Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 66 (1940)

Heft: 1

Artikel: Mémoire sur la méthode d'intégration des altitudes en aérologie: nivellement barométrique de précision

Autor: Lugeon, Jean

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-50637

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

66e année 13 janvier 1940 N° 1

BULLETIN TECHNIQUE
DE LA SUISSE ROMANDE

ABONNEMENTS :
Suisse : 1 an, 12 francs
Etranger : 14 francs
Pour sociétaires :
Suisse : 1 an, 10 francs
Etranger : 12 francs
Prix du numéro :
75 centimes.
Pour les abonnements s'adresser à la librairie F. Rouge & Cie, à Lausanne.

Paraissant tous les 15 jours

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale. —

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. Neeser, ingénieur, à Genève ; Vice-président : M. Imer, à Genève ; secrétaire : J. Calame, ingénieur, à Genève. Membres : *Fribourg :* MM. L. Hertling, architecte ; A. Rossier, ingénieur ; *Vaud :* MM. F. Chenaux, ingénieur ; E. Elskes, ingénieur ; Epitaux, architecte ; E. Jost, architecte ; A. Paris, ingénieur ; Ch. Thévenaz, architecte ; *Genève :* MM. L. Archinard, ingénieur ; E. Odier, architecte ; Ch. Weibel, architecte ; *Neuchâtel :* MM. J. Béguin, architecte ; R. Guye, ingénieur ; A. Méan, ingénieur cantonal ; *Valais :* M. J. Dubuis, ingénieur, à Sion.

Rédaction : D. Bonnard, ingénieur, Case postale Chauderon 475, Lausanne.

ANNONCES
Le millimètre sur 1 colonne, largeur 47 mm :
20 centimes.
Rabais pour annonces répétées.
Tarif spécial pour fractions de pages.
Fermage des annonces :
Annonces Suisses S. A.
8, Rue Centrale (Pl. Pépinet)
Lausanne

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE
A. Stucky, ingénieur, président ; G. Epitaux, architecte ; M. Imer.

SOMMAIRE : *Mémoire sur la méthode d'intégration des altitudes en aérologie. Nivellement barométrique de précision*, par Jean Lugeon. — *Les bases physiologiques de l'aération et du chauffage*, par le professeur Dr W. v. Gonzenbach, Zurich. — Bibliographie. — Service de placement.

Mémoire sur la méthode d'intégration des altitudes en aérologie.

Nivellement barométrique de précision,

par Jean LUGEON.

Genèse.

Les nécessités du jour, tant en météorologie, qu'en aéronautique ou à l'armée ont provoqué un développement considérable des sondages aérologiques.

Il convenait de chercher un procédé simple, rapide, précis, économique et soustrait aux erreurs graphiques ou arithmétiques, pour calculer les altitudes, les niveaux de pression, de température et d'humidité de l'atmosphère.

C'est ce que j'ai proposé dans trois notes parues en février, avril et juin 1939 à l'*Académie des Sciences de France* (1, 2, 3) [1].

Les nombreuses méthodes de calcul des altitudes d'Angot, Hergesell, Bjerknes, Shaw, Emden, Stuve, Bleeker-Cannegieter, etc., collationnées dernièrement dans le remarquable ouvrage du professeur Weickmann, président de la *Commission aérologique internationale* (4), font appel soit à la formule barométrique, à la relation de Poisson-Bjerknes, à des tables ou graphiques adiabatiques, à l'entropie (téphigramme, émagramme, aérogramme), etc. En fait, la détermination des altitudes repose sur le principe général de la décomposition de l'atmosphère en couches élémentaires superposées. On part du sol dont l'altitude est connue, puis on calcule l'épaisseur de chacune de ces couches successives, souvent d'une manière assez arbitraire, par la nécessité d'obtenir un résultat rapide. Comme il faut dans tous ces cas opérer avec des valeurs moyennes obtenues graphiquement ou par le calcul, on introduit forcément des approximations qui peuvent conduire à de notables différences, selon la disposition des opérateurs.

L'évaluation d'une altitude précise au niveau de la stratosphère demande souvent plusieurs heures, surtout quand on rencontre des inversions de température. Même un calculateur entraîné ne saurait éviter des erreurs ; une seule tranche mal évaluée à la base fausse tout le résultat. Je passe sur d'autres inconvénients techniques que l'on rencontre toujours en utilisant des diagrammes : dilatation du papier, disproportion des échelles, particulièrement dans l'usage des abaques logarithmiques, etc. Pour ces raisons j'ai posé le problème d'une autre manière.

L'altitude par planimétrage.

Considérons la formule barométrique-altimétrique, sous sa forme symbolique générale :

$$H = f\,(p,\ t,\ u)$$

où, H = altitude en mètres dynamiques (unité géopotentiel), t = température, u = humidité.

Nous avons le droit d'écrire, d'après V. Bjerknes (5) :

$$H = f\,(p,\ t_v)$$

[1] Les chiffres entre parenthèses concernent les articles ou volumes cités dans la notice bibliographique donnée à la fin de cette étude.

où t_v est la température virtuelle et f est donné par une relation très simple qui définit mathématiquement et physiquement rigoureusement le calcul de l'altitude.

Cette formule a été mise sous forme de Tables d'atmosphères isothermes (5), universellement connues et je n'y reviens pas ; elles servent comme valeurs numériques au procédé qui va être décrit. Je donne un résumé de la théorie du géopotentiel et de la formule barométrique en note infrapaginale [1].

En considérant le problème, ainsi que l'a résolu V. Bjerknes, je me suis dit ceci : si, au lieu d'assimiler l'altitude H, comme on le fait habituellement, à une longueur géométrique, je l'assimile à une surface, c'est-à-dire au produit de deux longueurs x, y, la fonction précédente s'écrira comme une intégrale $\int y \,.\, dx$, sous la forme suivante :

$$H = \text{const.} + \int_{p_o}^{p_x} f(p)\, dp = C + \int_{p_o}^{p_x} f(p.t_v)\, dp.$$

Ce raisonnement, dont le sens doit être bien compris est la base même du nouveau procédé.

