

# Voûtes cylindriques autoportantes

Autor(en): **Paris, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **67 (1941)**

Heft 2

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-51315>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# BULLETIN TECHNIQUE

## DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

## ABONNEMENTS :

Suisse : 1 an, 13.50 francs  
Etranger : 16 francs

## Pour sociétaires :

Suisse : 1 an, 11 francs  
Etranger : 13.50 francs

Prix du numéro :  
75 centimes.

Pour les abonnements  
s'adresser à la librairie  
F. Rouge & C<sup>ie</sup>, à Lausanne.

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale. —

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève; Vice-président : M. IMER, à Genève; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. Membres : *Fribourg* : MM. L. HERTLING, architecte; A. ROSSIER, ingénieur; *Vaud* : MM. F. CHENAU, ingénieur; E. ELSKES, ingénieur; EPITAUX, architecte; E. JOST, architecte; A. PARIS, ingénieur; CH. THÉVENAZ, architecte; *Genève* : MM. L. ARCHINARD, ingénieur; E. ODIER, architecte; CH. WEIBEL, architecte; *Neuchâtel* : MM. J. BÉGUIN, architecte; R. GUYE, ingénieur; A. MÉAN, ingénieur; *Valais* : M. J. DUBUIS, ingénieur; A. DE KALBERMATTEN, architecte.

RÉDACTION : D. BONNARD, ingénieur, Case postale Chauderon 475, LAUSANNE.

Publicité :  
TARIF DES ANNONCES

Le millimètre  
(larg. 47 mm.) 20 cts.  
Tarif spécial pour fractions  
de pages.

Rabais pour annonces  
répétées.



ANNONCES-SUISSES S.A.

8, Rue Centrale,  
LAUSANNE  
& Succursales.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE  
A. STUCKY, ingénieur, président; M. BRIDEL; G. EPITAUX, architecte; M. IMER.

SOMMAIRE : *Voûtes cylindriques autoportantes* (suite et fin), par A. PARIS, ingénieur, professeur à l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne. — URBANISME GENEVOIS : *Concours d'idées pour l'aménagement du haut de la rue de la Fontaine, à Genève, en connexion avec la terrasse de l'Evêché*. — *Souscription en faveur des prisonniers de guerre*. — *Timbre Pestalozzi pour prisonniers de guerre*. — BIBLIOGRAPHIE. — SERVICE DE PLACEMENT.

## Voûtes cylindriques autoportantes

par A. PARIS, ingénieur,  
professeur à l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne.

(Suite et fin)<sup>1</sup>.

### IV. Application au couvert autoportant des Moulins Rod S. A., à Orbe.

Restent ainsi à déterminer les conditions aux contours suivant génératrices.

Supposons le cas du couvert autoportant d'Orbe (fig. 6). Un des bords est libre et l'autre, pris dans une gondole massive tenue des deux côtés, a été supposé encastré sans empêchement à la flexion verticale.

Le bord libre extérieur est assujéti à porter une cimaise, qui forme chéneau pour l'écoulement des eaux de pluie; cette moulure se suspend au voile, auquel elle inflige un moment méridien, un effort tranchant et une traction méridienne. Nous y trouvons en outre la condition d'annuler l'effort méridien et l'effort tangentiel du système statique de base. Nous disposons ainsi de quatre équations pour résoudre les quatre inconnues  $\alpha$  et  $\beta$  (indice  $e$  signifie extérieur).

Le bord encastré, pris dans la gondole médiane (indice  $i =$  intérieur) supporte le demi-poids de la gondole et la condition de tangente médiane immobilisée, sauf déplacement vertical possible. Il y a en outre les annulations pareilles des efforts du système de base. Donc quatre nouvelles conditions, que nous supposons d'abord indépendantes de celles du bord opposé.

<sup>1</sup> Voir *Bulletin technique* du 11 janvier 1941.

Il faut, pour établir ces deux groupes de quatre équations d'hyperstatiques, posséder les valeurs des facteurs  $\alpha$  et  $\beta$ , qui résultent comme racines de l'équation du huitième degré.

Voici la texture du calcul du grand panneau nord-est du couvert cylindrique, qui comporte quatre panneaux

Fig. 14. — Panneaux sud bétonnés. Panneaux nord ferailés.

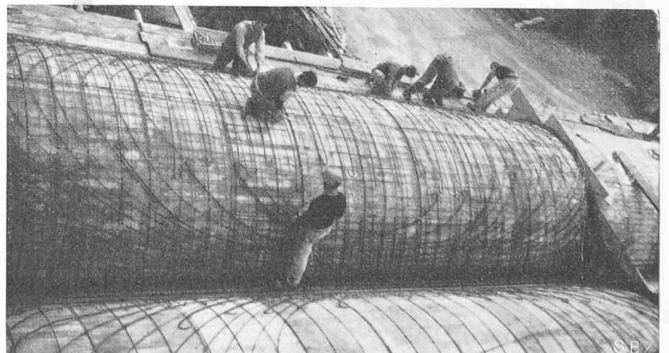
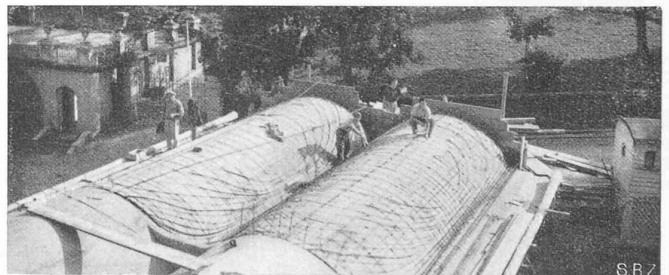


Fig. 15. — Pose des barres d'armature dans les panneaux nord.  
Clichés « Schweizerische Bauzeitung ».

dont nous choisissons le principal, qui répond aux dimensions suivantes (fig. 7) :

portée transversale  $2a = 3,625 \text{ m}$   
 portée longitudinale  $l = 10,55 \text{ m}$   
 rayon de courbure médian  $r_m = 2,038 \text{ m}$   
 épaisseur de la coque  $d = 7 \text{ cm}$ .

