

# Notes sur le calcul des déversoirs et seuils

Autor(en): **Jaeger, Ch.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **59 (1933)**

Heft 13

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-45657>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# BULLETIN TECHNIQUE

Rédaction : H. DEMIERRE et  
J. PEITREQUIN, ingénieurs.

## DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ORGANE DE PUBLICATION DE LA COMMISSION CENTRALE POUR LA NAVIGATION DU RHIN

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

SOMMAIRE : *Notes sur le calcul des déversoirs et seuils*, par M. Ch. JAEGER, ingénieur diplômé. — *L'architecture ouvrière*, par Albert SARTORIS, architecte. — CHRONIQUE. — *Construction des routes et circulation routière*. (suite et fin). — *Commentaires sur le kHh*. — SOCIÉTÉS : *Association amicale des anciens élèves de l'École d'ingénieurs de Lausanne*. — *Société suisse des ingénieurs et des architectes*. — BIBLIOGRAPHIE.

## Notes sur le calcul des déversoirs et seuils,

par M. CH. JAEGER, ingénieur diplômé.

### *Remarques préliminaires.*

Des progrès considérables ont été faits depuis quelques années en hydrodynamique, en sorte que l'hydraulique et ses méthodes classiques ont été quelque peu négligées. Certains spécialistes estiment qu'un problème n'est résolu que s'il l'est par les méthodes de l'hydrodynamique générale, par opposition à l'hydraulique, qui suppose admises, une fois pour toutes, un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

Cependant, il nous semble que l'on pourrait, en certains cas, trouver des solutions hydrauliques approchées de problèmes complexes, que les théories hydrodynamiques n'ont point encore permis d'aborder. De plus, maint ingénieur sera plus familiarisé avec les calculs hydrauliques qu'avec les théories récentes de l'hydrodynamique.

On déclare également que toute formule hydraulique doit être confirmée par une série d'expériences décisives. C'est parfaitement exact. Mais les formules d'hydrodynamique peuvent-elles se passer d'un pareil contrôle ? Il faudrait donc que chaque travail soit appuyé d'expériences de laboratoire. Peut-on cependant exiger d'un praticien qu'il trouve à la fois le temps et les moyens financiers nécessaires à ces travaux souvent fort longs et délicats ? Dans bien des cas, il se bornera, par la force des choses, à publier ses calculs, sans pouvoir malheureusement leur donner la rigueur scientifique qu'ils auraient, confirmés par des recherches expérimentales systématiques.

Avant de publier nos calculs, nous tenions à répondre à l'avance à certaines objections relatives au choix même de la méthode, et à marquer nous-mêmes quelle portée il convient de donner à notre étude.

## I. Déversoirs à crête arrondie<sup>1</sup>.

### 1. Généralités.

Boussinesq a traité de magistrale façon le problème des déversoirs à crête *mince*, en leur appliquant le principe de Bélanger du maximum du débit. Que son travail soit — actuellement — peu utilisé en pratique, s'explique fort bien. Il existe, en effet, d'excellentes formules empiriques, donnant le débit d'un déversoir à crête mince, en fonction de la hauteur de charge. Il était à la fois nécessaire et possible d'établir de pareilles formules : nécessaire parce que ces déversoirs servent au jaugeage des débits, jaugeages qui requièrent le maximum d'exactitude ; et possible, parce qu'il n'existe qu'une seule forme de déversoir en mince paroi et sans contraction latérale.

Nombre de formules empiriques donnent le débit d'un déversoir à paroi épaisse. Elles sont de valeur très inégale et se rapportent toutes à des cas bien particuliers. Hors de ces cas, nous ne savons point comment les utiliser, ni s'il est possible d'extrapoler à des ouvrages réels les valeurs obtenues en laboratoire. On est donc obligé de reprendre, pour chaque cas nouveau de quelque importance, des mesures et des études aussi longues que délicates. Certes, nous ne pensons pas que l'on puisse, d'ici longtemps, se passer de cette base expérimentale. C'est au contraire, en raison même de l'importance que nous leur attribuons, que nous estimons indispensable de faire précéder ces recherches de calculs théoriques.