Si, dans un système de coordonnées quelconques, je porte p en abscisses et t_v en ordonnées, j'obtiens une ligne définie par un certain nombre de points (p, t_v), tirés directement de la radiosonde ou du diagramme du météorographe d'avion, ballon ou cerf-volant (fig. 1).

Si les échelles des axes p et t_v ont été choisies en conformité avec f, on voit que l'altitude H entre deux niveaux de pression quelconque d'abscisses p_o et p_x, selon la définition adoptée, est la surface comprise entre les ordonnées élevées sur ces abscisses et la courbe.

Il suffit alors de choisir une unité de surface commode, pour que toute altitude soit donnée en quelques

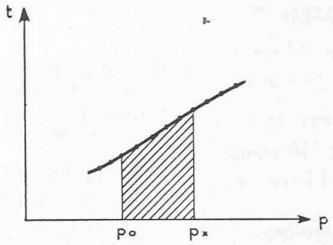

Fig. 1.

secondes en mesurant cette surface avec un planimètre ordinaire du commerce, et celà avec n'importe quelle précision.

D'où une première conclusion.

Ayant reporté tout le radiosondage dans un tel système de coordonnées, l'altitude d'un niveau de pression quelconque, d'une température et d'une humidité, voire le sommet du sondage, est donné par un seul coup de planimètre.

Comme la pratique nous oblige à situer dans l'espace tous les détails des courbes d'état H,p ; H,t ; H,u, il en découle qu'il sera nécessaire de faire un grand nombre de planimétrages intermédiaires et successifs, depuis le sol au plafond intéressant le sondage. On pourra commencer ces sectionnements d'ailleurs à n'importe quelle altitude obtenue par un premier planimètrage. Quoique

[1] Je rappelle sommairement que l'accélération de la pesanteur variant en latitude et en altitude, il a été nécessaire, pour comparer rigoureusement les éléments aérologiques dans toute l'étendue de l'atmosphère, d'introduire une unité d'altitude telle, que cette variation rapportée à un niveau de référence uniforme, permette l'emploi du système d'unités pratiques. Par ailleurs, on aura ainsi l'avantage de pouvoir traiter rigoureusement les phénomènes aérologiques, indépendamment de la variation de la gravité.

Soit le poids P défini par $P = m.g$, où m est la masse et g l'accélération de la pesanteur. Le travail Φ, livré par une masse m, le long d'un chemin vertical h, si la gravité g était constante est donné par $\Phi = m.g.h$. Mais puisque g est une grandeur variable, on doit écrire cette équation sous une forme différentielle, puis l'intégrer entre les hauteurs limites $h = o$ et $h = h$, considérées, ce qui donne $\Phi = m \int_{o}^{h} g.dh$.

Si m est l'unité de masse à la hauteur $h = o$, au niveau de la mer, la valeur de Φ est le potentiel de gravité ou le *géopotentiel* à la hauteur h.

Le géopotentiel en un point est donc le travail fourni par l'unité de masse, quand celle-ci se déplace de ce point vers une surface dont le potentiel est zéro. Par définition, cette surface est le niveau de la mer. On définit la *différence de géopotentiel* entre 2 points A et B en une unité CGS telle, que le travail fourni pour vaincre la pesanteur par 1 gramme se déplaçant de A à B est égal à 1 erg. L'unité pratique de géopotentiel est 10^5 CGS. On lui a donné plusieurs noms, mais sans s'entendre définitivement (voir les résolutions de l'Union Géodésique et Géophysique internationale, Lisbonne 1933).

En d'autres termes, la différence de hauteur selon la verticale entre 2 niveaux de géopotentiel différents de 1 unité de géopotentiel dépendant de g, dépend de l'endroit où on la considère au-dessus de la terre.

Si h est la différence de hauteur en centimètres entre 2 niveaux de géopotentiel différents de n unités de géopotentiel en un endroit où l'accélération de la pesanteur est g, le travail nécessaire pour déplacer une masse m entre ces niveaux est donc :

$$n.10^5.m.g.h.\text{erg.},$$

$$\text{donc} \qquad h = \frac{10^5.n.m}{m.g} = 10^5 \frac{n}{g} \text{ centimètres.}$$

On voit donc que la distance verticale de 2 niveaux différents de une unité de géopotentiel est égale à $10^5.g$ centimètres.

Si, par exemple $g = 981$ cm.sec^{-2}, cette distance verticale, que nous pouvons maintenant appeler une différence d'altitude est

$$\frac{10^5}{981} = 102 \text{ centimètres.}$$

C'est précisément cette distance verticale, ainsi définie, qu'on a convenu d'appeler le *mètre dynamique*, m.dyn.

En résumé :

$$1 \text{ m.dyn. (en unités métriques)} = \frac{1000}{g}, \text{ où } g \text{ est en cm.sec}^{-2}.$$

Différence en $^0/_0$ entre le mètre géométrique et les mètres dynamiques.

Latitude	0°	40°	80°
Altitude en mètres géométriques			
0	2,19	1,98	1,69
8 000	2,44	2,23	1,94
14 000	2,63	2,42	2,13
20 000	2,81	2,60	2,31

Soit Φ, le géopotentiel, v le volume spécifique et p la pression en millibars, la loi de l'hydrostatique s'écrit :

$d\,\Phi = -v.dp$, qui contient trois variables, dont deux pour l'air sont liées à la température T, par la loi des gaz parfaits : $p.v = R.T$, où T est la température réelle dans le cas de l'air sec, ou la température virtuelle dans le cas de l'air humide. Comme nous aurons toujours affaire ici à de l'air humide, nous ne calculerons qu'avec la température virtuelle T_v, en convertissant les lectures du thermomètre sec à l'aide des données psychrométriques du thermomètre mouillé mis à son côté, ou de l'hygromètre. Des tables donnent cette différence qui varie également avec la pression barométrique.

Passant sur diverses considérations théoriques, la combinaison des formules précitées donne la formule barométrique générale, sous sa forme différentielle :

$$\frac{d\,\Phi}{T_v} = -R \,.\, \frac{dp}{p}$$

la précision atteinte soit, dans ce cas toujours de beaucoup surabondante, c'est-à-dire qu'elle dépasse, mathématiquement parlant, l'exactitude instrumentale du sondage, ce travail de planimètrage est astreignant. On retombe ainsi dans les inconvénients des méthodes arithmétiques ou graphiques citées.

