un moyen de transport le long du trajet ; en même temps p peut signifier la probabilité pour que le parcours de la longueur 1 soit effectué par une unité de transport ; pour la longueur 2, cette probabilité est égale à $p \cdot p$, pour une longueur x, elle est égale à p^x. En ajoutant un facteur constant, caractérisant l'importance du centre de circulation en général, on obtient la formule :

$$y = C \cdot p^x. \tag{1}$$

Cette fonction y satisfait à la fois aux statistiques qui donnent le nombre des objets qui interrompent leur voyage après x km de parcours, et aux statistiques qui indiquent le nombre d'objets qui accomplissent un trajet de x km et plus. Dans un travail publié en 1930[1], nous avons démontré que cette formule constitue la loi même de la circulation, intéressant les centres de celle-ci. La teneur de la formule (1) est représentée graphiquement par le type de courbe, figure 1.

La probabilité pour qu'un événement ait lieu r fois, et qu'il n'ait pas lieu $(n - r)$ fois, est donnée par l'expression :

[1] Voir « Schweizerische Bauzeitung » du 30 août 1930, page 104.

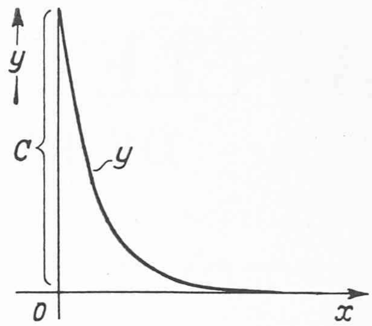

Fig. 1.

$$p^r \cdot q^{n-r} = p^r \cdot (1 - p)^{n-r}.$$

Pour n tentatives l'expression donnée est valable $\binom{n}{r}$ fois ; ainsi la probabilité P pour que, dans n tentatives, un événement ait lieu exactement r fois, est égale à :

$$P = \binom{n}{r} \cdot p^r \cdot (1 - p)^{n-r}. \tag{2}$$

Cette formule est connue sous le nom de *J. Bernoulli* ; on l'appelle souvent aussi la formule binômiale, étant donné que P, ainsi formulé, est un terme du développement du binôme. Elle est d'une très grande utilité pour l'ingénieur projetant, comme nous pourrons le constater tout à l'heure. Nous donnerons d'abord une extension mathématique qui est liée étroitement à cette formule. Il se peut que n soit très grand et que simultanément p soit très petit ; dans ce cas, la formule (2) se transforme en une formule (3) connue sous le nom de *S.-D. Poisson*, ainsi conçue :

$$P = e^{-m} \cdot \frac{m^r}{r\,!} \tag{3}$$

où : $m = n \cdot p$; $e = 2{,}718...$

La figure 2 représente, pour la même valeur m, à la fois le type de courbe donné par les formules 2 et 3, pour les valeurs spéciales de n et de p, dont il a été parlé. Ce sont les ingénieurs du téléphone qui ont été les premiers à reconnaître l'utilité des formules (2) et (3) pour l'évaluation *a priori* d'importantes données de projet. Leur problème principal a été celui de déterminer la capacité de fonctionnement d'un faisceau donné de fils téléphoniques, quant au nombre des communications téléphoniques à admettre simultanément. Soit m la durée totale des communications à effectuer par n participants au réseau, p étant la durée moyenne d'une conversation ordinaire, on a

$$m = n \cdot p.$$

Pour un nombre variable r de communications simultanées, la grandeur P, calculée d'après la formule (2), ou

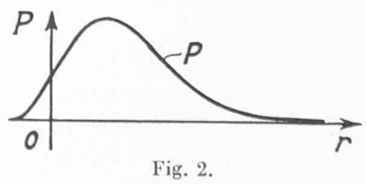

Fig. 2.

d'après la formule (3), fait connaître la durée probable. Par exemple, pour :

$n = 50$ participants,
$p = 0{,}04$ heure par conversation,

on a :

$$m = 50 \cdot 0{,}04 = 2 \text{ heures.}$$

Aussi pour un nombre n très grand, m peut être égal à 2, car il faut seulement, que p soit très petit simultanément ; alors on peut avoir :

$$m = \infty \cdot \frac{1}{\infty} = 2.$$

Le premier cas est celui de la formule (2), le second, celui de la formule (3). En tout cas, le maximum de P a lieu pour $r = m$. En calculant, pour $m = 2$, la valeur P, r étant égal à 2 lui-même, l'on trouve :

$P_{max} = 0{,}276$ suivant la formule (2),
$P_{max} = 0{,}271$ suivant la formule (3).