Nous allons donner, à cet effet, pour les déversoirs à crête arrondie, une méthode de calcul approchée, qui s'apparente beaucoup à celle imaginée par Boussinesq dans sa « Théorie approchée de l'écoulement de l'eau sur un déversoir en mince paroi et sans contraction latérale ».

Il existe un certain nombre d'études qui nous permettront de comparer nos formules à des résultats expérimentaux connus. Nous nous appuierons, en particulier, sur les recherches de Rehbock et de Koch. Cependant,

<sup>1</sup> Voir BOUSSINESQ : « Théorie approchée de l'écoulement de l'eau sur un déversoir en mince paroi et sans contraction latérale », Paris, 1907. — FLAMENT : « Hydraulique », Paris, 1923. — FORCHHEIMER : « Hydraulik », Berlin, 1930.

ce sont les travaux de M. L. Escande<sup>1</sup>, de l'Institut électro-technique de Toulouse, qui ont été le point de départ de nos recherches et qui justifient le mieux le principe de notre calcul. Etudiant le barrage du Pinet, sur le Tarn, et le barrage de Puechabon, sur l'Hérault, M. Escande a démontré<sup>2</sup> que l'équation de continuité et le théorème de Bernoulli ont été vérifiés l'un et l'autre dans les deux cas. Il existe par le fait, tout au moins pour certains déversoirs, un potentiel des vitesses dans la nappe déversante, exception faite de la couche limite, qui est toujours à écoulement turbulent et pour laquelle les vitesses n'obéissent plus à la loi de Bernoulli. La couche limite correspond à une variation brusque de la loi de répartition des vitesses, mais non de la loi des pressions. Dans un pareil déversoir, nous pourrions donc appliquer au calcul du coefficient de débit le théorème de Bernoulli (le débit de la couche-limite est négligeable) et le théorème plus général des quantités de mouvement. Nous pourrions, en outre, calculer les pressions le long du parement, puisque l'existence de la couche-limite ne modifie pas leur répartition. Ces recherches expérimentales nous permettent donc d'aborder avec quelques chances de succès les deux problèmes pratiques les plus importants des déversoirs à crête arrondie : le calcul du coefficient de débit et la répartition des pressions le long du parement aval.

## 2. Calcul du coefficient de débit et répartition des pressions le long du parement aval.

### a) Equation de Bernoulli.

Considérons un déversoir massif, à crête arrondie (fig. 1). Soit  $R_1$  le rayon de courbure au sommet, compris dans le plan vertical  $I-I$ , et  $R$  un rayon de courbure quelconque en un point du parement aval, où la tangente

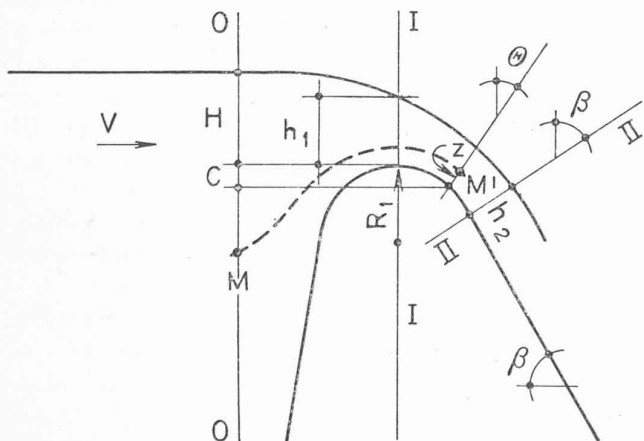


Fig. 1. — Ecoulement de l'eau sur un déversoir à crête arrondie.

<sup>1</sup> Voir L. ESCANDE : « Etude théorique et expérimentale sur la similitude des fluides incompressibles pesants », Paris, Edition de la « Revue générale de l'Electricité », 1929. — « Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences », 29 octobre 1928, t. CLXXXVII, p. 756-758. — « Bulletin technique de la Suisse Romande », 1930 ; N° 17, 18, 19, 20, 21, « Recherches sur les barrages-déversoirs ».