D'où résultent les constantes :

$$\text{facteur de raideur } k = \frac{7^2}{12 \cdot 203,8^2} = 0,98280 \cdot 10^{-4}$$

$$n = 1 \quad \lambda = 1 \cdot \pi \cdot 2,038 \text{ m} : 10,55 \text{ m} = 0,60697.$$

On calcule les puissances de  $\lambda$  et leurs inverses et trouve, en supposant nul le facteur de Poisson

$$\mu = 0$$

l'équation en  $m$

$$m^8 + 1,28318 m^6 - 0,33791 m^4 - 0,60109 m^2 + 1385,5 = 0.$$

La première approximation part de la simplification

$$m^8 + 1385,5 = 0$$

et puisque  $\frac{1}{8} \log 1385,5 = \log 2,47002$

résultent les deux solutions

$$m_0 = \begin{cases} 2,47002 (0,92388 + 0,38268 i) \\ 2,47002 (0,38268 + 0,92388 i) \end{cases}$$

$$m_0 = +2,28200 + 0,94523 i \text{ et } m_0 = +0,94523 + 2,28200 i.$$

La règle de Newton donne alors pour le premier groupe

$$f(m_0) = +1,28318 m_0^6 - 0,33791 m_0^4 - 0,60109 m_0^2 = -208,75288 + 190,88223 i$$

$$f'(m_0) = 8 m_0^7 + 7,69908 m_0^5 - 1,35164 m_0^3 - 1,20218 m_0 = -4427,22761 + 2351,27993 i.$$

Le quotient de ces deux fonctions complexes donne la correction

$$\begin{aligned} z_1 &= -\frac{f(m_0)}{f'(m_0)} = -\frac{-208,75288 + 190,88223 i}{-4427,22761 + 2351,27993 i} = \\ &= \frac{(-208,75288 + 190,88223 i)(-4427,22761 - 2351,27993 i)}{(-4427,22761 + 2351,27993 i)(-4427,22761 - 2351,27993 i)} = \\ &= \frac{+1\,373\,014 - 354\,242 i}{+25\,128\,861} = -0,05464 + 0,01410 i. \end{aligned}$$

Cette première correction est suffisamment modeste pour que nous puissions renoncer à une seconde dérivation. Nous trouvons ainsi le premier groupe

$$m_1 = +2,22736 + 0,95932 i.$$

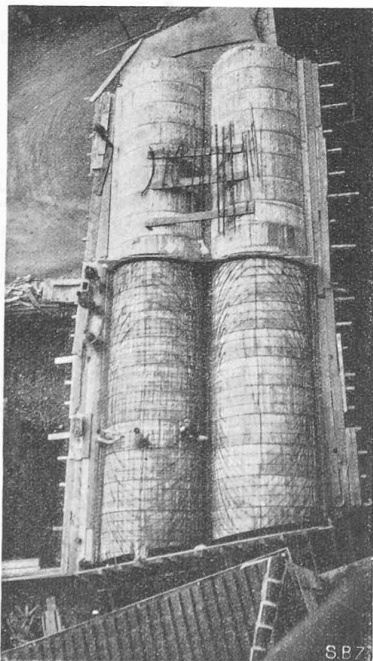


Fig. 6. Vue d'ensemble des quatre panneaux.