Je me suis alors dit : N'est-il pas possible d'imaginer un procédé cinématique, qui donnerait directement l'altitude H sur la roulette intégrante d'un planimètre ou d'un intégrateur pour toute pression, partant pour la température et l'humidité, attendu que H resterait dans cette idée encore assimilé à une surface ?

L'altitude par la courbe intégrale.

Avant de continuer mon raisonnement, je suis obligé d'ouvrir ici une parenthèse, en rappelant la notion de courbe intégrale.

Soit, comme ci-devant, notre sondage reporté dans un système d'axes p, t_v, à échelle conforme à f, (figure 2). Toute altitude d'un niveau de pression p_1, p_2, p_3... est donc la surface entre les ordonnées $p_o\, p_1$, soit H_1 ; $p_1\, p_2$, soit H_2 ; $p_2\, p_3$, soit H_3... La surface comprise entre la courbe f et ses axes se trouve ainsi divisée en un certain nombre de surfaces élémentaires. Reportons chacune de ces valeurs planimétrées H_1, H_2, H_3..... dans un second système de coordonnées parallèles aux premières, ayant mêmes abscisses, mais dont les ordonnées sont en unités H. La courbe qui passe par ces points H_1, $H_1 + H_2$, $H_1 + H_2 + H_3$... est la *courbe intégrale* de la fonction $H = f\,(p, t_v)$. Cette fonction est appelée la courbe différentielle correspondante.

La courbe intégrale peut se construire soit par planimétrages successifs de la courbe différentielle, ainsi qu'il vient d'être dit, soit par la méthode du polygone funiculaire, bien connue de l'ingénieur civil. Mais, aussi, des appareils nous donnent cette courbe intégrale H, sans

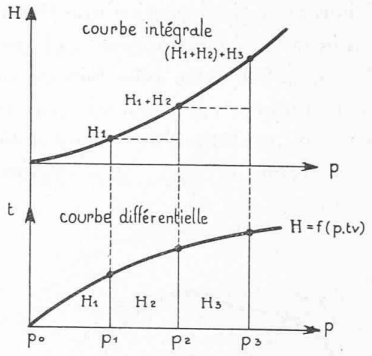

Fig. 2.

aucun effort de pensée. Ainsi l'intégraphe d'Abdank-Abakanowicz la trace automatiquement, lorsqu'on suit la courbe différentielle avec son traçoir. Les intégraphes de Zmurko, Boys font la même opération (6). D'ailleurs, les intégrateurs de Amsler, Helle-Shaw, Marcel Desprez donnent aussi après diverses opérations arithmétiques simples la courbe intégrale par la lecture de plusieurs compteurs.

Notre problème pourrait ainsi être considéré résolu. En effet, ayant la courbe H,p, on a défini la position dans l'espace des niveaux de température et d'humidité et ceci avec une rapidité et une précision sans concurrence.

Néanmoins, cela ne m'a pas satisfait, car les intégraphes sont coûteux et délicats et les intégrateurs

qu'il est facile d'intégrer par rapport à l'une ou l'autre des variables. Remarquons que g ne figure pas directement dans cette formule ; il est incorporé dans Φ, ce qui donne bien à la formule un caractère universel indépendant de la variation de la gravité.

Le mérite de V. Bjerknes est d'avoir introduit dans l'intégration la notion de gradient de température γ. Cet artifice lui permit de mettre cette relation en tables d'atmosphères isothermes à plusieurs entrées, pour calculer le géopotentiel (altitude en m.dyn.) quelle que soit la variation de température ou de pression entre les niveaux, l'atmosphère étant divisée en tranches à température moyenne connue et à gradient γ constant.

Ecrivons que la température soit une fonction linéaire du potentiel de gravité :

$$T = T_o - \gamma\, \Phi,$$

où T_o est la température prise au niveau de la mer et γ le gradient de température $\gamma = -\dfrac{dT}{d\,\Phi}$, soit la variation de température sur la variation de potentiel.

Pour trouver la relation entre la température et la pression, nous reprenons l'équation du début et nous éliminons $d\,\Phi$, d'où il résulte :

$$\frac{dT}{T} = R \cdot \gamma \cdot \frac{dp}{p}$$

et après intégration, si p_o désigne la pression au niveau de la mer :

$$\frac{T}{T_o} = \left(\frac{p}{p_o}\right)^{R \cdot \gamma}$$

qui est la formule barométrique fondamentale, soit : si la température ayant un gradient γ est une fonction linéaire du potentiel, elle est proportionnelle à la puissance $R.\,\gamma$ de la pression, où R est la constante des gaz.

Réintroduisant Φ dans la relation précédente, V. Bjerknes donne 6 formules fondamentales définissant complètement les conditions atmosphériques statiques, quelles que soient les valeurs des facteurs Φ, T, p, v. ρ, γ (v = volume spécifique, ρ = densité) qui les composent.

Nous ne retiendrons que la formule du géopotentiel qui est :

$$\Phi = \frac{T_o}{\gamma}\left[1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^{R.\,\gamma}\right].$$

Pour une atmosphère isotherme (à température constante où $\gamma = o$), cette formule devient :

$$\Phi = R.T_o\ .\ \text{log. nat.}\ \frac{p_o}{p}\,.$$

On voit donc que dans une atmosphère isotherme le géopotentiel ou l'altitude en m.dyn. au-dessus du niveau de référence p_o (1000 millibars) est, à une constante $R.T_o$ près, proportionnelle au logarithme naturel du réciproque de la pression mesurée à ce niveau.

En outre, on constate qu'un même potentiel, pour 2 atmosphères isothermes de température différentes est, à un facteur constant près, directement proportionnel à la différence de température entre ces atmosphères. C'est là d'ailleurs une confirmation de la loi de Gay-Lussac.

Ces relations restent évidemment vraies pour des atmosphères polytropes, où la température varie d'une manière arbitraire, à condition d'envisager des tranches successives dans lesquelles le gradient γ reste constant, quelle que soit sa valeur ou son signe.

