

Théorie de l'équilibre des corps élasto-plastiques

Autor(en): **Colonnetti, Gustave**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **67 (1941)**

Heft 13

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-51334>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

BULLETIN TECHNIQUE

DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ABONNEMENTS :

Suisse : 1 an, 13.50 francs

Etranger : 16 francs

Pour sociétaires :

Suisse : 1 an, 11 francs

Etranger : 13.50 francs

Prix du numéro :

75 centimes.

Pour les abonnements
s'adresser à la librairie
F. Rouge & C^{ie}, à Lausanne.

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale. —

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président: R. NEESER, ingénieur, à Genève; Vice-président: M. IMER, à Genève; secrétaire: J. CALAME, ingénieur, à Genève. Membres: *Fribourg*: MM. L. HERTLING, architecte; A. ROSSIER, ingénieur; *Vaud*: MM. F. CHENAUX, ingénieur; E. ELSKES, ingénieur; EPITAUX, architecte; E. JOST, architecte; A. PARIS, ingénieur; CH. THÉVENAZ, architecte; *Genève*: MM. L. ARCHINARD, ingénieur; E. ODIER, architecte; CH. WEIBEL, architecte; *Neuchâtel*: MM. J. BÉGUIN, architecte; R. GUYE, ingénieur; A. MÉAN, ingénieur; *Valais*: M. J. DUBUIS, ingénieur; A. DE KALBERMATTEN, architecte.

RÉDACTION: D. BONNARD, ingénieur, Case postale Chauderon 475, LAUSANNE.

Publicité :
TARIF DES ANNONCES

Le millimètre
(larg. 47 mm.) 20 cts.
Tarif spécial pour fractions
de pages.

Rabais pour annonces
répétées.



ANNONCES-SUISSES S.A.
5, Rue Centrale,
LAUSANNE
& Succursales.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE
A. STUCKY, ingénieur, président; M. BRIDEL; G. EPITAUX, architecte; M. IMER.

SOMMAIRE : *Théorie de l'équilibre des corps élasto-plastiques*, par M. GUSTAVE COLONNETTI, professeur à l'Ecole polytechnique de Turin. — *Société suisse des ingénieurs et des architectes* : Extrait des procès-verbaux des séances du Comité central. — *L'organisation et l'activité d'une grande entreprise de construction mécanique*. — NÉCROLOGIE : *George Rochat, ingénieur-chimiste*. — BIBLIOGRAPHIE. — CARNET DES CONCOURS. — SERVICE DE PLACEMENT.

Théorie de l'équilibre des corps élasto-plastiques¹

par M. Gustave COLONNETTI.

Membre de l'Académie Pontificale des Sciences,
Professeur à l'Ecole Polytechnique de Turin.

I. Introduction.

La théorie classique de l'élasticité ne suffit plus aux exigences de la technique moderne.

Cette théorie est en effet fondée sur l'hypothèse que les efforts se maintiennent partout et toujours au-dessous de la limite d'élasticité des matériaux.

Or, le dépassement de cette limite se vérifie dans la pratique bien plus fréquemment qu'on ne le suppose, et cela même dans les constructions les plus rigoureusement et les plus prudemment calculées.

Ce dépassement se manifeste par l'apparition de déformations permanentes, c'est-à-dire de déformations qui ne disparaissent plus, même lorsque disparaissent les forces extérieures qui les ont déterminées.

Il entraîne deux conséquences très importantes, dont il faut absolument se préoccuper. Ce sont : en premier lieu, une modification permanente de la valeur de la limite d'élasticité, modification qu'on rattache à l'idée d'écroûissage du matériau ; en second lieu, la création d'un état de contrainte, ou *état de coaction*, permanent lui aussi, et qui, se superposant aux nouveaux états d'équilibre du système, pourra donner naissance à des distributions de tensions intérieures complète-

ment différentes de celles prévues par la théorie classique de l'élasticité.

Pour essayer de placer ces différents phénomènes dans le cadre d'une théorie mathématique, il faut, naturellement, faire quelques hypothèses sur la nature des déformations.

Nous nous proposons ici de choisir ces hypothèses, de préciser leur signification physique, de constater jusqu'à quel point elles se prêtent à l'interprétation des faits tels que l'expérience nous les révèle.

Considérons le déplacement qui se vérifie dans un point matériel d'un solide lorsque celui-ci est soumis à l'action d'un certain système de forces extérieures.

Les composantes de ce déplacement seront, en général, des fonctions continues, uniformes et dérivables des coordonnées.

Nous supposons de plus que ces fonctions, ainsi que leurs dérivées partielles premières, soient des quantités très petites, dont on négligera les carrés et les produits.

L'introduction de cette hypothèse s'impose si l'on ne veut, en abordant la mécanique des solides au delà du domaine élastique, rencontrer au même temps deux difficultés essentielles, l'une provenant de la considération des déformations finies, l'autre du fait que les relations entre les efforts et les déformations ne sont plus aussi simples que dans la théorie de l'élasticité.

La considération des déformations finies n'entraîne pas des difficultés dans la mécanique des fluides parfaits ou visqueux, car dans les équations qui définissent leur mouvement on ne considère pas la déformation, mais seulement la vitesse de déformation rapportée à chaque instant à la configuration actuelle du fluide.

Pour les solides, au contraire, s'impose la conception d'un état naturel à partir duquel il faut compter les déformations.

La considération des déformations finies conduirait alors à

¹ Première des conférences données à Lausanne par M. le professeur Colonnetti, les 9 et 10 mai 1941, et organisées par l'Ecole d'ingénieurs de l'Université, avec le concours de l'Association des anciens élèves de l'E. I. L., de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes et du groupe des Ponts et Charpentes de la Société suisse des ingénieurs et des architectes.

(Réd.)

la complication suivante ; le tenseur d'effort est rapporté à l'état *déformé* du solide, car ses composantes représentent des forces agissant sur l'unité de surface de l'élément déformé ; tandis que le tenseur de déformation est rapporté à l'état *naturel* du solide, car ses composantes représentent les dilata-tions (ou les glissements) des éléments linéaires qui, à l'état naturel, étaient parallèles aux axes, rapportés aux dimensions et aux positions que ces éléments avaient dans l'état naturel.

Il faut donc, ou définir le tenseur d'effort par rapport à l'état naturel, ce qui correspond à l'introduction des variables de Lagrange en hydrodynamique, ou définir le tenseur de déformation par rapport à l'état déformé, ce qui conduit à l'usage des variables d'Euler.

L'hypothèse des déformations très petites nous permettra de confondre, sans erreur sensible, les deux systèmes de variables ci-dessus mentionnés.