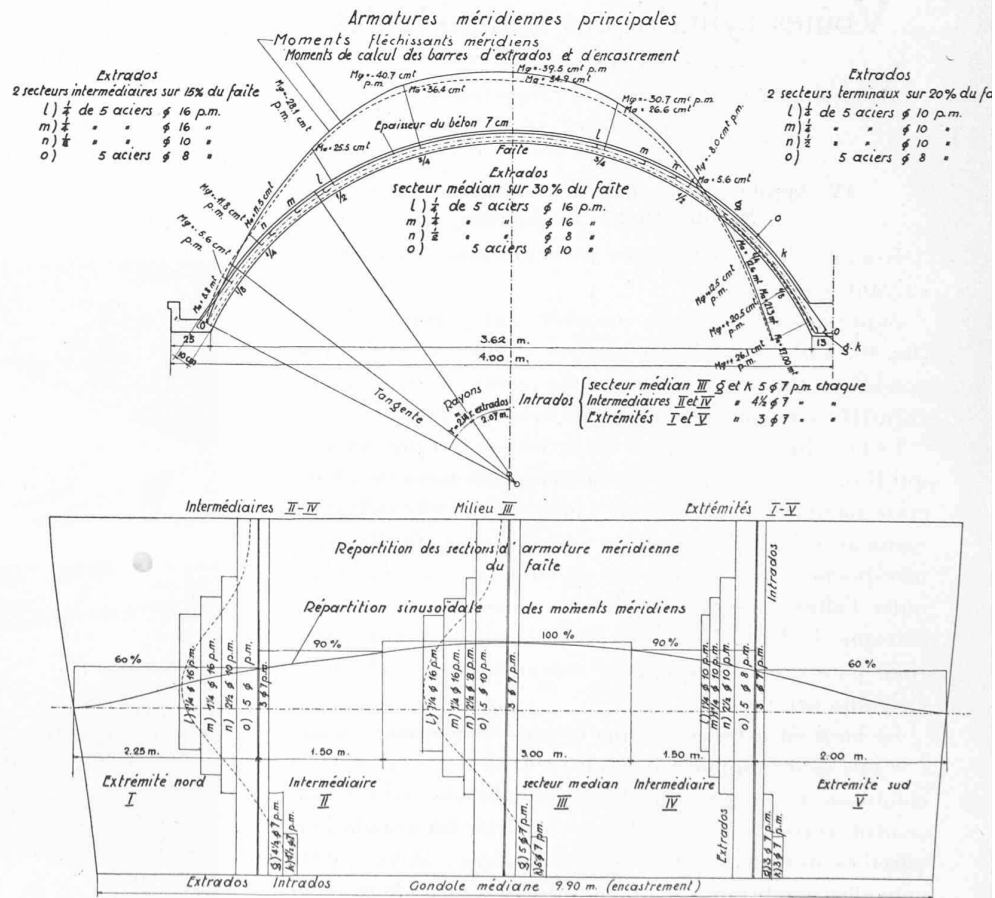


Figure 7. — En haut : moments méridiens et armature. — En bas : répartition sinusoidale des efforts maxima.

Nous trouverions, par un calcul semblable, le second groupe

$$m_2 = + 0,90683 + 2,34612 i.$$

Les quatre caractéristiques sont par conséquent

$$\alpha_1 = 2,22736 \quad \beta_1 = 0,95932 \quad \alpha_2 = 0,90683 \quad \beta_2 = 2,34612.$$

Elles nous permettent de calculer la forme littérale des constantes dérivées successives  $A$  et  $B$ , dont les premières sont

$$A_1^{(1)} = + 2,22736 A_1 - 0,95932 B_1$$

$$B_1^{(1)} = + 0,95932 A_1 + 2,22736 B_1$$

etc.

toutes étant ainsi ramenées aux quatre inconnues  $A_1 B_1 A_2 B_2$ .

Nous pouvons maintenant chiffrer les conditions aux contours suivant les génératrices inférieures. Ce sont :

D'abord, au *bord libre*.

La cimaise inflige à cette arête un moment d'encastrement

$$eM_o = - 0,01625 \text{ mt p. m.}$$

auquel s'ajoute une charge verticale

$$eV_o = 0,2325 \text{ t/m}$$

qui donne, dans la voile dont la naissance fait avec la verticale l'angle

$$\varphi_e = 64^\circ 47,4' \quad \sin \varphi_e = 0,90474 \quad \cos \varphi_e = 0,42594$$

un effort tranchant radial

$$eV_o \cdot \cos \varphi_e = + 0,09903 \text{ t/m}$$

et une traction méridienne

$$eV_o \cdot \sin \varphi_e = + 0,21035 \text{ t/m.}$$

Le système isostatique donne, d'autre part, les efforts : poussée méridienne ( $N_\varphi$ ) = - 0,28176 t/m tout le long effort tangentiel ( $N_{x\varphi}$ ) = ( $N_{\varphi x}$ ) = + 3,45347 t/m à  $x = 0$  dont l'annulation demande l'action d'efforts égaux en signes contraires.

Les termes constants des équations de condition au contour extérieur s'écrivent par conséquent

$$hM_\varphi = - 0,01625 \text{ mt/m}$$

$$hQ_\varphi = + 0,09903 \text{ t/m}$$

$$hN_\varphi = + 0,49211 \text{ t/m}$$

$$hN_{x\varphi} = - 3,45347 \text{ t/m.}$$

On utilise les équations 1 à 4 du chapitre III, ce qui, tout étant ramené uniformément à l'unité tonne/mètre, et l'angle étant  $\omega = \alpha$ , conduit aux quatre équations d'hyperstatiques

$$1) \left( \frac{l}{r} eM_\varphi \right) eA_1 + eA_2 = - 0,00797 \text{ t/m}$$

$$2) (eQ_\varphi) + 2,22736 eA_1 - 0,95932 eB_1 + 0,90683 eA_2 - 2,34616 eB_2 = + 0,09903 \text{ t/m}$$

$$3) (eN_\varphi) - 4,04084 eA_1 + 4,27350 eB_1 + 4,68194 eA_2 + 4,25506 eB_2 = + 0,49211 \text{ t/m}$$

$$4) (eN_{x\varphi}) - 11,74379 eA_1 + 23,64930 eB_1 + 21,94807 eA_2 - 7,87462 eB_2 = - 3,45347 \text{ t/m}$$

qui admettent les solutions

$$eA_1 = - 0,38968 \quad eB_1 = - 0,68821 \quad eA_2 = + 0,38171 \\ eB_2 = + 0,01678.$$

On peut désormais calculer l'état de contrainte du voile, selon les conditions d'établissement des formules ci-avant. On trouve en particulier :

$$\text{au bord libre } \omega = 0 \quad e^{-\alpha\omega} = 1$$

$$eM_\varphi = 2,03833 \text{ m} (- 0,38968 + 0,38171) = - 0,01625 \text{ mt/m}$$

$$eQ_\varphi = - 0,20775 + 0,30679 = + 0,09904 \text{ t/m}$$

$$eN_\varphi = - (+ 1,36644 - 1,85854) = + 0,49210 \text{ t/m}$$

$$eN_{x\varphi} = - 1,64753 (+ 7,10119 - 5,00491) = - 3,45368 \text{ t/m}$$

ce qui correspond avec une exactitude à moins de 1 % près aux conditions posées. On trouve ensuite au bord opposé

$$\omega = 121^\circ 22,2' \quad e^{-\alpha_1\omega} = 0,009 \quad e^{-\alpha_2\omega} = 0,1463$$

chiffres qui marquent la grande différence d'amortissement des deux ondes superposées ; on obtient les efforts

$$iM_\varphi = + 0,01630 \text{ mt/m} \quad iQ_\varphi = - 0,13176 \text{ t/m}$$

$$iN_\varphi = + 0,32970 \text{ t/m} \quad iN_{x\varphi} = + 0,01918 \text{ t/m}$$

L'amortissement est donc loin de suffire.