Ce sont ces deux propriétés fondamentales de la formule barométrique altimétrique universelle de V. Bjerknes, rapportée au géopotentiel, qui m'ont conduit à proposer la méthode d'intégration mécanique faisant l'objet de ce mémoire.

Car la cinématique nous apprend, en effet, que dans un système de coordonnées x, y, quelconques, il suffit qu'une des variables soit linéraies (ici la température) et l'autre quelconque, mais continue (ici la pression : logarithmique) pour que l'intégration par une roulette intégrante soit faisable. Remarquons encore, qu'avant de songer à l'emploi de la cinématique, il était nécessaire de réduire toute formule barométrique à une fonction de 2 variables. Ce ne fut aussi possible que par l'application de la relation de Bjerknes, où les facteurs encombrants : gravité et humidité sont implicitement engagés dans T et Φ.

cités n'opèrent pas d'un coup, ils introduisent des constantes, ce qui était contraire au but que je m'étais assigné [1].

L'altitude en coordonnées polaires.

J'ai alors cherché à tirer parti d'une théorie de l'intégration mécanique en coordonnées polaires, rarement utilisée en Europe. On verra plus loin comment j'ai pu revenir aux coordonnées cartésiennes, par déduction.

Considérons un système de coordonnées polaires $0 =$ pôle, $t_v =$ rayon vecteur, $p =$ argument (angle) (figure 3).

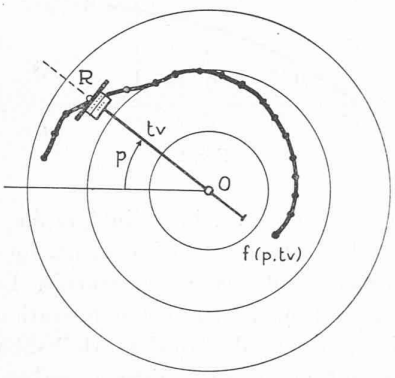

Fig. 3. — *Principe du planimètre radial* utilisé comme intégrateur.

Traçons dans ce système une courbe $f(p, t_v)$. On démontre facilement que la courbe intégrale de cette fonction est donnée par la lecture de la roulette intégrante d'un planimètre radial posé sur ces axes de la manière suivante :

Une roulette intégrante R est fixée perpendiculairement à un bras radial RO qui passe par l'axe de rotation de la roulette et par le pôle 0. Ce bras, matérialisé, tourne autour du pôle, et, pour engendrer le segment de surface circulaire comprise entre sa position de départ et sa position d'arrivée, il peut s'allonger ou se raccourcir à volonté.

Ainsi, dans ses déplacements la roulette est sollicitée par des mouvements de rotation et de glissement, qui réalisent les trois conditions cinématiques de l'intégration (7).

1° Lorsque le pied de la roulette, en contact avec le papier, suit un arc de cercle de rayon t_v, elle tourne et mesure une longueur proportionnelle à cet arc. 2° Lorsqu'elle suit un rayon vecteur RO, elle ne fait que glisser sur son pied, mais sans tourner, puisque son plan est normal à ce rayon ; donc elle n'enregistre aucune longueur. 3° Lorsqu'enfin, elle suit une ligne quelconque qui n'est ni un rayon vecteur, ni un cercle concentrique au pôle, elle est sollicitée à la fois par un mouvement de rotation et de glissement. La théorie de la roulette intégrante du planimètre montre alors bien simplement que cette roulette enregistre la surface comprise entre le segment de courbe considéré et les rayons vecteurs extrêmes qui le limitent, autrement dit elle résout l'intégrale $\int f(p)\, dp$.

Voyons maintenant comment on utilisera cette propriété pour obtenir la courbe intégrale H, de notre fonction $f(p, t_v)$.

Nous allons nous arranger pour que la roulette mesure directement H sur le papier et à cette fin nous introduirons toutes les valeurs de H, quel que soit p et t_v, dans un diagramme (figure 5).

La relation de V. Bjerknes donne pour une atmosphère isotherme limitée à deux niveaux de pression p_o et p_x une altitude H_1 pour une température t_1. Si, en conservant ces mêmes limites p_o et p_x, nous élevons la température de t_1 à t_2, l'altitude se trouve changée en H_2, par suite de la dilatation de l'air. Or, cette variation, d'après la loi de Gay-Lussac est linéaire. Autrement dit H est

[1] Je reproduis ici le texte de la première idée qui m'a conduit à ces nouvelles méthodes. Elle est basée sur la notion du degré hypsométrique, rarement utilisée en aérologie.

« Soit $\Delta h = f(p, t_v)$ la courbe d'état de l'atmosphère donnée par la radiosonde (fig. 4), où Δh, porté en ordonnées, est le degré hypsométrique, c'est-à-dire la variation d'altitude en mètres-dynamiques, pour une variation de 1 millibar à un niveau de pression p quelconque, portée en abscisses, et cela pour une température corrigée de l'humidité, appelée température virtuelle t_v. Dans ce système de coordonnées, la température forme donc un réseau d'isolignes $t_v =$ constante. La courbe d'état est dessinée dans ce réseau pendant l'ascension même du ballon, ce que la pratique rendra possible. On démontre facilement que l'altitude quelconque H_x, portée en ordonnées, entre deux pressions quelconques p_o et p_x est

$$H_x = \int_{p_o}^{p_x} f(p, t_v)\, dp = \int_s \Delta h,$$

soit la surface s, comprise entre les ordonnées élevées sur p et p_x, le segment de la courbe d'état et les abscisses. On voit donc qu'un seul coup de planimètre donne instantanément une altitude quelconque, voire le sommet du sondage. Lorsqu'on doit dessiner point par point toute la courbe d'altitude $H = f(p)$, on peut même se dispenser de cette opération. En effet, dans les mêmes axes, la courbe intégrale de Δh n'est autre que cette courbe d'altitude du ballon $H = f(p)$, car on peut écrire

$$\Delta h = f(p) \frac{dH}{dp}.$$

Alors

$$H = \text{const.} + \int_{p_o}^{p_x} f(p)\, dp = C + \int_{p_o}^{p_x} f(p, t_v)\, dp.$$

Cette courbe intégrale, qui définit dans l'espace la position de tous les éléments désirés du sondage, se dessine d'elle-même par le traceur d'un intégraphe d'Abdank-Abakanowicz, en suivant, avec la pointe sèche de cet instrument, la courbe d'état expérimentale (p, t_v). Ainsi, à l'éclatement du ballon, le dépouillement est déjà terminé. » (C. R. Paris, *loc. cit.* 1.)