Grâce à cette hypothèse, les équations de l'équilibre conserveront, même dans le cas des déformations plastiques, la forme très simple qu'on rencontre dans la théorie classique de l'élasticité.

Mais aux équations d'équilibre il faut ajouter la condition entre les efforts et les déformations, qu'on appelle la *relation caractéristique du solide* ; c'est en effet cette dernière qui définit le solide considéré au point de vue du problème que nous allons aborder.

Lorsque cette relation établit une correspondance biunivoque entre les composantes des deux tenseurs d'effort et de déformation, le phénomène est réversible ; on dit alors que le solide est parfaitement élastique.

Or, cela se vérifie assez bien dans le comportement de la plupart des matériaux de construction, tant que les efforts sont suffisamment petits.

Si au contraire les efforts deviennent plus grands, le phénomène cesse d'être réversible ; une partie des déformations continue à subsister lors même que les forces extérieures ont disparu.

Bien entendu, nous n'avons aucune intention d'affirmer qu'il existe en réalité, pour chaque corps, une limite bien définie telle que, les efforts ne dépassant pas cette limite, le solide se comporte d'une manière parfaitement élastique.

Nous voulons dire seulement qu'on peut toujours, dans les applications, fixer une limite telle que, tant qu'elle n'est pas dépassée, les phénomènes irréversibles peuvent être négligés ; tandis que, si cette limite est dépassée, les déformations permanentes cessent d'être négligeables par rapport aux déformations élastiques.

Cette limite a , en général, une valeur purement conventionnelle. En effet, au fur et à mesure que la précision des observations augmente, la limite à partir de laquelle des phénomènes irréversibles peuvent être observés, décroît.

L'expérience montre d'ailleurs que la transition du domaine élastique, caractérisé par une absence presque absolue de déformations permanentes, au domaine plastique, où presque toute la déformation est permanente, se fait, en général, d'une manière continue.

Toutefois, il y a des matériaux — tels que le fer, l'acier doux, les bronzes, etc. — pour lesquels la limite entre ces deux domaines est nettement définie.

Dans ces matériaux, les déformations permanentes, bien qu'existant aussi pour des efforts très petits, restent négligeables par rapport aux déformations élastiques tant que l'effort n'atteint pas une valeur bien déterminée. Mais, dès qu'il l'a atteinte, les lois du phénomène changent tout à coup ; et on peut dire que toute déformation ultérieure est sensiblement permanente.

Il se produit, en effet, *sous charge constante*, des déformations plastiques qui peuvent croître à tel point que, par rapport à elles, les déformations élastiques que le corps a éprouvées jusqu'à cet instant deviennent négligeables.

Cette limite, qui n'est donc plus de nature purement conventionnelle, mais physiquement bien définie, est connue sous le nom de *limite d'écoulement*.

Or, c'est précisément ce cas, en apparence si particulier, que nous choisirons comme point de départ d'une théorie mathématique de l'équilibre élasto-plastique, c'est-à-dire d'une théorie mathématique de l'équilibre de tout corps naturel dans lequel la limite d'élasticité a été atteinte, et où des déformations plastiques ont fait leur apparition.

Nous supposons donc, en premier lieu, que la correspondance biunivoque entre les composantes des deux tenseurs d'effort et de déformation, établie par la relation caractéristique du solide, soit valable, pour chaque élément du corps, tant que l'effort s'y maintient inférieur à la limite d'élasticité du matériau ; en second lieu que, dès que cette limite aura été atteinte, l'élément passe de l'état élastique à l'état plastique, et que ses déformations puissent croître indéfiniment sous un effort constant.

Nous admettrons d'ailleurs que ces déformations plastiques se superposent aux déformations élastiques, sans en altérer les caractéristiques et, en particulier, sans leur ôter la propriété de s'annuler quand disparaissent les forces extérieures qui les ont produites.

On peut constater que ces hypothèses, apparemment si restrictives, sont en réalité susceptibles de très amples développements ; qu'elles peuvent même expliquer les cas dans lesquels la transition du domaine élastique au domaine plastique se fait d'une manière continue ; et finalement qu'elles peuvent conduire à une interprétation très élégante et suggestive des phénomènes d'écrouissage que toute déformation plastique entraîne dans les matériaux qu'elle affecte.

Dans ce but, nous précisons tout d'abord la nature et les caractéristiques fondamentales de ces phénomènes, en nous reportant à un cas très particulier, mais simple et expérimentalement bien connu : celui d'une barre métallique, cylindrique ou prismatique, soumise à une simple traction selon son axe.

Tous les expérimentateurs savent que l'on constate avoir atteint la limite d'écoulement d'un matériau ainsi sollicité, par l'apparition de glissements nettement localisés suivant des plans dont l'inclinaison sur la direction de l'effort est définie, dans chaque cas particulier, par des relations bien déterminées entre la composante normale et la composante tangentielle de la tension intérieure.

Un simple défaut d'homogénéité du matériau suffit pour provoquer la localisation de ces glissements. Aux endroits où cette localisation a lieu, ces glissements tendent à produire une contraction de la section résistante et à déterminer un nouvel état de la matière qui a pour effet d'élever, dans cette section, la résistance unitaire.

Or, du moins au début, l'effet favorable de ce deuxième facteur prévaut sur l'effet défavorable du premier. Il s'ensuit que le glissement s'arrête bientôt dans cette section pour naître aussitôt après dans une autre, puis dans une troisième, et ainsi de suite.

Ce processus de propagation dans toute la masse devient visible si l'on a soin de polir au préalable la surface latérale de l'éprouvette, jusqu'à la rendre spéculaire.

Dans ces conditions, en effet, le plus faible glissement est aussitôt mis en évidence par l'apparition, sur la surface polie, de raies obliques très fines que l'on voit naître soudain par

endroits. Ces raies se multiplient, s'étendent, s'enchevêtrent en une espèce de voile opaque qui prend vite de l'extension, et finit bientôt par recouvrir uniformément la surface tout entière.

On est alors conduit à envisager un nouvel état du matériau, dans lequel l'homogénéité primitive — que les glissements localisés avaient évidemment altérée — est dans un certain sens rétablie.

La caractéristique la plus remarquable et la plus apparente de ce nouvel état consiste en un accroissement de la limite d'élasticité du matériau, c'est-à-dire de la limite des efforts que l'éprouvette peut supporter sans qu'y prennent naissance de nouvelles déformations plastiques.

On peut même affirmer que c'est justement à cet accroissement artificiel de la limite d'élasticité que l'on fait allusion quand on parle d'écroutissage du matériau.