Les conditions au *bord encasté* n'intéressent pas le moment  $M_\varphi$ , mais une tangente au méridien, que nous supposons immobilisée suivant sa direction par l'uniformité des charges sur les deux voiles solidaires. L'angle de naissance est  $56^\circ 38,3'$  ( $\sin = 0,83466$  et  $\cos = 0,65075$ ), et les efforts immédiats, combinés à ceux à annuler dans le système isostatique, nous donnent les trois conditions (équations 2 à 4) :

$$2) \quad iA_1^{(1)} + iA_2^{(1)} = + 0,08812 \text{ t/m}$$

$$3) \quad - [iA_1^{(2)} + iA_2^{(2)}] = + 0,13355 + 0,38875 = + 0,52230 \text{ t/m}$$

$$4) \quad \frac{1}{\lambda} [iA_1^{(1,3)} + iA_2^{(1,3)}] = - 3,47341 \text{ t/m.}$$

La quatrième condition nous vient de la tangente immobilisée ; c'est (équation 5, chapitre III)

$$5) \quad (2 - \lambda^2) (iA_1^{(3)} + iA_2^{(3)}) + \left( 2 - \frac{1}{\lambda^2} \right) (iA_1^{(5)} + iA_2^{(5)}) - \frac{1}{\lambda^2} (iA_1^{(7)} + iA_2^{(7)}) = 0.$$

Les quatre équations d'élasticité, qui résultent de ces schémas,

$$+ 2,22736 iA_1 - 0,95932 iB_1 + 0,90683 iA_2 - 2,34612 iB_2 = + 0,08812$$

$$- 4,04084 iA_1 + 4,27350 iB_1 + 4,68194 iA_2 + 4,25506 iB_2 = + 0,52230$$

$$- 11,74379 iA_1 + 23,64930 iB_1 + 21,94807 iA_2 - 7,87462 iB_2 = - 3,47341$$

$$+ 1316,216 iA_1 + 420,871 iB_1 + 825,537 iA_2 + 1457,262 iB_2 = 0$$

admettent les quatre solutions

$$\begin{aligned}
 {}_iA_1 &= -0,15976 & {}_iB_1 &= -0,46001 & {}_iA_2 &= +0,29201 \\
 & & {}_iB_2 &= +0,1173.
 \end{aligned}$$

On trouve ainsi les efforts :

au bord encastré

$$\begin{aligned}
 {}_iM_\varphi &= +0,26957 \text{ mt/m} & {}_iQ_\varphi &= +0,08812 \text{ t/m} \\
 {}_iN_\varphi &= +0,52231 \text{ t/m} & {}_iN_{x\varphi} &= -3,47345 \text{ t/m}
 \end{aligned}$$

et au bord opposé (bord libre)

$$\begin{aligned}
 {}_eM_\varphi &= -0,01607 \text{ mt/m} & {}_eQ_\varphi &= -0,12093 \text{ t/m} \\
 {}_eN_\varphi &= +0,19674 \text{ t/m} & {}_eN_{x\varphi} &= -0,35392 \text{ t/m}.
 \end{aligned}$$

L'amortissement laisse donc, ici aussi, bien à désirer.

Il a fallu y parer. Une première méthode consiste à annuler les ondes au contour atteint en infligeant quatre conditions inverses, qui rectifient les constantes ; c'est la méthode la plus commode, puisqu'elle introduit simplement de nouveaux groupes de quatre équations simples à quatre inconnues chacune : on trouve ainsi, en réfléchissant au bord libre les ondes issues du bord encastré, les quatre constantes de rectification

$$\begin{aligned}
 \Delta_e A_1 &= +0,16715 & \Delta_e B_1 &= +0,23355 \\
 \Delta_e A_2 &= -0,15926 & \Delta_e B_2 &= +0,05317
 \end{aligned}$$

qui viennent corriger les quatre premières  ${}_eA_1$  à  ${}_eB_2$ .

Le vrai moyen reste néanmoins de considérer les deux bords comme solidaires, puisque les dimensions du voile les font tels, et de calculer simplement les huit constantes simultanées  ${}_eA_1$  à  ${}_iB_2$ . Les équations sont sensiblement alourdies par le fait que seulement

$$\text{au bord principal } e_{aw} = 1 \text{ et } \sin \beta\omega = 0$$

tandis qu'au bord opposé les développements sont complets.

On trouve ainsi les huit équations qui donnent, après une résolution un peu laborieuse, les racines

$$\begin{aligned}
 {}_eA_1 &= -0,27135 & {}_eB_1 &= -0,52661 & {}_eA_2 &= +0,27230 \\
 & & {}_eB_2 &= +0,05699 \\
 {}_iA_1 &= -0,15093 & {}_iB_1 &= -0,37742 & {}_iA_2 &= +0,19511 \\
 & & {}_iB_2 &= +0,09347.
 \end{aligned}$$

Ces chiffres sont sensiblement différents de ceux des deux calculs indépendants, qui avaient donné, en proportion,

$$\begin{aligned}
 {}_eA_1 &= 142 \% & {}_eB_1 &= 130 \% & {}_eA_2 &= 140 \% & {}_eB_2 &= 30 \% \\
 {}_iA_1 &= 106 \% & {}_iB_1 &= 121 \% & {}_iA_2 &= 149 \% & {}_iB_2 &= 119 \%
 \end{aligned}$$

donc, sauf pour  ${}_eB_2$  qui est en soi-même très petite, des valeurs de 6 à 50 % trop élevées.