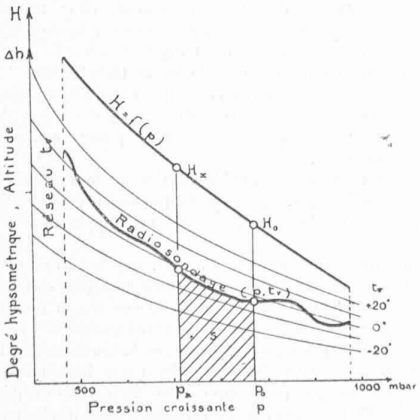

Fig. 4.

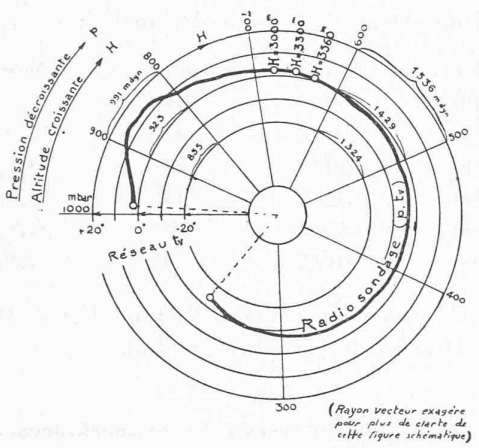

Fig. 5.

directement proportionnel à t_v, à pression constante, ce qui dans notre système de coordonnées polaires s'écrira :

$$\text{arc } p = \text{arc } (p_x - p_o) = \frac{H_1}{t_1} = \frac{H_2}{t_2} = \ldots, \text{ etc.}$$

Si maintenant la courbe différentielle $f\,(p, t_v)$ est reportée dans ce système de coordonnées, sa courbe intégrale sera :

$$H = \int_{p_o}^{p_x} (\text{arc } p,\, t_v)\, dp.$$

Or, d'après ce que nous venons de voir, la roulette du planimètre radial dont le pied suit la courbe f, mesure précisément cette valeur H.

Le procédé de calcul des altitudes est ainsi réduit à sa plus simple expression.

Il suffit de reporter point par point les valeurs p et t_v du sondage aérologique, dans un canevas de cercles concentriques équidistants. Les longueurs de ces cercles sont les altitudes H, leurs rayons sont les températures t_v, les angles entre les rayons sont les millibars p. En suivant avec le traçoir du planimètre radial la ligne pointillée ainsi tracée, qui a la forme d'une spirale tendant à s'enrouler autour du pôle, la roulette donne dans toutes ses positions p l'altitude H, à compter du niveau de pression du départ.

Construction et particularités du diagramme aérologique d'altitudes en coordonnées polaires.

Pour construire ce diagramme on se sert des Tables de Bjerknes (5). Le pôle a la température de —273°. De ce point la température croît linéairement le long du rayon vecteur d'origine, choisi par exemple à la pression de 1100 millibars. On remarque derechef que les angles à reporter depuis cette origine sont indépendants de la température. Ils peuvent donc être calculés une fois pour toutes, ce qui est important à signaler ; il n'en est pas de même pour les rayons vecteurs des températures, dont les longueurs sont définies par le développement de la roulette intégrante, c'est-à-dire à la fois par son diamètre et par l'unité employée pour les millibars. On remarquera encore que si les températures varient linéairement, les pressions suivent une variation logarithmique, c'est-à-dire que les angles augmentent progressivement avec les altitudes [1].

La transformation de la table de l'atmosphère isotherme 0° de V. Bjerknes, en table d'angles se fait ainsi : On se donne l'ouverture du plus grand angle correspondant aux deux pressions définissant les altitudes extrêmes du diagramme. Par exemple cet angle sera 360°, son origine 1100 millibars et son extrémité 30 millibars. Nous voulons répartir dans cette circonférence un angle par millibar, soit 1100 — 30 = 1070 angles. Chacun de ces angles p, à partir de leur origine commune 1100 millibars est donné par la formule :

$$p = k \,.\, H$$

où p et H sont pris dans les tables de Bjerknes et

$$k = \frac{360^o}{H}.$$

Ce calcul étant fait, on dessine l'étoile rayonnante que forme ces angles, avec un rapporteur ordinaire ou mieux avec un rapporteur de ballon pilote muni d'un bras radial mobile.

Le calcul des rayons vecteurs t_v, de chacune des circonférences de longueur $2\,\pi . t_v$, équivalente à la longueur H enregistrée par la roulette du planimètre radial qui l'aurait entièrement parcourue, peut se faire de diverses manières.

Connaissant le diamètre de la roulette et sa graduation, on calculera son coefficient de développement sur le papier, pour 1 tour de 360° du traçoir correspondant à un H fixé d'avance. D'où l'on tire le rayon vecteur correspondant.

Mais on opérera de préférence empiriquement, car il est difficile d'évaluer le rayon de la roulette avec la précision nécessaire. D'ailleurs, la roulette du planimètre radial Durand-Amsler n'est pas située sur le rayon vecteur du traçoir, pour des raisons de commodité, ce qui introduit des relations trigonométriques compliquant inutilement les calculs. On mesurera donc simplement avec le planimètre un certain nombre de circonférences de rayon vecteur connu et une règle de trois donne sans autre la longueur du rayon t_v, correspondant dans notre cas particulier au cercle $H = 2\,\pi\, t_v$, pour H connu entre $p = 1100$ millibars, origine, et $p = 30$ millibars, extrémité, confondu avec l'origine. Pour cette opération, on choisit bien entendu l'atmosphère isotherme de 0°. La longueur du segment du rayon vecteur $t_v = 0^o$ au

[1] On a, en effet, d'après la première note infrapaginale :

$$H_x = -A \int_{p_o}^{p_x} t_v \,.\, d\,(ln.\, p),$$

où log. nat. p est l'argument et t_v le rayon vecteur. A est le quotient de la constante des gaz sur le poids moléculaire.

pôle = — 273°, sera divisée en 273 parties. Chacune de ces divisions définira donc la longueur du rayon du cercle d'atmosphère isotherme ayant la même température. On vérifiera au planimètre radial que les H obtenus le long de ces cercles isothermes pour quelques valeurs t_v, correspondent bien à d'autres hauteurs tirées de la table, selon les procédés arithmétiques indiqués par Bjerknes.