<sup>2</sup> L. ESCANDE : « Bulletin technique de la Suisse Romande », 1930, p. 242 et 243.

fait un angle  $\theta$  avec l'horizontale. Soit  $\beta$  l'angle de la partie rectiligne du parement aval. Soient encore  $C$  l'ordonnée d'un point quelconque du parement, mesurée à partir du sommet de la crête,  $h$  l'épaisseur de la nappe en une section d'inclinaison quelconque  $\theta$ , et  $Z$  l'ordonnée d'un point quelconque de cette section. Nous réservons l'indice « 1 » aux valeurs de la section  $I-I$  et l'indice « 2 » aux valeurs de la section  $II-II$ . Introduisons, en outre, les valeurs relatives suivantes, obtenues en divisant les valeurs réelles par la hauteur  $H$  de la ligne d'énergie :

$$\rho = \frac{R}{H}; \quad c = \frac{C}{H}; \quad K = \frac{h}{H} \quad \text{et} \quad z = \frac{Z}{H}.$$

Nous supposons que le bassin à l'amont du déversoir est infiniment grand, c'est-à-dire que la vitesse d'approche de l'eau  $V$  est négligeable. Considérons une section  $O-O$  à l'amont du barrage, telle que  $V^2/2g$  étant négligeable, nous puissions y confondre la ligne d'énergie et le niveau de l'eau. Dans ces conditions, nous écrirons, d'après Bernoulli, en désignant par  $v$  la vitesse et par  $p$  la pression en un point quelconque de la nappe déversante situé en aval de  $I-I$  (en considérant un filet liquide  $MM'$ ) :

$$(1) \quad H + C = Z \cos \theta + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}.$$

Dérivons (1) par rapport à  $Z$  : il vient :

$$(2) \quad 0 = \cos \theta + \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{dZ} + \frac{v}{g} \frac{dv}{dz}.$$

Le théorème de d'Alembert, aussi connu sous le nom d'équation générale d'équilibre dynamique, nous donne pour un filet liquide :

$$(3) \quad \frac{dp}{dz} = \frac{\gamma}{g} (T - w'),$$

expression dans laquelle  $T$  est la composante des forces extérieures selon l'axe des  $Z$  et  $w'$  l'accélération centrifuge. Faisons une hypothèse relative à la valeur du rayon de courbure d'un filet liquide en un point d'ordonnée  $Z$ . Admettons qu'il soit égal à  $R+Z$ . En ce cas

$$w' = - \frac{v^2}{R+Z}.$$

C'est d'ailleurs la seule hypothèse secondaire que nous introduirons dans nos calculs. Elle est d'un emploi courant en hydraulique et nous ne l'appliquons qu'aux seuls profils situés en aval de  $I-I$ , pour lesquels la relation semble très plausible. Elle ne le serait plus pour les profils situés en amont de  $I-I$ .

Dans ces conditions (3) devient dans le champ de gravitation :

$$(4) \quad \frac{dp}{dz} = - \gamma \cos \theta + \frac{\gamma}{g} \frac{v^2}{R+Z}.$$

Comparons (2) et (4), il vient :

$$\frac{1}{v} \frac{dv}{dz} + \frac{1}{R+Z} = 0$$

ou

$$(5) \quad v(R+Z) = v_i R = v_e(R+h);$$

$v_i$  et  $v_e$  représentant la vitesse des filets extrêmes, intérieur et extérieur, de la nappe.