Nous faisons grandir r ; pour $r = 10$, les valeurs de P sont très loin du maximum, très petites et très détachées l'une de l'autre. En effet, pour $m = 2$, comme prévu, nous obtenons, r étant égal à 10 :

$P = 0{,}0000\,20$ heure $= 0{,}072$ sec., suivant (2),
$P = 0{,}0000\,38$ heure $= 0{,}137$ sec., suivant (3).

Il est évident, qu'avec seulement 50 participants, comme nous l'avons prévu dans le premier cas, c'est-à-dire dans le cas de l'application de la formule (2), la durée P de 10 communications simultanées doit être moindre qu'elle ne l'est pour un nombre très grand de participants, c'est-à-dire dans le cas de l'application de la formule (3), m étant toujours égal à 2. Les ingénieurs du téléphone se servent, ainsi, à la fois des formules (2) et (3) ; ils utilisent la formule (2) pour caractériser les conversations de longue durée, la formule (3) pour caractériser le service normal. Pour de plus amples renseignements sur ces applications, nous renvoyons à la bibliographie spéciale [1].

Il y a bien d'autres problèmes relatifs à l'occupation temporaire d'installations techniques qui peuvent être traités d'une manière analogue. En 1931, nous avons choisi celui de l'occupation des cages de garage d'automobiles, les cages étant attachées ensemble à une chaîne d'élévateur [2].

Un nouveau point de vue s'impose, quand on cherche à se servir de ces formules classiques afin de déterminer *a priori* les facteurs de charge des installations électriques, ainsi que, en général, d'une installation quelconque de débit centralisée. Nous nous sommes occupé de ce problème depuis 1925 [3] ; en 1929, nous avons utilisé les résultats de nos études dans un travail plus complet, paru en brochure, et traitant particulièrement le prix de l'énergie électrique ; le *Bulletin technique* a donné une analyse de cet opuscule [1]. Soit, pour la récapitulation de l'étude, r la fraction variable dans le nombre n des consommateurs similaires d'énergie, et soit p la probabilité pour qu'un consommateur fasse réellement un usage de la consommation, p étant un temps relatif, c'est-à-dire le rapport de la durée d'utilisation du consommateur T_c à la durée de consommation totale T, la formule (2) donne alors la probabilité pour que r consommateurs fassent réellement un usage de la consommation. Le nombre n étant généralement assez grand, la formule (2) peut être remplacée par la formule (3). En tout cas, pour une valeur déterminée de r, que nous désignerons par r', et qui est justement égale à $m = n \cdot p$, la fonction P accuse son maximum. A ce maximum, l'installation desservant les n consommateurs fonctionne avec la puissance la plus probable, c'est-à-dire avec la puissance moyenne $\overline{W}$. D'autre part, la puissance maximum W_{max} de l'installation sera fournie, quand la variable r aura une valeur déterminée r'' ; la valeur P'' correspondante, de la fonction P, doit alors être égale à la durée très petite qui est nécessaire pour que W_{max} puisse être formée par les conditions de l'installation. Cette durée-limite peut être déduite de l'expérience que l'on a, quant aux divers types d'installations centrales ; pour les centrales électriques, nous admettons que cette durée soit de 6,3 sec. $= P'' = 2{,}0 . 10^{-7}$ an. La puissance d'utilisation d'un consommateur étant égale à W_c, nous pouvons écrire :

$$\overline{W} = r' \cdot W_c \; ; \qquad W_{max} = r'' \cdot W_c.$$

Le rapport de la puissance maximum à la puissance moyenne, c'est-à-dire l'inverse du facteur de charge, est donné alors par la relation :

$$K = \frac{W_{max}}{\overline{W}} = \frac{r'' \cdot W_c}{r' \cdot W_c} = \frac{r''}{r'} = \frac{r''}{m} = \frac{r''}{n \cdot p}.$$