Ceci posé, au point de vue expérimental, considérons d'abord le problème d'un point de vue exclusivement théorique.

Supposons le matériau parfaitement homogène et admettons par suite qu'en régime de parfaite élasticité les tensions intérieures soient partout uniformément distribuées.

Puisque, dans cette hypothèse, la limite d'élasticité sera atteinte au même instant en tous les points du corps, nous sommes conduits à penser que les déformations plastiques auront également une distribution uniforme.

Cette répartition, certainement congruente, ne devrait donc donner lieu à aucune coaction ; en se superposant purement et simplement à la déformation élastique, elle devrait laisser sans changement aussi bien l'état de tension que la valeur de l'énergie potentielle que cette déformation a déterminés.

Ceci revient à dire que le travail mécanique dépensé pour produire une telle déformation plastique devrait intégralement se disperser pour vaincre les frottements intérieurs et produire de l'énergie calorifique.

Dans ces conditions, imaginons supprimée la sollicitation extérieure.

Ce qui précède explique bien que l'éprouvette puisse présenter une déformation permanente, dans le sens strictement géométrique d'une variation permanente de forme et de dimensions, mais ne justifie en aucune façon le fait expérimental d'une variation de la limite d'élasticité.

En réalité, il faut tenir compte du fait que l'homogénéité structurale du matériau, aussi bien que l'uniformité de la déformation plastique, ne sont qu'apparentes. On conçoit alors aussitôt que — la déformation plastique n'étant plus, en général, congruente — doit prendre naissance un état de coaction qui donnera lieu à un système de tensions intérieures en équilibre pour forces extérieures toutes nulles, qui se superposera en l'altérant à l'état de tension, qui s'est déterminé en régime élastique, et qui subsistera même quand celui-ci aura disparu.

Naturellement, pour qu'il en soit ainsi, il faut qu'au moins une partie du travail mécanique dépensé pour produire la déformation plastique ne soit pas perdue, mais se transforme en énergie potentielle.

Cette énergie s'ajoutera à l'énergie potentielle élastique préexistante, mais ne sera pas, elle, restituée sous forme de travail quand cessera la sollicitation extérieure. De là le nom que nous lui donnons de « énergie de coaction ».

Toutefois le seul fait que, quand cesse la sollicitation, cette énergie de coaction subsiste en plus de la déformation permanente, suffit à nous faire penser que quelque chose, en plus de la forme et des dimensions géométriques, soit changé, et que cela puisse servir à justifier les phénomènes dont nous nous occupons.

Pour rendre compte de cette possibilité, nous nous servirons d'un exemple très simple, très significatif, que nous tirerons de la technique du béton armé.

Considérons, en effet, une poutre en béton armé soumise à un simple effort de traction selon son axe.

On sait que, tant que la sollicitation est très petite, et que le matériau se comporte partout comme parfaitement élastique, le principe de la conservation des sections planes exige que les tensions intérieures se distribuent sur les divers éléments de chaque section droite de la poutre dans le rapport des modules d'élasticité de chacun d'eux. (fig. 1.)

Mais, dès que l'on atteint la limite d'élasticité à la traction du béton, celui-ci passe du régime élastique au régime plastique.

Le même principe, qui continue d'ailleurs d'être applicable, exige alors que les déformations se produisent dans le béton — indépendamment de tout accroissement ultérieur des tensions — dans la mesure nécessaire pour que l'armature métallique, en se déformant élastiquement, prenne sur soi l'augmentation ultérieure de la sollicitation.

Le diagramme « forces-déformations » prend par conséquent l'allure d'une ligne brisée dont le premier côté correspond au régime élastique, le deuxième au régime élasto-plastique. (fig. 2.)

Un troisième côté, qui n'est pas représenté dans notre figure, et qui se trouverait parallèle à l'axe des déformations, devrait ensuite représenter la phase finale où toute la section résistante se comporte de manière plastique.

Supposons maintenant que la sollicitation s'annule.

Les déformations élastiques tendront naturellement à s'annuler, mais il n'en sera pas de même des déformations plastiques.

La présence de celles-ci suffira même à empêcher que les premières disparaissent complètement.

Ainsi naîtra un état de coaction dans lequel l'armature métallique (restée parfaitement élastique) sera maintenue dans un état de tension par la masse du béton qui l'entoure et qui s'est déformée de manière plastique ; tandis que le béton, par réaction, se trouvera comprimé.

Or, c'est précisément de cet état de coaction que l'on part lorsque l'on rétablit l'action des forces extérieures.

Celles-ci devront d'abord annuler les compressions existant dans le béton, avant de pouvoir y rétablir le primitif état de tension.

Il s'ensuit que, pour que le béton atteigne à nouveau sa limite d'élasticité à la traction, et pour que puissent naître des nouvelles déformations plastiques, il faudra que les forces extérieures prennent des valeurs plus grandes que celles qu'il avait fallu appliquer la première fois.

Si donc l'expérimentateur ignore l'existence de l'état de tension, et en tout cas s'il n'en tient pas compte, il sera natu-

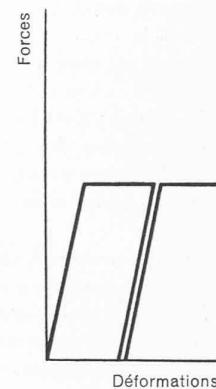


Fig. 1.

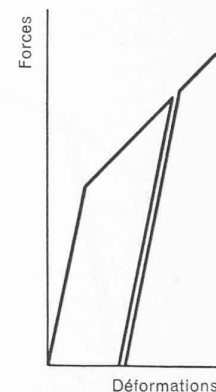


Fig. 2.

rellement conduit à penser à une élévation de la limite d'élasticité à la traction du béton.

Mais il est clair que cette augmentation n'est qu'apparente ; en réalité, ce n'est pas la limite d'élasticité du béton qui s'est accrue ; c'est l'état dont on part qui n'est plus le même.

L'apparition des phénomènes que nous venons de décrire n'est d'ailleurs en aucune façon liée avec la simplicité de la structure que nous avons momentanément prise comme exemple.

Nous pourrions trouver, même dans la technique du béton armé, des exemples moins simples mais tout aussi significatifs.

Pour ceux qui connaissent cette technique, il suffit de rappeler certaines structures armées dans des plans normaux à la direction des efforts. Particulièrement intéressant est le cas du frettage.

On se rend compte alors que les déformations plastiques du béton finissent toujours par donner lieu à des états de coaction qui, quand la sollicitation se reproduit, se manifestent par une augmentation apparente de la limite d'élasticité du matériau.