D'autre part, la rectification des constantes du bord libre a laissé une erreur moindre mais de signe inverse, ce qui est plus grave au point de vue de la sécurité, en donnant en définitive

$$\begin{aligned}
 {}_eA_1 &= -0,22253 \text{ (82 \%)} & {}_eB_1 &= -0,45466 \text{ (86 \%)} \\
 {}_eA_2 &= +0,22245 \text{ (82 \%)} & {}_eB_2 &= +0,06995 \text{ (121 \%)}
 \end{aligned}$$

donc des résultats meilleurs en soi, mais inférieurs de 15 à 20 % à ceux du calcul par la solidarité.

Un point reste à éclaircir : l'effet de l'obliquité des têtes porteuses par rapport aux axes des voiles. Nous ne possédons pas de moyens mathématiques d'étudier cette influence sur le voile fléchi hyperstatique ; l'image des efforts intérieurs y est trop compliquée par l'influence des déformations élastiques.

Le Dr Flugge propose d'étudier l'effet sur le même voile considéré comme membrane, ce qui ne doit pas altérer profondément la fidélité des résultats issus du régime effectif. Le procédé s'appuie sur les lois de l'affinité, suivant le modèle fourni par le prof. Dischinger dans le calcul des coupoles elliptiques (compensation des masses).

Supposons (fig. 8) une voûte cylindrique droite  $b \times 2a$  rapportée au système de coordonnées 0 ( $\xi, \eta, z$ ) ; un élément

$$dF = dx \cdot dy$$

de cette coquille porte une charge extérieure définie par ses composantes suivant lesdits axes

$$p_\xi \cdot dF \quad p_\eta \cdot dF \quad p_z \cdot dF$$

L'élément  $dF$  subit, sur son contour rectangulaire, les efforts intérieurs

$$N_x \cdot dy \quad N_{xy} \cdot dy \quad N_y \cdot dx \quad N_{yx} \cdot dx$$

Ces efforts équilibrent les charges et se placent dans le feuillet médian du voile considéré comme membrane, et ceci au point de vue de translation et de rotation.

Soit maintenant une voûte, égale en tant que cylindre mais oblique à ses têtes, selon figure. Le parallélogramme  $b \times 2a$  de sa base est affine au rec-

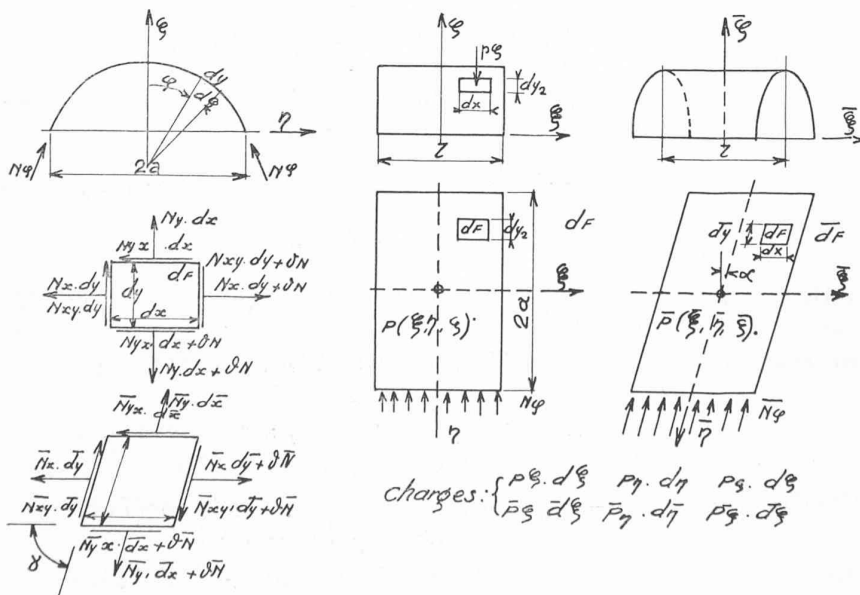


Fig. 8. — Conditions d'affinité dans les membranes.

tangle du voile droit, dont il est la projection oblique ; les conditions de cette affinité sont

$$\bar{\xi} = \xi \quad \bar{\eta} = \eta : \cos \alpha \quad \bar{z} = z$$

Si l'on désigne par

$$\bar{dx}, \quad \bar{dy} \quad \text{et} \quad \bar{dF}$$

les dimensions du parallélogramme affine dessiné sur le cylindre oblique, en position projective avec  $dF = dx \cdot dy$  du cylindre droit, on a

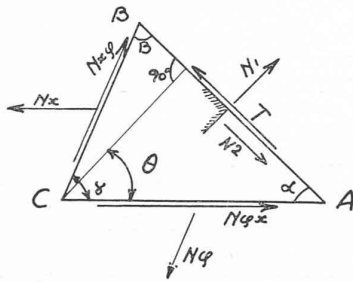


Fig. 9. — Directions des efforts principaux.

$$\bar{dx} = dx \quad \bar{dy} = dy : \sin \gamma \quad \bar{dF} = dF$$

d'où résulte

$$\sin \gamma = dy : \bar{dy} = 1 : \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha \cos^2 \varphi}$$

puisque

$$\bar{dy} = dy \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi}.$$

L'angle  $\alpha$ , entre projection des méridiens et axe du cylindre, étant donné par le plan de l'ouvrage, on calcule en tableau le produit  $\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi$  au divers points du voile, là où l'on doit tracer les croix des efforts principaux (fig. 11) ; le rapport

$$\sin \gamma = dy : \bar{dy}$$

en résulte directement par calcul à la machine.