En désignant par  $p_0$  la pression en un point d'abscisse  $Z=0$  et en posant :

$$N = \frac{p_0}{\gamma H}$$

on aura successivement :

Pour  $Z=0$

$$v_i = \sqrt{2g\left(H+C-\frac{p_0}{\gamma}\right)} = \sqrt{2gH(1+c-N)}.$$

Pour  $Z=h$

$$v_e = \sqrt{2g(H+C-h \cos \theta)} = \sqrt{2gH(1+c-K \cos \theta)}$$

et pour  $Z$  quelconque :

$$v = \sqrt{2g\left(H+C-\frac{p_0}{\gamma}\right)} \frac{R}{R+Z} = \sqrt{2gH(1+c-N)} \frac{\rho}{\rho+z}.$$

Nous avons en outre :

$$(6) \quad \frac{v_i}{v_e} = \frac{R+h}{R} = \frac{\rho+K}{\rho} = \sqrt{\frac{1+c-N}{1+c-K \cos \theta}},$$

d'où :

$$(7) \quad N = 1+c - \left(\frac{\rho+K}{\rho}\right)^2 (1+c-K \cos \theta).$$

Ces diverses relations nous suffisent pour déduire, sans autre, que le débit linéaire  $q = \frac{Q}{B}$  ( $B$  = largeur du déversoir) est donné par la formule :

$$(8) \quad \begin{cases} q = mH \sqrt{2gH} \\ m = 2,3(\rho+K) \sqrt{1+c-K \cos \theta} \log \frac{\rho+K}{\rho}. \end{cases}$$

En vertu de l'équation de continuité, cette formule est valable pour une section quelconque, comprise entre  $I-I$  et  $II-II$ . Si nous l'appliquons par exemple à deux sections d'inclinaison  $\theta'$  et  $\theta''$ , on obtient une relation entre  $K'$  et  $K''$  qui implique, pour autant que l'écoulement obéit réellement à la loi de continuité et au théorème de Bernoulli, certaines conditions de forme et d'épaisseur auxquelles la nappe déversante doit satisfaire. Ecrivons l'équation (8) pour les profils  $I-I$  et  $II-II$ ; nous aurons successivement :

$$(9) \quad m = 2,3(\rho_1+K_1) \sqrt{1-K_1} \log \frac{\rho_1+K_1}{\rho_1}$$

et

$$(10) \quad \begin{cases} m = 2,3(\rho_1+K_1) \sqrt{1-K_1} \log \frac{\rho_1+K_1}{\rho_1} = \\ = 2,3(\rho_2+K_2) \sqrt{1+c_2-K_2 \cos \beta} \log \frac{\rho_2+K_2}{\rho_2}. \end{cases}$$

Cette dernière équation nous fournit une première relation entre  $K_1$  et  $K_2$ . L'équation des quantités de mouvement nous en fournira une seconde. On pourrait aussi remplacer le calcul par une mesure directe de  $h_1$  donnant  $K_1$ , mesure qu'il serait aisé d'effectuer en même temps que celle de  $H$ .

Avant d'aborder le calcul mentionné, nous allons étudier la forme des courbes  $m$ , données par l'équation (9) lorsque  $\rho_1$  est constant. Nous avons résumé nos calculs dans le tableau I et reproduit les courbes sur la figure 2.