Il est évident que s'il existe un décalage entre le pied de la roulette et le traçoir, comme dans le planimètre Durand-Amsler, on en tiendra compte. En fait, ce décalage d'environ 1 centimètre est à soustraire du rayon vecteur.

La méthode que nous venons d'examiner serait sans doute admise dans la pratique courante, si elle ne présentait pas quelques inconvénients.

L'expérience a appris aux constructeurs que la dimension de la roulette du planimètre radial ne saurait différer de beaucoup de celle des appareils mathématiques de ce genre ; sa division en 100 fractions égales, ainsi que celle du vernier et des compteurs totalisateurs du nombre de tours sont plus ou moins normalisés par l'industrie. Quelles que soient ces dimensions, elles ne sont pas très favorables dans notre cas particulier et conduisent à un diagramme de grandes dimensions.

Par ailleurs, la formule barométrique qui traduit la loi des gaz, montre que la largeur du domaine des températures intéressant l'atmosphère est relativement étroite, par rapport aux rayons vecteurs. Une grande partie du centre du diagramme est ainsi inutilisée.

Pour fixer les idées, voici les dimensions du diagramme aérologique d'altitude construit pour une exactitude de 1 mètre sur l'altitude H, entre 1100 et 31 millibars, pour un seul tour du planimètre radial autour du pôle et adapté à l'appareil Amsler N° 75 671, dont la roulette a un diamètre de 20,78 millimètres :

Le rayon vecteur maximum pour $t_v = 40°$ est 34,49 centimètres.

Le rayon vecteur minimum pour $t_v = —80°$ est 21,67 centimètres.

L'altitude extrême entre 1100 millibars et 31,071 millibars, en atmosphère isotherme correspondant à une révolution du planimètre autour du pôle le long du rayon vecteur de + 40° est 32 045 mètres dynamiques. Pour le même parcours sur le cercle de —80°, l'altitude est 19 761 mètres dynamiques ; et pour le cercle de 0° elle vaut 27 950 mètres dynamiques. En atmosphère standard le diagramme donne pour une révolution du planimètre une altitude voisine de 23 kilomètres. Rien ne nous empêche d'ailleurs d'évaluer les plus hautes altitudes des ballons. Il n'y a qu'à continuer la graduation au delà de la pression indiquée à l'angle de 360° et à enrouler la spirale autour du pôle. Deux tours de la spirale, en atmosphère standard, donneraient une altitude de l'ordre de 40 kilomètres.

L'équidistance entre des degrés de température est de 1,068 millimètres.

Voici un extrait de la table des angles :

Millibars	Angles	Millibars	Angles
1100	0°	500	79°,6
1000	9°,6	400	102°,1
900	20°,2	300	131°,1
800	32°,1	200	172°,1
700	45°,6	100	242°,0
600	61°,2	50	312°,0

Multiplicateur pour convertir la table H,p de Bjerknes N° 11* M en angles, $k = 0{,}012880143$.

Extension du réseau des températures. Diagramme de dimensions restreintes à constante d'intégration.

Le diagramme aérologique des altitudes qui vient d'être décrit, étant plutôt encombrant, j'ai étudié toutes les propriétés géométriques qui permettent de le transformer, en réduisant notablement la longueur du rayon vecteur maximum, tout en augmentant l'équidistance des températures, afin de rendre le reportage moins délicat, partant moins sensible aux erreurs graphiques.

Parmi les méthodes découvertes, je n'en cite qu'une à titre d'information.

Soit, figure 6, notre diagramme aérologique précédent, construit en « vraie grandeur », terme que j'emploie à

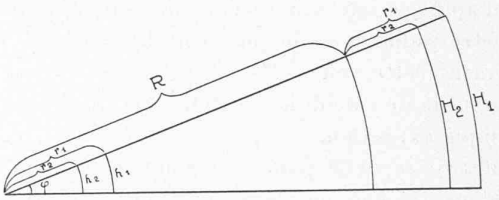

Fig. 6.

dessein pour l'utilisation du planimètre sans correction. Les H sont les longueurs des arcs ayant φ pour angle au centre commun 0. Ils sont tracés avec des rayons vecteurs de longueur $R + r$, où R est constant et r est variable.

Considérons le cercle de rayon $R + r_1$, dont la mesure à la roulette donne le chiffre H_1. Appelons h_1, le cercle homologue de rayon r_1, mesuré de la même manière, ayant le même angle au centre φ.

On a :

$$H_1 = \text{arc } \varphi\ (R + r_1) \text{ et,}$$
$$h_1 = r_1 \text{ arc } \varphi \text{ d'où :}$$
$$H_1 = h_1 + R \text{ arc } \varphi.$$

Ce que nous pouvons écrire, pour généraliser :

$$H = h + C$$

Nous avons ainsi retrouvé par cette dernière égalité, l'expression algébrique de la courbe intégrale du début, où h est la valeur de l'intégrale définie, résolue mécaniquement par le planimètre et C est la constante d'inté-