Mais il est peut-être préférable de laisser désormais de côté les exemples et de revenir au problème fondamental dont nous sommes partis, pour considérer le cas général d'une structure d'une complexité quelconque, dans laquelle coexistent des éléments hétérogènes, doués de limites d'élasticité différentes, s'échelonnant d'après une valeur minimum jusqu'à une valeur maximum.

On peut alors prévoir d'une manière absolument générale que la ligne brisée dont nous avons parlé sera remplacée par une polygonale, et à la limite, par une courbe. (fig. 3.)

Et en effet, au fur et à mesure qu'un élément atteint sa limite d'élasticité, il cesse de contribuer à l'augmentation de résistance de l'ensemble, et il se contente d'accompagner, en se déformant plastiquement, les déformations élastiques des éléments contigus dont la limite d'élasticité est plus élevée.

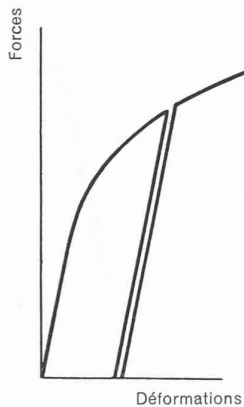


Fig. 3.

Ceux-ci prennent sur eux tous les accroissements des tensions intérieures qui sont nécessaires pour équilibrer les accroissements ultérieurs de la sollicitation.

Sous une autre forme, on peut dire que les tensions intérieures émigrent, dès que la nécessité s'en présente, des éléments qui ont atteint la limite de leur possibilité de résistance à ceux qui possèdent encore une plus ou moins grande marge de résistance.

Si, par la suite, la sollicitation extérieure s'annule, les déformations plastiques s'opposent au retour pur et simple et à la configuration initiale non déformée.

Il naît ainsi un état de coaction tel que, dans les éléments qui, par suite de leur plus grande capacité de réaction ont absorbé une plus grande partie de la charge, l'état de tension ne s'annule pas complètement, mais subsiste en partie.

En revanche, dans les éléments qui, ayant atteint la limite d'élasticité, se sont déformés plastiquement, des états de tension de signes opposés tendent, par réaction, à se manifester.

Il s'ensuit que, quand on rétablit la sollicitation extérieure, ces derniers éléments se trouvent dans des conditions plus favorables puisque une fraction plus ou moins grande de la

sollicitation devra s'employer pour y annuler les tensions propres à l'état de coaction, avant que puissent y réapparaître des tensions du signe que comporte la sollicitation extérieure.

La limite d'élasticité, même pour ces éléments dont la capacité de résistance est plus faible, ne sera donc atteinte qu'en correspondance d'une valeur de la sollicitation extérieure plus grande que celle que, pour déterminer le même effet, il avait fallu la première fois.

D'où l'apparence d'une élévation de la limite d'élasticité du matériau.

Naturellement pour qu'une telle interprétation des phénomènes d'écroutissage soit acceptable, il ne suffit pas qu'elle se prête à expliquer le seul fait de l'élévation de la limite d'élasticité dans l'expérience classique de la répétition de la sollicitation.

Il faut que toutes les conséquences que l'on peut logiquement tirer de la nouvelle théorie trouvent une confirmation dans l'expérience.

Or, dans le cas présent, il y a deux catégories de conséquences qui se présentent tout naturellement et qui sont susceptibles d'une vérification immédiate.

En premier lieu, il est évident que si, après avoir déterminé l'écroutissage d'une éprouvette en la soumettant à l'action d'une force extérieure bien déterminée, on applique à la même éprouvette un effort de signe contraire, les tensions intérieures déterminées par cet effort viendront s'ajouter — et non pas se soustraire — à celles que l'état de coaction a engendrées dans le matériau déformé plastiquement.

Les conditions de résistance par rapport à cette nouvelle sollicitation devront donc être amoindries et la limite d'élasticité devra sembler diminuée.

Or, l'expérience confirme ce fait.

D'autre part, il est évident que si l'on détruisait, complètement ou en partie, les liaisons intérieures dues à la continuité de la matière — et dont l'existence est une condition *sine qua non* pour l'existence même de l'état de coaction — ce qui pourrait toujours se faire très facilement en isolant une petite portion de l'éprouvette de tout le reste de la masse moyennant des sections convenables, cette portion tendra naturellement à reprendre son état naturel non déformé, et les altérations de la limite d'élasticité dont nous nous sommes occupés devront dans cette portion disparaître ou du moins apparaître nettement atténuées.

Encore une fois, l'expérience confirme ce fait.

Il y a donc, pour conclure, des raisons importantes pour croire que notre interprétation du phénomène d'écroutissage est plausible.

Et on peut, en un certain sens, les résumer dans l'analogie évidente de forme que l'on rencontre entre le diagramme « forces-déformations » que cette interprétation nous conduit à envisager et les cycles d'hystérésis élastique relevés expérimentalement. (fig. 4.)

Bien entendu, l'argument est loin d'être épuisé.

Il y a, en effet, une autre classe de considérations qui, dans l'état actuel de nos connaissances, doit plutôt être considérée comme un sujet d'études ultérieures ; c'est celui qui se rapporte à l'instabilité qui caractérise les matériaux écroutés.

Cette instabilité pourrait peut-être trouver une explication rationnelle si l'on parvenait à préciser de quelle manière les chocs, les sollicitations répétées, les variations de température, et même seulement le temps qui s'écoule, peuvent devenir autant de causes occasionnelles de libération, totale ou partielle, de l'énergie de coaction.

C'est là un nouveau domaine de recherches qui s'ouvre devant nous. Et il est souhaitable que ce domaine soit exploré

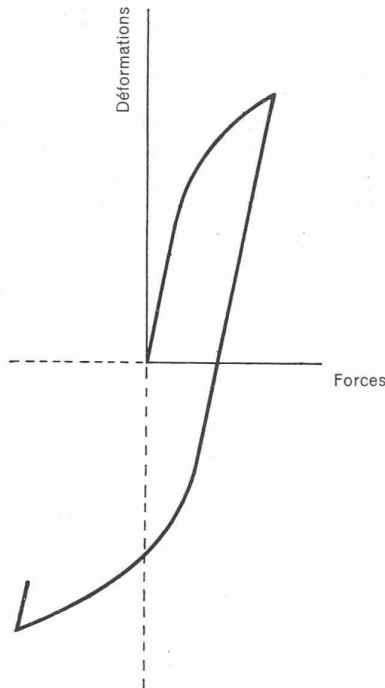


Fig. 4.

avec soin, non seulement pour l'intérêt intrinsèque qu'il présente, mais aussi et surtout parce que les résultats qu'on obtiendra pourraient constituer la base expérimentale et le point de départ des nouvelles théories de l'équilibre élasto-plastique.