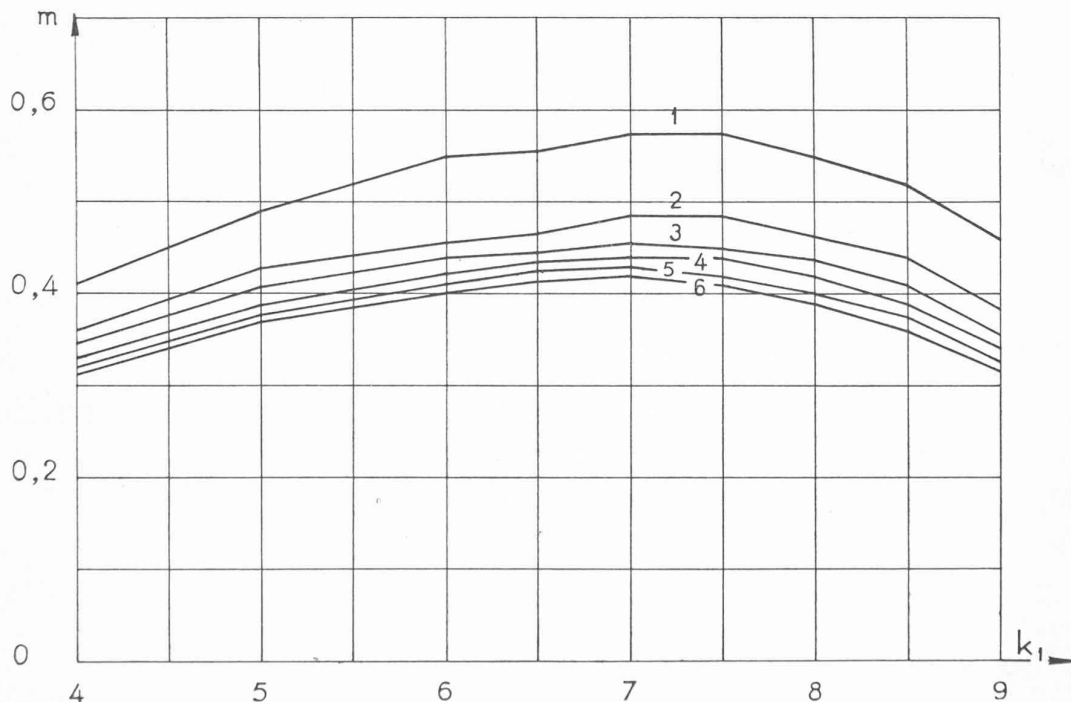


Fig. 2. — Déversoir à crête arrondie.

Variation du coefficient de débit,  $m$ , en fonction de  $K_1 = \frac{h_1}{H}$  et de  $\rho_1 = \frac{R_1}{H}$   
 1)  $\rho = 0,5$  2)  $\rho = 1$  3)  $\rho = 1,5$  4)  $\rho = 2$  5)  $\rho = 3$  6)  $\rho = 4$

TABLEAU I.

Valeur du coefficient de débit  $m$  en fonction de  $\rho$  et de  $K_1$ .

$K_1 =$	0,4	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9
$\rho_1 = 0,5$	0,411	0,49	0,549	0,555	0,575	0,572	0,555	0,5195	0,455
$\rho_1 = 1$	0,364	0,429	0,476	0,479	0,494	0,4895	0,4725	0,440	0,385
$\rho_1 = 1,5$	0,3475	0,406	0,446	0,451	0,461	0,4556	0,438	0,409	0,3565
$\rho_1 = 2$	0,3385	0,394	0,4305	0,433	0,442	0,438	0,419	0,3905	0,3405
$\rho_1 = 3$	0,3385	0,3816	0,414	0,4235	0,4235	0,4175	0,401	0,3725	0,3232
$\rho_1 = 4$	0,324	0,374	0,406	0,4145	0,4145	0,4065	0,3905	0,3605	0,314

Il était évident que le coefficient  $m$  devait dépendre de la valeur de  $\rho_1$ . Notre tableau et, mieux encore, nos courbes montrent que  $m$  dépendra également de  $K_1$ ; c'est-à-dire de la forme du parement aval. On voit d'ailleurs aisément entre quelles limites  $m$  peut varier. Il est très intéressant que toutes les courbes  $\rho_1 = \text{const.}$  présentent un maximum pour  $K_1$  compris entre 0,68 et 0,72, à savoir :

pour $\rho =$	0,5	1	1,5	2	3	4
$m_{\text{max}}$	0,576	0,495	0,462	0,442	0,424	0,415

Nous rechercherons donc plus loin quelles conditions un déversoir devra remplir pour que le débit soit maximum pour un rayon de courbure donné.

#### b) Théorème des quantités de mouvement.

L'équation des quantités de mouvement, écrite pour la masse d'eau comprise entre les sections I—I et II—II, nous fournira la seconde relation entre  $K_1$  et  $K_2$ , dont nous avons besoin pour résoudre le problème. Sans entrer dans le détail d'un calcul que le lecteur pourra refaire aisément, nous désignerons par :

$$H^2 \Psi_1 = \int_0^{h_1} \left( \frac{v^2}{g} + \frac{p}{\gamma} \right) dz$$

la somme des quantités de mouvement et des pressions dans la section I—I; et par

$$H^2 \Psi_2 = \cos \beta \int_0^{h_2} \left( \frac{v^2}{g} + \frac{p}{\gamma} \right) dz$$