On détermine les efforts  $\bar{N}_x$  et  $\bar{N}_y$  rapportés à l'unité de la longueur qui leur est normale, par les formules

$$\bar{N}_x = N_x \frac{\bar{dx}/dx}{\bar{dy}/dy} = N_x \frac{dy}{\bar{dy}} \quad \bar{N}_y = N_y \frac{\bar{dy}/dy}{\bar{dx}/dx} = N_y \frac{\bar{dy}}{dy}.$$

L'effort tangentiel reste le même

$$\bar{N}_{xy} = N_{xy}.$$

La transformation affine ne touche donc pas les efforts tangentiels, ce qu'on savait du reste du professeur Dr W. Ritter.

Il a fallu encore tenir compte, dans le calcul des efforts, de la différence d'obliquité des têtes, ce qui produit une différence de portée des parallèles successifs relativement au faîte, avec correction corrélative.

Une fois déterminés tous ces efforts longitudinaux, méridiens et tangentiels, on a fixé les directions principales aux divers points, par la condition de Mohr (fig. 9)

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{+ N_\varphi \cdot \sin 2\gamma + 2 N_{\varphi_x} \sin \gamma}{+ N_x + N_\varphi \cos 2\gamma + 2 N_{\varphi_x} \cos \gamma}$$

puis les efforts principaux par

$$N_1 = + \frac{1}{\sin \gamma} \left[ \frac{1}{2} \bar{N}_x (1 - \cos 2\alpha) + \frac{1}{2} \bar{N}_\varphi (1 - \cos 2\beta) + 2 \bar{N}_{\varphi_x} \sin \alpha \sin \beta \right].$$

La valeur  $\operatorname{tg} 2\theta$  donne deux angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  qui diffèrent de  $90^\circ$ , et auxquels correspondent deux paires de valeurs  $\alpha$  et  $\beta$

$$\alpha = 90 - \theta \quad \beta = 90 + \theta - \gamma.$$

Les valeurs intéressantes concernent les efforts de traction dont la figure 10 montre l'intensité et la couverture.

L'effort de pression au milieu du faîte atteint  $N_x = -22,8$  t/m. Les efforts tangentiels, qui atteignent leur maximum à mi-hauteur des rives sud et nord, y passent par la valeur de  $N_{x\varphi} = 6,43$  t/m. C'est, dans notre cas (fig. 11 et 12), le chiffre le plus important pour l'armature, dont l'attache est naturellement délicate à réaliser ; on y a pourvu par une armature oblique largement distribuée et solidaire de l'armature tendue des bords inférieurs. L'amarrage des barres dans les poitrails terminaux a demandé des soins spéciaux.

L'armature méridienne se place presque entièrement à l'extrados de la voûte (fig. 7), qui se tient pratiquement en équilibre sur les trajectoires d'efforts principaux de la coque autoportante ; cette position est celle d'un porte à faux, sauf aux environs de la gondole médiane, où règnent des moments positifs ; le voile cylindrique tend donc à se refermer en diminuant son rayon de courbure, dans sa partie la plus étendue du moins.

Les armatures principales (fig. 13), qui répondent à la nature de poutre qui caractérise l'ensemble formé par la voûte autoporteuse, ont été préparées et posées comme l'indique le plan du panneau reproduit ci-contre. Mais à l'inverse de ce que l'on fait pour une poutre massive ordinaire, peu délicate en sa constitution et où on concentre toute la résistance à la traction dans la zone inférieure, on doit ici reprendre les efforts de traction aux

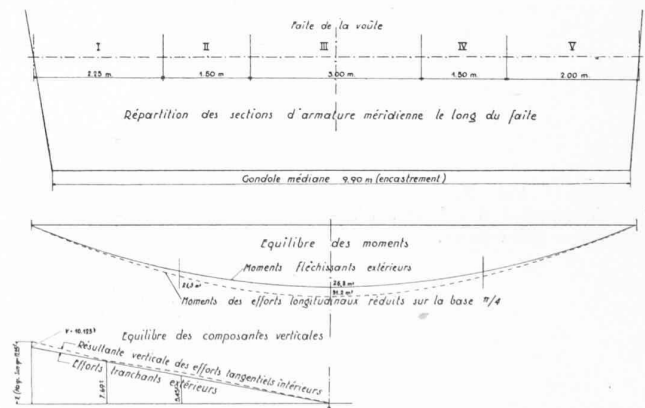


Fig. 16. — Grand panneau nord-est.

En haut : demi-plan et secteurs d'armature méridienne.  
Au milieu : moments fléchissants généraux extérieurs et intérieurs.  
En bas : efforts tranchants et résultantes verticales des cisaillements le long des méridiens.

Fig. 11.  
Orientation des tensions principales (voûte développée).

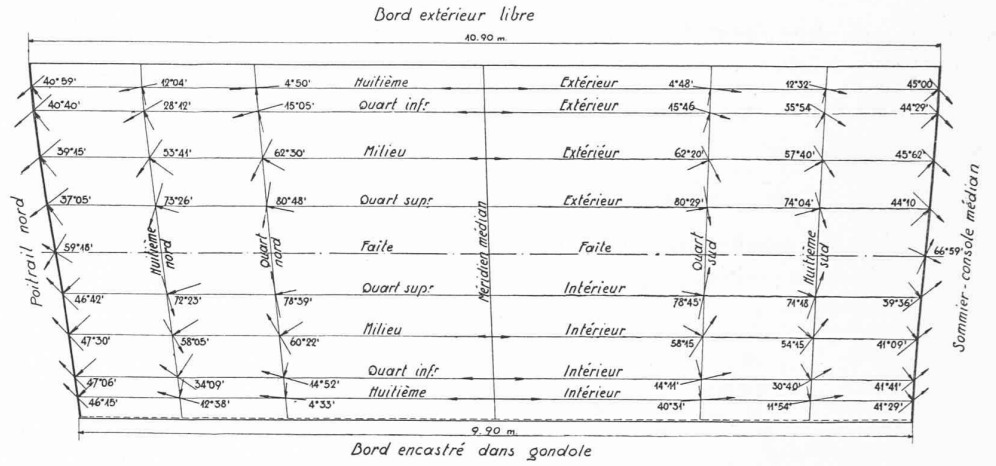


Fig. 12.  
Trajectoires des tractions principales sur la voûte développée.