En attendant, nous essayerons d'établir — sur les hypothèses que nous avons énoncées — quelques théorèmes d'importance fondamentale.

II. Les lois de l'équilibre élasto-plastique.

Considérons un corps occupant un espace continu V ; et supposons que ce corps ait passé d'un état initial non déformé à un état d'équilibre sous l'action d'un système donné de forces extérieures.

On sait que l'état de déformation en un point quelconque du corps peut toujours être défini par les valeurs de six paramètres qu'on appelle les « composantes de la déformation ».

Trois de ces paramètres représentent les coefficients de dilatation linéaire des trois éléments issus du point dans les directions des trois axes coordonnés ; les trois autres mesurent les glissements mutuels, c'est-à-dire les variations des angles qui étaient primitivement droits, de ces mêmes éléments pris deux à deux.

Nous allons maintenant supposer que ce passage de l'état initial à l'état de déformation considéré soit le résultat de deux déformations bien distinctes : l'une élastique dont les composantes seront désignées par

$$\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx} \quad \gamma_{xy}$$

l'autre plastique, dont les composantes seront représentées par

$$\bar{\epsilon}_x \quad \bar{\epsilon}_y \quad \bar{\epsilon}_z \quad \bar{\gamma}_{yz} \quad \bar{\gamma}_{zx} \quad \bar{\gamma}_{xy}$$

Ces deux déformations seront toutes deux supposées continues, uniformes et très petites, de sorte que l'on puisse écrire les composantes de la déformation totale sous la forme

$$\epsilon_x + \bar{\epsilon}_x \quad \epsilon_y + \bar{\epsilon}_y \quad \epsilon_z + \bar{\epsilon}_z \quad \gamma_{yz} + \bar{\gamma}_{yz} \quad \gamma_{zx} + \bar{\gamma}_{zx} \quad \gamma_{xy} + \bar{\gamma}_{xy}$$

Bien entendu, la déformation totale est congruente. Mais nous n'avons pas besoin d'exiger pour cela que les deux déformations composantes soient chacune séparément congruente. Nous admettrons même explicitement que chacune de ces déformations composantes, considérée à part, puisse ne pas être congruente.

Tout cela posé, commençons par traduire analytiquement le fait que l'une des deux déformations composantes est élastique.

Nous avons dit que nous nommons ainsi une déformation capable de s'annuler quand disparaissent les forces qui l'ont produite.

Or, ce fait peut s'exprimer de deux façons, suivant que l'on regarde la déformation comme un état d'équilibre, ou bien que l'on considère sa manière de se produire ou de s'annuler.

Dans le premier cas, on est conduit à admettre qu'un élément quelconque de volume du corps est maintenu dans son état déformé par les actions qu'exercent sur lui les éléments voisins.

A l'idée de déformation, on est ainsi amené à faire correspondre celle d'un état de tension que l'on peut à son tour caractériser par six paramètres

$$\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx} \quad \tau_{xy}$$

qu'on appelle les « composantes spéciales de tension ».

Trois de ces paramètres mesurent les valeurs unitaires, c'est-à-dire rapportées à l'unité de surface, des tensions normales ; les trois autres valeurs unitaires des tensions tangentielles, sur trois éléments superficiels issus du point où l'on veut caractériser l'état de tension, parallèlement aux trois plans des coordonnées.

Plaçons-nous maintenant au second point de vue, c'est-à-dire prenons en considération la tendance de la déformation à s'annuler quand s'annulent les forces qui l'ont produite.

Cette tendance s'exprime en admettant l'existence d'une « énergie potentielle élastique » en laquelle se serait transformé le travail mécanique dépensé pour porter le corps à l'état actuel de déformation ; cette énergie étant susceptible de se transformer à nouveau en travail mécanique lorsque, pour une raison quelconque, la déformation s'annule.

On fait habituellement l'hypothèse fondamentale suivante sur la nature de cette énergie potentielle élastique : on admet qu'elle est la somme des énergies potentielles des divers éléments de volume qui constituent le corps, chacun pris isolément ; ainsi chacune de ces énergies élémentaires est complètement définie quand on connaît l'état de l'élément auquel elle se rapporte ; il n'est pas besoin, pour la caractériser, de faire intervenir l'état des autres éléments, pas plus que leur position par rapport à celui que l'on considère.

Cela peut s'exprimer en écrivant l'énergie du corps sous la forme

$$\Phi = \int_V \varphi dV$$

où φ , énergie potentielle élastique élémentaire unitaire, c'est-à-dire rapportée à l'unité de volume, est par définition une fonction des six composantes de la déformation.

On démontre alors, qu'à moins d'infiniment petits d'ordre supérieur, l'énergie potentielle élastique élémentaire est une fonction quadratique, homogène, essentiellement positive, dont les dérivées partielles du premier ordre, par rapport aux six composantes de la déformation, sont respectivement égales aux six composantes spéciales de tension.

L'hypothèse dont nous sommes partis équivaut donc à la suivante : les six composantes spéciales de tension sont des

fonctions linéaires et homogènes des six composantes de la déformation, et inversement.

Il s'ensuit que l'énergie potentielle élastique élémentaire peut aussi être considérée comme une forme quadratique, homogène, essentiellement positive des six composantes spéciales de tension. Ses dérivées partielles du premier ordre par rapport à ces nouvelles variables seront respectivement égales aux six composantes de la déformation.

Passons maintenant à l'étude de l'autre partie de la déformation : de celle que nous avons appelée déformation plastique.

Nous avons dit qu'elle se produit, en se superposant à la déformation élastique, quand le matériau a atteint, en quelques points du corps, sa limite d'élasticité, et qu'elle subsiste quand s'annulent les forces extérieures qui lui ont donné naissance.

Il est donc évident que le travail dépensé pour la produire ne pourra plus être récupéré.

Pour comprendre alors comment les choses se passent, il faut distinguer le cas de l'élément de volume, pris isolément, de celui du corps pris tout entier et considéré comme l'ensemble des éléments qui le composent.

En effet, tant qu'on se borne à considérer l'élément isolé, le fait que le travail mécanique dépensé pour produire une déformation plastique ne peut plus être récupéré, s'exprime naturellement et d'une manière fort simple en admettant que ce travail se disperse dans des transformations irréversibles. On exclut ainsi toute production d'énergie potentielle.