Pour une année entière, P'' est de $2{,}0 \cdot 10^{-7}$, suivant l'indication donnée plus haut ; en calculant, pour diverses valeurs de m, choisies entre $m = o$ et $m = \infty$, les fonctions P suivant les formules (2) ou (3) et en déterminant chaque fois l'abscisse r'' correspondant à l'ordonnée $P'' = 2{,}0 \times 10^{-7}$, l'on peut déterminer pour chaque valeur m le rapport K y relatif. En réunissant les résultats ainsi trouvés dans une courbe :

$$K = f\,(m).$$

l'on dispose de la solution du problème du facteur de charge. La courbe, figure 3, a été obtenue ainsi, en nous servant de la formule (3). La relation :

$$n \cdot W_c \cdot T_c = \overline{W} \cdot T$$

valable pour l'énergie consommée en tout, fournit :

$$\frac{\overline{W}}{n \, . \, W_c} = \frac{T_c}{T} = p.$$

[1] Voir notamment le livre paru en 1924 à Berlin (J. Springer), de *G. Rückle* et *F. Lubberger* : « Der Fernsprechverkehr als Massenerscheinung mit starken Schwankungen. »
[2] Voir page 93 de la « Schweizerische Bauzeitung » du 22 août 1931.
[3] Voir page 169 de la « Schweizerische Bauzeitung » du 3 octobre 1925.

[1] Voir page 202 du « Bulletin technique » du 24 août 1929.

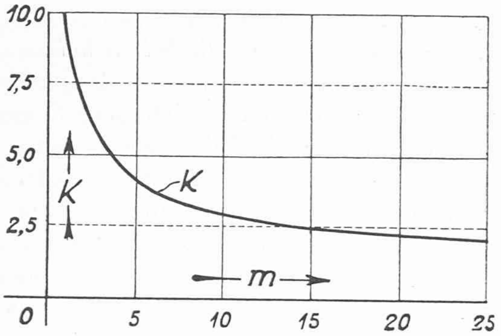

Fig. 3.

En y joignant la relation :

$$m = p \cdot n = \frac{\overline{W}}{W_c}$$

l'on constate que les abscisses de la figure 3 sont déterminées par :

$$m = \frac{\overline{W}}{W_c} .$$

La figure 3 illustre le fait bien connu que le rapport K diminue avec l'extension d'une installation ; au lieu d'une estimation vague, la figure 3 donne un nombre bien déterminé. En 1930, nous avons étudié, d'après cette méthode, le facteur K du service électrique des Chemins de fer fédéraux [1].

Afin de démontrer, par un exemple simple, l'utilité de cette méthode, nous cherchons à évaluer la puissance maximum requise par 50 ascenseurs, chacun de 8 kW de puissance et d'une durée d'utilisation de 200 heures par an, (la durée totale étant 8760 heures par an). Nous avons :

$$\overline{W} = \frac{50 \cdot 8 \cdot 200}{8760} = 9{,}13 \text{ kW}$$

$$m = \frac{9{,}13}{8{,}00} = 1{,}14.$$

De la figure 3, nous déduisons, pour $m = 1{,}14$, un rapport $K = 9{,}5$. Or, nous trouvons avec :

$$W_{max} = 9{,}13 \cdot 9{,}5 = 86{,}8 \; kW$$

la puissance maximum qui était à calculer.