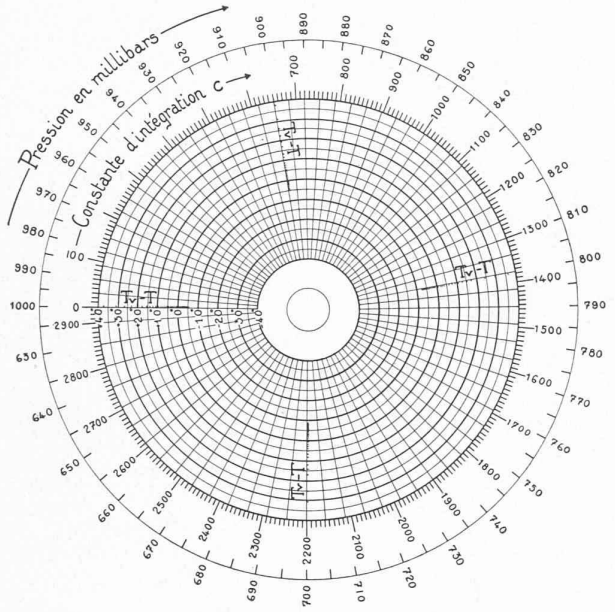

Fig. 7. — *Diagramme aérologique d'altitudes à constante d'intégration* pour planimètre-radial ou curvimètre, dont le plan de la roulette reste constamment perpendiculaire au rayon-vecteur.

gration à déterminer séparément pour chaque cas d'intégration, soit pour chaque angle φ.

Puisque nous possédons maintenant une formule pour déterminer les altitudes H du grand diagramme, sans être obligés de parcourir le domaine de leurs arcs correspondants, nous allons dorénavant suivre avec la roulette le domaine des h. Le principe d'intégration cinématique dans ce domaine, de dimensions restreintes, restera évidemment identique à celui du grand diagramme.

L'altitude sera donc à toute pression p, la somme du chiffre P, indiqué par la roulette ayant suivi les h depuis la pression origine p_o, plus une valeur C.

Or, ces valeurs $C = R$ arc φ, où R est une constante, sont directement proportionnelles à l'angle $\varphi = p_x - p_o$. Elles seront dessinées une fois pour toutes sur la périphérie du diagramme, le long de la plus grande circonférence (figure 7). L'origine des valeurs C, soit $C = 0$, sera mise sur le rayon vecteur d'origine des p. Ainsi, pour avoir H, il suffira d'ajouter à la lecture de la roulette le chiffre C situé sur le rayon vecteur de son pied. Comme le radiosondage ne commencera généralement pas à l'origine des C, on tiendra compte de l'écart qui en résulte, en l'additionnant ou en le soustrayant à H.

Il est facile d'imaginer bien des méthodes facilitant cette opération. Elle peut être rendue semi-automatique par l'adjonction d'une seconde roulette au planimètre, roulant toujours sur la même circonférence et développant les valeurs de C au fur et à mesure de l'avancement de la roulette du planimètre radial. La somme des lectures des deux roulettes sera l'altitude H, sans aucune correction, si on a eu soin de mettre leurs compteurs sur leurs zéros à la base du sondage. Cela est bien simple. Un papier à cigarette transparent est glissé sous la roulette ; l'équipage du planimètre est maintenu immobile. Le papier à cigarette est tiré avec la main libre ; il fait tourner la roulette sur elle-même. On arrête le mouvement quand elle indique le chiffre zéro. Et ainsi le planimètre est amorcé.

Une autre solution consiste à faire tourner une aiguille radiale avec le planimètre dont la pointe, servant de repère, suit la graduation des C. Cette aiguille est mise sur l'origine des C avant l'opération.

Il est encore possible de faire pousser par le traçoir un bras radial léger en celluloïde sur l'extrémité duquel on aura dessiné un repère au droit de la correction $C = 0$, au moment du départ.

On imaginera aussi de faire tourner le cercle des C autour du pôle en le dessinant séparément sur une autre feuille de papier. L'origine de ce cercle de correction sera placé sur le rayon vecteur de départ avant le planimétrage, etc.

Ajoutons que cette méthode permet le choix d'équidistances relativement grandes pour les températures, par exemple 2 à 3 millimètres par degré. Ainsi, en conservant le même taux d'exactitude du grand diagramme, le dessinateur pourra tracer des traits plus épais et le reportage sera moins fatigant.

Pour atteindre de grandes altitudes, il n'y a pas d'inconvénient à enrouler la spirale du sondage plusieurs fois autour du pôle ; ce qui, évidemment, permet d'augmenter l'exactitude, la ligne pointillée du reportage étant plus longue.

L'équidistance des températures est conditionnée par le choix de R.

D'après les relations précédentes :

$$H = r \text{ arc } \varphi + R \text{ arc } \varphi.$$

Comme R peut être choisi arbitrairement, on a le droit d'écrire :

$$H = k \cdot r \text{ arc } \varphi + R' \text{ arc } \varphi, \text{ soit :}$$
$$H = k \cdot h + C \text{ ou,}$$
$$H = P + C$$

On s'arrange à ce que $k.h = P$, corresponde à la lecture P du planimètre qui aurait suivi un arc de rayon vecteur r convenable, valant sur le papier $h = r$ arc φ,

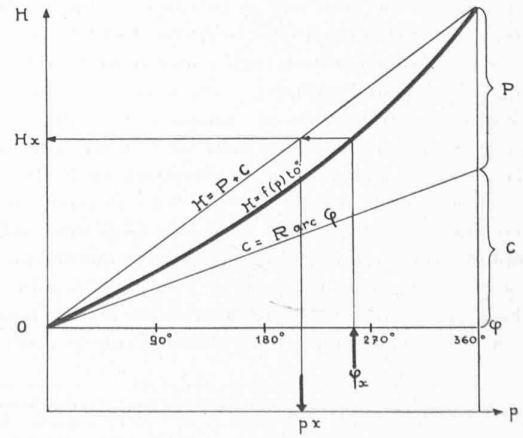

Fig. 8.

d'où on tire C. Comme les longueurs des rayons vecteurs des températures sont proportionnels aux longueurs des arcs d'un angle au centre commun, défini par les pressions limites encadrant les H connus par la table de Bjerknes, on calcule ces rayons par le théorème de Thalès.

Le calcul des angles p, se fait comme dans le cas précédent. Il peut également s'obtenir graphiquement par un diagramme à trois entrées, comme l'indique clairement la figure 8, où la courbe $H = f(p)$ est construite d'après la table de Bjerknes pour l'atmosphère isotherme de 0°.