La même idée peut d'ailleurs s'exprimer également en affirmant que la déformation plastique, une fois produite, n'a plus besoin, pour subsister, d'actions extérieures qui maintiennent l'élément dans son état déformé. Par conséquent, la déformation plastique n'implique pas l'intervention d'un état de tension.

En ce sens nous disons que, quand dans un élément de volume on a atteint la limite d'élasticité, le matériau passe en cet endroit du régime de parfaite élasticité à celui de parfaite plasticité. Les déformations plastiques se superposent alors purement et simplement aux déformations élastiques sans altérer en aucune façon ni l'état de tension que ces dernières avaient déterminé, ni la correspondante énergie potentielle.

Mais ce qui a été dit pour l'élément ne peut se répéter pour le corps pris dans son ensemble.

Dans celui-ci le dépassement de la limite d'élasticité du matériau peut se produire en certains points seulement, de telle sorte que les déformations plastiques y constitueront, en général, un système non congruent, c'est-à-dire ne pouvant se réaliser seul. Ce système devra donc toujours être accompagné d'un système de déformations élastiques complémentaire, ces dernières étant telles que le système de déformations résultantes soit congruent.

Ainsi la déformation plastique d'un élément donné détermine un état de déformation élastique, et un état de tension correspondant, dans les éléments contigus qui n'ont pas encore atteint leur limite d'élasticité.

Nous désignerons cet état sous le nom d'état de coaction pour le distinguer des états ordinaires de déformation et de tension dus à l'action des forces extérieures.

Cet état comporte naturellement une énergie potentielle élastique que nous appellerons « énergie de coaction » pour rappeler qu'elle dépend, comme l'état auquel elle se rapporte, de la présence de la déformation plastique et qu'elle subsiste même quand s'annule l'action extérieure qui l'a déterminée.

Par contre, nous réserverons le nom d'« énergie de déforma-

tion » à l'énergie potentielle élastique qui prend naissance sous l'action des forces extérieures et disparaît en même temps qu'elles.

Le travail mécanique qu'absorbe une déformation plastique doit donc être considéré comme formé de deux fractions bien distinctes ; l'une dépensée pour produire la déformation plastique proprement dite et qui se disperse dans des transformations irréversibles ; l'autre nécessaire pour créer l'état de coaction qu'implique la déformation plastique, et qui se transforme en énergie de coaction.

Ni l'une ni l'autre de ces deux fractions ne sera restituée quand cessera la sollicitation extérieure. Toutefois, tandis que la première est définitivement perdue, la seconde reste à l'intérieur du corps à l'état potentiel. Il peut même arriver que, s'ajoutant à l'énergie de déformation produite dans ce même corps par un système de forces extérieures, cette énergie de coaction manifeste sa présence par la manière dont se comportera le corps à cette occasion.

Elle pourra même se retransformer en travail mécanique si, par des opérations ou des traitements convenables, — de toute autre nature, bien entendu, que les simples déformations — nous parvenons à la libérer ; et cela soit en annulant la déformation plastique, soit en éliminant son influence sur le reste du corps, en détruisant les liens qui unissent les éléments, où la limite d'élasticité a été atteinte, à ceux où elle ne l'a pas été. Cette distinction entre les deux fractions du travail dépensé pour produire les déformations plastiques est d'une importance primordiale.

Il faudra donc toujours tenir un compte à part de la fraction qui donne lieu à une dispersion effective d'énergie, tandis que, en vue d'une évaluation globale de l'énergie potentielle, on traitera l'autre fraction comme s'il s'agissait d'un travail dépensé pour produire des déformations élastiques.

On parvient très simplement à ce résultat en reprenant en considération les éléments de volume isolés et en distinguant, dans l'étude de leur déformation, deux temps successifs : l'un en régime élastique et l'autre en régime plastique.

Dans la première période, qui se termine quand l'élément atteint sa limite d'élasticité, les tensions intérieures croissent, de la valeur zéro à la valeur finale, sous l'action de la sollicitation extérieure et des éventuelles déformations plastiques d'autres éléments. Et elles donnent naissance à une énergie potentielle élastique unitaire

$$\Phi(\sigma_x, \sigma_y, \dots, \tau_{xy}).$$

Dans la deuxième période, qui n'a lieu que pour les éléments où la limite d'élasticité a été atteinte, les tensions intérieures restent constantes, malgré l'éventuelle augmentation ultérieure de la sollicitation extérieure.

En même temps, et en accord avec les déformations élastiques des éléments qui n'ont pas encore atteint la limite d'élasticité, prennent naissance, dans l'élément considéré, des déformations plastiques avec une dépense unitaire de travail mesurée évidemment par

$$\bar{\epsilon}_x \sigma_x + \bar{\epsilon}_y \sigma_y + \dots + \bar{\gamma}_{xy} \tau_{xy}.$$

Il s'ensuit que le travail de déformation totale, pour l'ensemble du corps, pourra toujours s'écrire sous la forme

$$\mathcal{L} = \int_V \Phi(\sigma_x, \sigma_y, \dots, \tau_{xy}) dV + \int_V (\bar{\epsilon}_x \sigma_x + \bar{\epsilon}_y \sigma_y + \dots + \bar{\gamma}_{xy} \tau_{xy}) dV$$

où se trouve bien en évidence la distinction précédemment exposée.

* * *

Passons maintenant à considérer le corps dans son état d'équilibre sous l'action d'un système donné de forces extérieures.

Imaginons, attribuées à l'état de tension, une très petite variation compatible avec le système donné de forces extérieures. Cela revient à dire que, sans faire varier les déformations plastiques, nous attribuons aux composantes spéciales de tension des accroissements très petits

$$\delta\sigma_x, \delta\sigma_y, \dots, \delta\tau_{xy}$$

constituant un système de tensions en équilibre en l'absence de toute force extérieure.