Enfin, nous devons parler d'une autre extension mathématique de la formule (2) de Bernoulli. Dans le cas où n est du même ordre de grandeur que dans celui de la formule (3), tandis que p est voisin de $\frac{1}{2}$, la formule (2) peut être transposée dans la formule de *K·F. Gauss*, caractérisant la forme symétrique de la fonction P. Pour la forme symétrique, l'abscisse $r' = m = n \cdot p$ de la valeur P_{max} est utilement choisie comme point zéro du système des coordonnées. En choisissant ainsi, à la place des abscisses r, les nouvelles abscisses :

$$x = r - m = r - n \cdot p,$$

la formule de Gauss est donnée par :

$$P = \frac{1}{\mu \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\,\mu^2}} . \qquad (4)$$

[1] Voir page 1 de la « Schweizerische Bauzeitung » du 5 juillet 1930.

La constante μ de cette formule est appelée la « dispersion », étant déterminée par :

$$\mu = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}.$$

Nous aurons à nous occuper de la formule de Gauss dans la troisième partie de cette étude. Comme point de départ d'une évaluation *a priori*, la formule de Gauss est utilisée en balistique, lorsqu'il s'agit de calculer la probabilité des coups portants. La technique de l'ingénieur proprement dit se sert de cette formule dans tous les problèmes se rattachant à la théorie des erreurs ; mais ce ne sont guère des problèmes d'une évaluation *a priori*, que, d'autre part, nous visons dans cette étude.

(A suivre).

Les établissements balnéaires en Suisse

par M. Beda HEFTI, ingénieur-conseil, à Fribourg.

(Suite.) [1]

Citons, comme exemples typiques de constructions en forme de terrasses : la plage de Vevey-Corseaux [2], les établissements de Vulpera et de Gstaad. (Fig. 10 et 11.)

[1] Voir *Bulletin Technique* du 13 mai 1933, page 117.
[2] Décrite dans le numéro du 14 juin 1930 du *Bulletin technique*. — *Réd.*

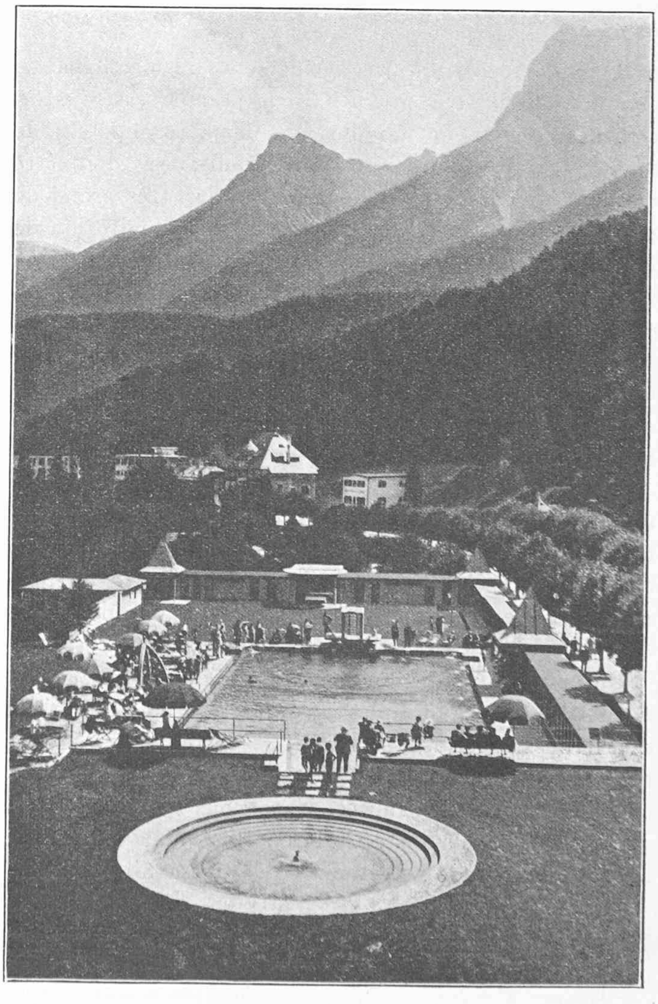

Fig. 10. — Piscine de Vulpera. Constructeur : M. B. Hefti.