la composante horizontale des mêmes grandeurs dans le profil II—II. La somme des composantes horizontales des pressions le long du parement aval prendra la forme :

$$H^2 P = \int_0^{\beta} \frac{p^0}{\gamma} R \sin \theta d\theta.$$

L'équation des quantités de mouvement, écrite en valeurs relatives, deviendra :

$$(11) \quad \Psi_1 + P = \Psi_2$$

Dans cette équation, on a, tous calculs effectués :

$$(12) \quad \Psi_1 = K_1 - \frac{1}{2} K_1^2 + (1 - K_1) \left( \frac{\rho_1 + K_1}{\rho_1} \right)^2 \left( \frac{\rho_1 K_1}{\rho_1 + K_1} \right)$$

et

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} \Psi_2 &= (1 + c_2) K_2 \cos \beta - \frac{K_2^2 \cos^2 \beta}{2} + \\ &+ \cos \beta \left( \frac{\rho_2 + K_2}{\rho_2} \right)^2 (1 + c_2 - K^2 \cos \beta) \left( \frac{\rho_2 K_2}{\rho_2 + K_2} \right). \end{aligned} \right.$$

Quant à la valeur  $P$ , elle représente l'intégrale :

$$(14) \quad P = \int_0^{\beta} N \rho \sin \theta d\theta$$

sur la résolution de laquelle nous reviendrons encore. L'équation (11) contenant une intégrale est probablement insoluble, dans le cas général, par un calcul direct. Nous procéderons par tâtonnements en admettant des solutions  $K'_1$  et  $K''_1$ , auxquelles correspondront deux valeurs bien déterminées  $K'_2$  et  $K''_2$  satisfaisant à l'équation (10). On vérifiera ensuite si ces solutions  $K'_1, K'_2$  ou  $K''_1, K''_2$  satisfont à l'équation (11). Ce ne sera point le cas, en général, mais avec quelque habitude du calcul, ces deux essais suffiront pour que l'on puisse interpoler assez exactement la racine réelle cherchée, d'où nous déduirons le coefficient de débit  $m$ , au moyen de l'équation (9).

Il y a lieu de revenir sur la difficulté signalée plus haut, soit le calcul de l'intégrale  $P$ . Elle contient la valeur  $N$ , fonction elle-même de  $K$ . Or  $K$  lui-même est donné par l'équation (8). Le problème paraît insoluble. On peut tourner la difficulté en exprimant, en première approximation que  $K$  varie linéairement entre  $K_1$  et  $K_2$ . On vérifie alors que l'intégration est possible dans la plupart des cas et en particulier, qu'elle sera relativement simple dans le cas où le déversoir est de forme circulaire.  $\rho$  est alors constant et  $c$  une fonction de  $\cos \theta$ . Nous ne reproduisons pas ce calcul laborieux et d'ailleurs critiquable au point de vue mathématique. Il est, en effet, aisé de tourner toutes ces difficultés en considérant entre I—I et II—II une série de profils d'inclinaison  $\theta', \theta'', \theta''', \dots$ , pour lesquels nous calculons, pour une valeur donnée  $K'_1$  ou  $K''_1$  de  $K_1$  la valeur de  $N$ , au moyen des équations (7) et (10). Il sera alors aisé de résoudre graphiquement l'intégrale  $P$  dans tous les cas, et sans hypothèse intermédiaire.

Le problème est donc résolu du point de vue mathématique. (A suivre.)

## L'architecture ouvrière

par Albert SARTORIS, architecte.

Dans le domaine des théories touchant aux problèmes nouveaux de la maison ouvrière, qui ont des interférences avec de nombreuses et importantes questions morales et sociales, on remarque depuis quelques années une intense activité. En fait, jusqu'au début de ce siècle, en matière d'architecture ouvrière, nous nous étions accoutumés au désintéressement le plus complet. A part quelques rares réalisations tentées en Italie, en Angleterre et en Belgique, nous ne rencontrons ailleurs que peu