La figure 9 donne les proportions d'un diagramme pour des radiosondages de haute précision dans les basses couches atmosphériques. Avec un planimètre radial Amsler du type normal(N° 75 671), l'exactitude graphique est de 10 centimètres sur l'altitude en mètres dynamiques (t_v en températures virtuelles, p en millibars).

Mais cette méthode ne m'avait pas satisfait.

(A suivre.)

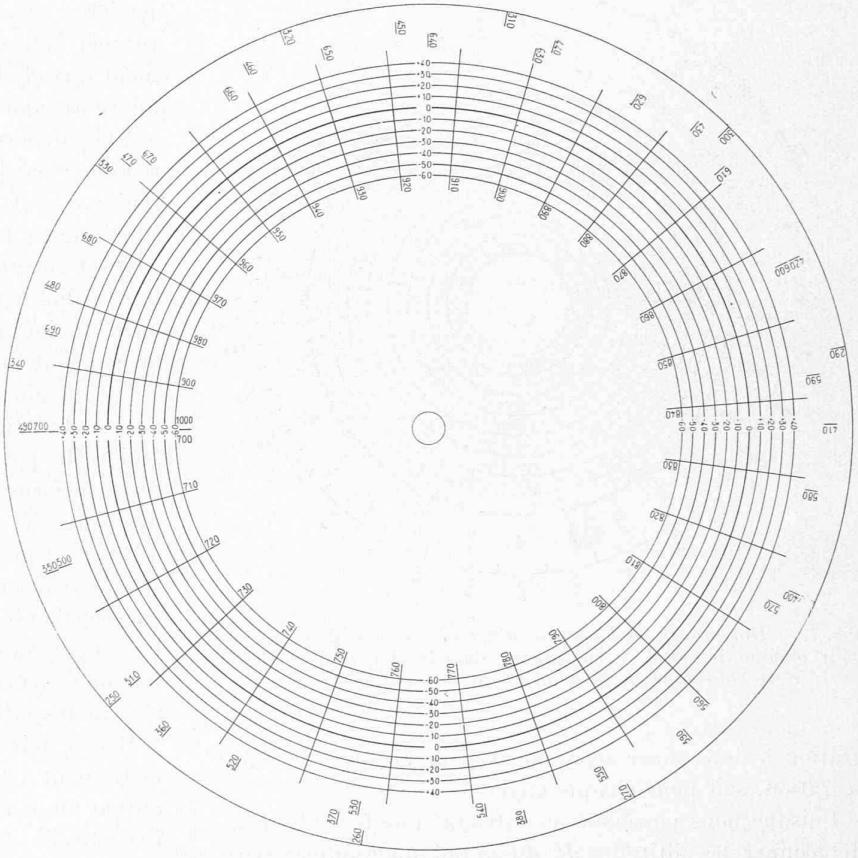

Fig. 9. — *Diagramme aérologique d'altitudes.*
Rayon vecteur = température en °C ; argument = pression en millibars ; intégrateur : planimètre radial Durand-Amsler ou curvimètre.

Les bases physiologiques de l'aération et du chauffage[1]

par le professeur Dr W. v. GONZENBACH, Zurich.

Dans tous les domaines de la science, si l'on oublie la raison première de ses recherches, toute spécialisation poussée à l'extrême risque de faire perdre de vue l'interdépendance des diverses branches du savoir. Faute d'échange d'idées, d'entretien des relations entre les activités divergentes, pour tâcher de réaliser une synthèse générale, la culture universelle se disloque, c'est la tour de Babel où l'on ne s'entend plus, tandis que le contact et les échanges intellectuels sont fertilisants et créateurs. La nécessité de ces relations apparaît tout particulièrement dans le domaine sanitaire, où la science de l'hygiène et ses applications techniques se complètent réciproquement pour progresser ensemble. L'hygiène scientifique, afin de réaliser ses postulats, demande la collaboration du technicien et de sa science pour la mesure des réactions physiologiques et pour en établir les lois. Vice versa, la technique sanitaire ne remplira sa mission que si elle pénètre le mécanisme de la vie et apprend à penser du point de vue physiologique. Bien plus, la solution de maint problème dans les domaines de l'aération et du chauffage trouve directement sa voie par la connaissance de la construction et des fonctions du corps humain. Citons par exemple la disposition de nos organes respiratoires, l'air atmosphérique amené aux poumons par la voie du nez, vrai appareil d'admission, de purification et de réchauffement préalables de cet air, qui subit même simultanément un contrôle rigoureux de sa qualité. Ou bien, comparons l'appareil de circulation du sang dans notre corps au réglage d'un chauffage à circulation forcée de l'eau chaude. C'est ainsi que la technique sanitaire et en particulier celle de l'aération et du chauffage doit sans cesse s'orienter d'après la physiologie du corps humain pour répondre aux exigences de l'hygiène, tout d'abord en prévenant les dommages, puis pour agir plus positivement, non seulement par la protection de la santé, mais aussi par son affermissement. La santé se traduit par une manifestation de vigueur, par un effet extérieur, effet qui dépend directement des facteurs de l'ambiance, généralement compris sous le terme de climat. Donc, l'aération et le chauffage ont pour tâche de donner à un climat, à une ambiance atmosphérique, les qualités les plus favorables aux fonctions vitales.

L'aération.

Les premières tâches de l'aération furent d'éloigner, d'expulser l'air vicié, surtout les gaz de combustion dangereux pour la santé. La fumée du foyer s'échappait de la cabane primitive par une ouverture du toit, puis vinrent la cheminée, la hotte, et dans les métiers, les forges, les constructions appropriées. Ce développement historique est à l'origine d'une aération hygiénique selon le principe de l'expulsion de l'air vicié par des gaz nocifs, et de l'aération par *aspiration*.

[1] Nous tirons cette étude du numéro spécial qu'a consacré cet été à l'Exposition nationale la revue *Schweizerische Blätter für Heizung und Lüftung*. Cet article vient heureusement compléter la note parue à nos numéros des 23 septembre et 7 octobre 39 et intitulée : « Quelles sont les caractéristiques du chauffage par rayonnement ? »