Le travail de déformation subit une variation première

$$\delta\Omega = \int_V \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\sigma_x} \delta\sigma_x + \frac{\partial\varphi}{\partial\sigma_y} \delta\sigma_y + \dots + \frac{\partial\varphi}{\partial\tau_{xy}} \delta\tau_{xy} \right) dV + \int_V (\bar{\epsilon}_x \delta\sigma_x + \bar{\epsilon}_y \delta\sigma_y + \dots + \bar{\gamma}_{xy} \delta\tau_{xy}) dV$$

qui peut s'écrire

$$\delta\Omega = \int_V [(\epsilon_x + \bar{\epsilon}_x) \delta\sigma_x + (\epsilon_y + \bar{\epsilon}_y) \delta\sigma_y + \dots + (\gamma_{xy} + \bar{\gamma}_{xy}) \delta\tau_{xy}] dV$$

Sous cette forme, on voit tout de suite que la variation représente le travail que le système des tensions

$$\delta\sigma_x, \delta\sigma_y, \dots, \delta\tau_{xy}$$

effectuerait si l'on attribuait au corps la variation de configuration ayant pour composantes

$$\epsilon_x + \bar{\epsilon}_x, \epsilon_y + \bar{\epsilon}_y, \dots, \gamma_{xy} + \bar{\gamma}_{xy}$$

Or, ce système de tensions est, par hypothèse, en équilibre en l'absence de toute force extérieure ; d'autre part, la variation de configuration est certainement congruente et compatible avec les liaisons, puisque c'est justement celle que le corps a dû subir pour passer de l'état naturel non déformé à l'état d'équilibre que nous considérons.

En vertu du principe des travaux virtuels on aura donc

$$\int_V [(\epsilon_x + \bar{\epsilon}_x) \delta\sigma_x + (\epsilon_y + \bar{\epsilon}_y) \delta\sigma_y + \dots + (\gamma_{xy} + \bar{\gamma}_{xy}) \delta\tau_{xy}] dV = 0.$$

Si l'on tient compte du fait que la variation seconde se réduit à

$$\delta^2\Omega = \int_V \varphi(\delta\sigma_x, \delta\sigma_y, \dots, \delta\tau_{xy}) dV$$

et qu'elle est donc essentiellement positive, on peut énoncer le théorème suivant :

Les tensions intérieures qui caractérisent l'état d'équilibre considéré sont celles qui rendent minimum l'expression du travail de déformation totale — somme de l'énergie potentielle élastique et du travail perdu par déformation plastique — par rapport à toutes les valeurs que cette expression pourrait prendre en compatibilité avec la déformation plastique et avec le système donné de forces extérieures.

Ce théorème est à la base de toute la théorie de l'équilibre élasto-plastique et nous en ferons le point de départ de toutes ses applications.

Pour en préciser exactement le sens, il faut remarquer que la variation que nous avons attribuée à l'état de tension qui caractérise l'équilibre, ne correspond à aucune variation de configuration du corps qui soit effectivement réalisable.

Il s'ensuit que, tandis que l'expression Ω a, comme nous l'avons démontré, une signification physique bien définie —

travail total de déformation — ses variations ne sont pas susceptibles d'une interprétation analogue.

Le minimum que nous avons établi n'est donc pas le minimum d'une grandeur physique ; c'est simplement le minimum d'une fonction analytique qui ne prend un sens physique que quand elle passe précisément par cette valeur minimum, c'est-à-dire pour le système de valeurs des variables qui caractérise l'état d'équilibre.

C'est le sens que cette expression a dans ce cas très particulier qui nous conduit à lui donner un nom.

Mais, en toute rigueur, le théorème devrait s'énoncer ainsi :

Les tensions intérieures qui caractérisent l'état d'équilibre considéré sont celles pour lesquelles l'expression

$$\int_V \varphi(\sigma_x \sigma_y \dots \tau_{xy}) dV + \int_V (\bar{\epsilon}_x \sigma_x + \bar{\epsilon}_y \sigma_y + \bar{\gamma}_{xy} \tau_{xy}) dV$$

prend une valeur minimum par rapport à toutes celles qu'elle pourrait prendre en comptabilité avec la déformation plastique et le système donné de forces extérieures.

Sous cette forme, le théorème est valable non seulement dans le cas des déformations plastiques dont nous nous occupons ici, mais aussi dans celui bien plus général de déformations imposées absolument quelconques. Dans ce cas, d'ailleurs, la fonction n'a plus aucune signification physique.

Tel était l'énoncé que nous avons donné de ce théorème lorsque nous l'avons démontré pour la première fois en 1918, et lorsque, en 1921, nous en avons fait le point de départ d'une théorie générale des coactions élastiques.

* * *

Si toutes les déformations plastiques — ou, d'une manière plus générale, les déformations imposées — sont identiquement nulles, le problème rentre dans le cadre de la théorie classique de l'élasticité, et la fonction qu'il faut rendre minimum n'est autre chose que l'énergie potentielle élastique.

On retrouve ainsi, comme on pouvait le prévoir, le théorème de Menabrea.

Or, il est d'une importance fondamentale de remarquer que l'on peut passer de l'équation qui est à la base de la théorie classique de l'élasticité à celle que nous prenons comme base de la nouvelle théorie de l'équilibre élasto-plastique, en remplaçant les six composantes de la déformation élastique

$$\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \dots \quad \gamma_{xy}$$

par les six composantes de la déformation totale

$$\epsilon_x + \bar{\epsilon}_x \quad \epsilon_y + \bar{\epsilon}_y \quad \dots \quad \gamma_{xy} + \bar{\gamma}_{xy}$$

Sous réserve de l'existence de rapports analogues entre les conditions à la surface que chaque problème particulier comporte naturellement, les solutions que la théorie classique de l'élasticité fournit pour ces problèmes pourront donc être transformées en autant de solutions de problèmes analogues de la théorie de l'équilibre élasto-plastique. Il suffira d'y introduire la même substitution.

Nous pouvons d'ailleurs nous rendre compte dès maintenant des possibilités d'application du théorème à la solution des problèmes pratiques.

Pour cela nous supposons :

1° que l'on puisse rapporter les divers états de tension en équilibre avec les forces extérieures données, aux divers systèmes de valeurs de k paramètres indépendants, ou *inconnes hyperstatiques*, de manière biunivoque et linéaire, c'est-à-

dire de telle sorte que les composantes spéciales de tension puissent s'exprimer toutes comme des fonctions linéaires de ces k paramètres ;

2° que l'on puisse caractériser la déformation plastique au moyen d'un certain nombre $h \leq k$ d'autres paramètres indépendants, ou *caractéristiques de la coaction*, de manière bi-univoque et linéaire, c'est-à-dire de telle sorte que les composantes de la déformation plastique puissent toutes s'exprimer comme des fonctions linéaires de ces h paramètres.

Dans cette double hypothèse, les k équations dans lesquelles se scinde la condition de minimum, établissent un nombre égal de relations linéaires et non homogènes entre les k paramètres de l'état de tension et les h paramètres de la déformation plastique.

Elles pourront donc d'une manière générale servir à déterminer k parmi ces $k + h$ paramètres en fonction des paramètres restants. Elles pourront même servir à les déterminer tous s'il arrive qu'entre eux on puisse établir par ailleurs h autres relations linéaires.