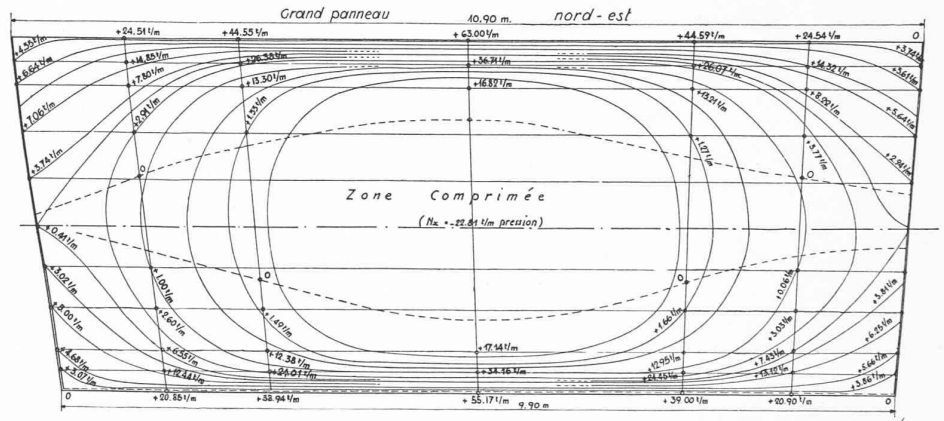


Fig. 10.  
Couverture des tractions principales droites et obliques par les armatures.

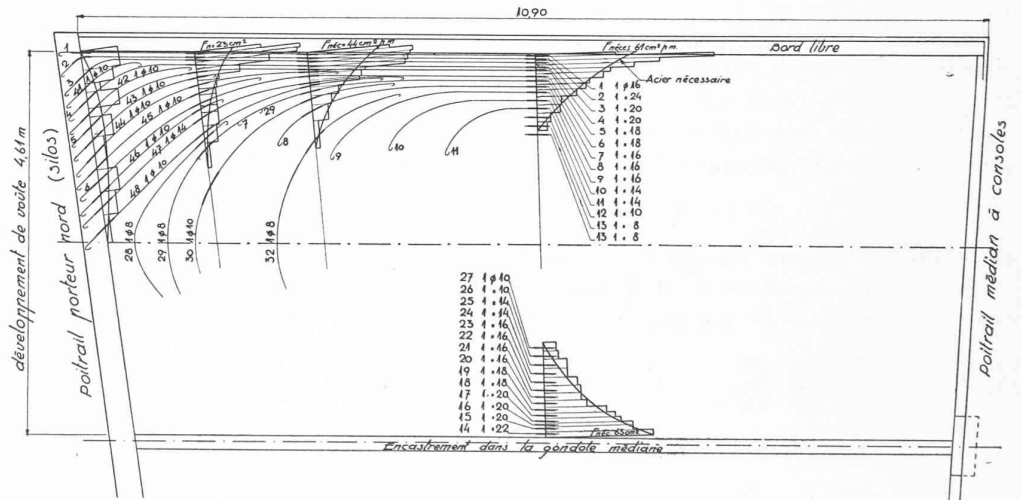
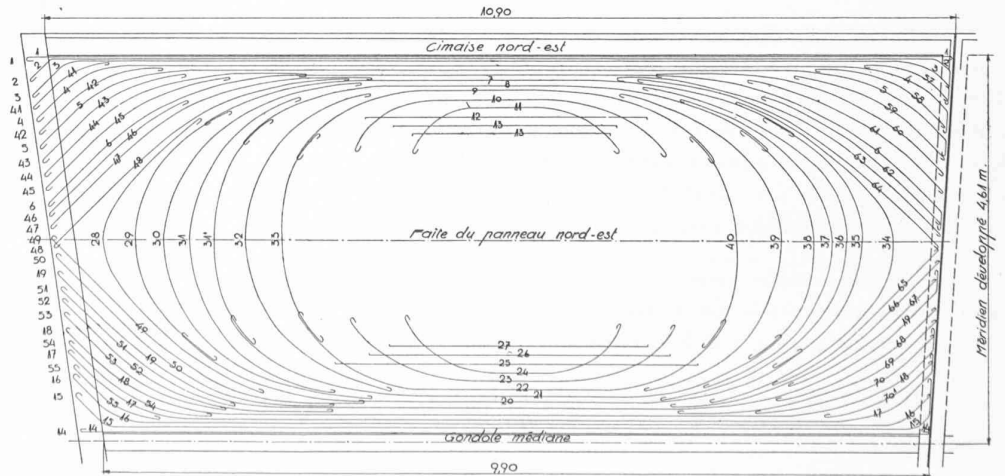


Fig. 13.  
Développement des barres d'armatures principales.



lieux mêmes où ils se produisent. La « couverture » de ces tractions, tant droites qu'obliques, en fait foi (fig. 10, 14, 15).