En pratique, on détermine de cette façon la solution de trois catégories de problèmes :

a) ceux où l'on connaît, ou l'on suppose connaître, les déformations plastiques : problème fondamental de la théorie générale des coactions. Les k équations dont nous venons de parler serviront évidemment à déterminer les inconnues hyperstatiques ;

b) ceux où les déformations plastiques sont inconnues, mais où, par contre, on connaît h des inconnues hyperstatiques. Ici les mêmes équations serviront à déterminer, en plus des $k-h$ inconnues hyperstatiques restantes, les h paramètres de la déformation plastique ;

c) les problèmes enfin où les déformations plastiques sont inconnues, mais où l'on connaît h relations (linéaires, ou que l'on puisse en première approximation considérer comme telles) qui les lient aux inconnues hyperstatiques. Ces h relations et les k équations que nous avons établies pourront alors être utilisées pour déterminer les $k + h$ inconnues du problème. (A suivre.)

SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

Extrait des procès-verbaux des séances du Comité central du 13 décembre 1940, 7 mars 1941 et 2 mai 1941.

1. Etat nominatif.

Admissions de nouveaux membres.

Par voie de circulation du 14 novembre au 12 décembre 1940 ont été admis :

			Section
Baasch Hans, D ^r	Ing. élec.	Berne	Berne
Mantel Hans-Heinrich	Ing. méc.	Worblaufen	Berne
Dufour Henry	Architecte	Sion	Valais
Becker Hans	Architecte	Zurich	Zurich
Egli Ernst, D ^r	Architecte	Meilen	Zurich
Schellenberg A.-Heinr.	Architecte	Kreuzlingen	Zurich

Dans la séance du Comité central du 13 décembre 1940 ont été admis :

			Section
Humm W., D ^r sc. tech.	Ing. chim.	Wildeggen	Argovie
Mohr Hans	Architecte	Bâle	Bâle
Badertscher Ernst	Architecte	Berne	Berne
Steiner Wilhelm	Ing. civil	Berne	Berne
Oetiker Guido	Ing. méc.	Berne	Berne
Meyer Roger, D ^r	Ing. civil	Chaux-de-Fonds	Chaux-de-Fonds
Bodmer Gaston	Ing. électr.	Neuhausen	Schaffhouse
de Kalbermatten Henri	Architecte	Sion	Valais

Wolff Jacques	Ing. civil	Sierre	Valais
Jenny Hans	Ing. électr.	Sierre	Valais
Engler E.-A.	Architecte	Kabul	Membre isolé

Dans la séance du Comité central du 17 mars 1941 ont été admis :

			Section
Brenni Arnoldo	Architecte	Berne	Berne
Dubach Hans	Architecte	Münsingen	Berne
Hartenbach Maurice	Ing. civil	Berne	Berne
Fiechter Paul	Ing. électr.	Berne	Berne
Rivoire André	Architecte	Genève	Genève
Tschäppât Adolphe	Architecte	Genève	Genève
Meisser Lucien	Ing. civil	Genève	Genève
Cuénod Raymond	Ing. électr.	Genève	Genève
Salgat Francis	Ing. méc.	Chât.-Genève	Genève
Scherer Arnold	Ing. civil	Schaffhouse	Schaffhouse
Stambach Heinz	Architecte	Rorschach	Saint-Gall
Kinzelbach Charles	Ing. civil	Soleure	Soleure
Wirth Hans, D ^r	Ing. chim.	Lucerne	Waldstätte
Perraudin André	Architecte	Sion	Valais
Jaccottet Claude	Architecte	Lausanne	Vaud
Chevalley Auguste	Ing. constr.	Monthey	Vaud
Constançon Robert	Ing. constr.	Lausanne	Vaud
Emery Roger	Ing. civil	Lausanne	Vaud
Kleiber Walter	Ing. constr.	Moutier	Vaud
Livio André	Ing. civil	Lausanne	Vaud
Hungerbühler, Fritz	Architecte	Zurich	Zurich
Schüpbach Franz	Architecte	Erlenbach	Zurich
Walder Heinrich	Architecte	Zurich	Zurich
Honegger E	Ing. civil	Zurich	Zurich
Dubois G.-P.	Architecte	Zurich	Membre isolé
Comment Joseph	Ing. civil	Delémont	Membre isolé
George Roland E. W.	Ing. méc.	Buenos-Aires	Membre isolé
Koller Rudolf	Ing. électr.	Zollikon	Membre isolé
Schulthess Max	Ing. méc.	Bâle	Membre isolé

Par voie de circulation du 1^{er} au 25 avril 1941 ont été admis :

			Section
Huguenin Paul	Ing. méc.	Bâle	Bâle
Zollikofer Kurt	Ing. électr.	Bâle	Bâle
v. Meyenburg Hans	Architecte	Zurich	Zurich

Dans la séance du Comité central du 2 mai 1941 ont été admis :

			Section
Dœbeli Alfred	Architecte	Berne	Berne
Lombard A., D ^r ès sc. géol. et nat.		Villette	Genève
Gasser Robert	Ing. civil	Coire	Grisons
Baud Marcel	Architecte	Pully	Vaud
Boy de la Tour E.	Architecte	Lausanne	Vaud
Portmann Max	Ing. civil	Lucerne	Waldstätte
Mussard, J.-A.	Ing. civil	Zurich	Zurich

Démissions.

			Section
Holzach F.	Ing. électr.	Bâle	Bâle
Dinner H., D ^r	Ing. chim.	Lausanne	Schaffhouse
Leuenberger F.	Ing. méc.	Schaffhouse	Schaffhouse
Meyer Paul-W.	Architecte	Zurich	Zurich
Ammann, Eduard	Ing. civil	Zurich	Zurich
Guyet Alfred	Ing. civil	Zurich	Zurich
Zschokke Max	Ing. civil	Zurich	Zurich
Nissen Paul	Ing. électr.	Zurich	Zurich
Lalivé Jacques	Ing. méc.	Baden	Zurich
Nadler Albert	Architecte	Lugano-Parad.	Membre isolé
Jenny Gabriel	Ing. agr.	Ennenda (Gl.)	Membre isolé
Balthasar Louis	Ing. électr.	Lucerne	Argovie
Ruegger U. R. Prof. D ^r	Ing. civil	Zurich	Vaud

Décès.

			Section
Lœliger Fritz D ^r	Ing. civil	Bâle	Bâle
Bovet H.	Ing. méc.	Bâle	Bâle
Travlos E.-C.	Ing. civil	Territet	Bâle