L'équilibre général du système satisfait de manière correcte à celui des charges extérieures (fig. 16); on remarquera toutefois que le calcul se base sur le premier terme de la série, terme qui contient le facteur  $4/\pi$ ; le terme suivant serait négatif mais n'a pas pu être pris en considération faute de temps. Si donc on tient compte de cette majoration automatique, on constate une bonne concordance des résultats. Voici :

*Equilibre intérieur de la voûte*

Efforts longitudinaux  $N_x$ .

$$\left. \begin{aligned} \text{Traction } Z = \Sigma \Delta F_a \cdot \sigma_{tr} &= + 56,760 \text{ t} \\ \text{Pression } D = \Sigma \Delta F_b \cdot \sigma_{pr} &= - 53,163 \text{ t} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Moyenne } 54,96 \text{ t} \\ &\pm 3,3 \% \end{aligned}$$

Moment fléchissant extérieur

$$M_{fl} = 1,920 \text{ t/m} \times \frac{10,55^2}{8} = 26,8 \text{ mt}$$

Moment de résistance (couple total des efforts  $N_x$ : + 39,750 mt)

$$M_r = \pi/4 \times 39,750 \text{ mt.} = 31,2 \text{ mt} = 115 \% \text{ du } M_{fl}$$

*Equilibre le long des poitrails terminaux*

Charge totale du demi-voile

$$T = \frac{10,55 \text{ m}}{2} (0,250 \text{ t/m}^2 \cdot 4,320 \text{ m} + 0,175 \text{ t/m}^2 \cdot 3,625 \text{ m}) = 10,125 \text{ t.}$$

Résultante verticale des efforts tangentiels le long du poitrail

$$V = \sum_{\varphi_e}^{\varphi_i} N_{x\varphi} \cdot \sin \varphi \cdot \Delta s = + 14,200 \text{ t}$$

$$\frac{\pi}{4} \times V = 11,2 \text{ t} = 110 \% \text{ de } T.$$

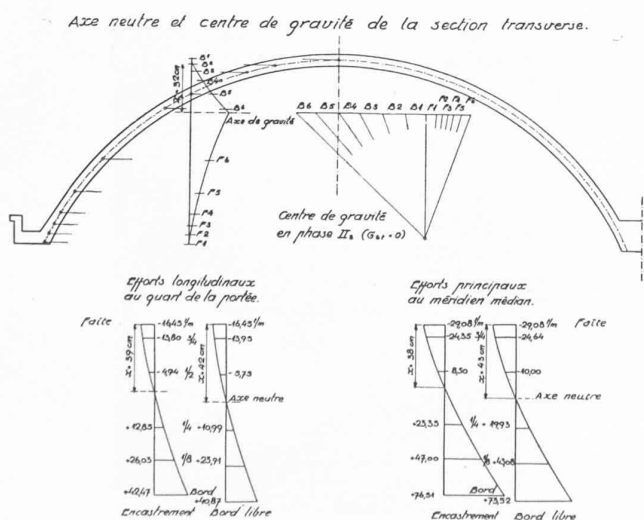


Fig. 17. — Comparaison du diagramme rectiligne de Navier aux efforts longitudinaux effectifs dans la voûte autoportante.

*Contraintes probables*

Epaisseur du béton 7 cm.

Armature du côté libre :

$$1 \text{ } \emptyset 20 + 1 \text{ } \emptyset 24 + 2 \text{ } \emptyset 20 + 2 \text{ } \emptyset 18 + 3 \text{ } \emptyset 16 + 2 \text{ } \emptyset 14 = 28,13 \text{ cm}^2$$

Moment d'inertie selon Navier (Phase II<sub>b</sub>):

$$J = 2H \times \text{Aire planimétrée} = 2 \times 800 \text{ cm}^2 \times 2280 \text{ cm}^2 = 3\,650\,000 \text{ cm}^4.$$

Effort théorique dans le béton

$$\sigma_b = \frac{2\,680\,000 \text{ cm.kg} \times 38,0 \text{ cm}}{3\,650\,000 \text{ cm}^4} = 27,7 \text{ kg/cm}^2$$

dit dans l'armature tendue

$$\sigma_a = 10 \times 27,7 \text{ kg/cm}^2 \times 81,0/38,0 = 590 \text{ kg/cm}^2.$$

Tensions selon efforts principaux  $N_x$  dans l'armature tendue, à l'arête,

$$N_x \times \Delta S : F_a = 0,13 \text{ m} \cdot 63,0 \text{ t} = 8,2 \text{ t}$$

(trois premières barres)  $F_a = 2 \text{ } \emptyset 20 + 1 \text{ } \emptyset 24 = 10,8 \text{ cm}^2$

$$\sigma_a = 8,2 \text{ t} : 10,8 \text{ cm}^2 = 0,75 \text{ t/cm}^2$$

$$\pi/4 \times 0,75 \text{ t/cm}^2 = 0,59 \text{ t/cm}^2$$

dans le béton comprimé, au faite,

$$N_x = - 22,8 \text{ t/m} \quad F_b = 100 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} = 700 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_b = 22\,800 \text{ kg} : 700 \text{ cm}^2 = 32,8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\pi/4 \times 32,8 \text{ kg/cm}^2 = 27,9 \text{ kg/cm}^2.$$

Ainsi donc, et comme on devait s'y attendre dans un système extérieurement isostatique, la concordance entre les efforts calculés pour la poutre compacte et ceux constatés en fonction des efforts intérieurs, réserve faite du facteur de réduction  $\pi/4$ , se montre parfaitement suffisante pour les besoins d'une construction soignée.

L'effort tranchant le long des poitrails (effort tangentiel le long du méridien) atteint un maximum

$$\tau = 6430 \text{ kg p. m} : 700 \text{ cm}^2 \text{ p. m} = 9,2 \text{ kg/cm}^2$$

chiffre important déjà, et qui justifie les précautions prises pour le tenir en équilibre.

La dépense d'acier atteint 210 kg par m<sup>3</sup> de béton des voiles, ce qui par 19,5 k d'acier par m<sup>2</sup> de surface verticale.

Ces résultats nous font atteindre le but de cette étude du voile sans sommiers raidisseurs, tel que construit à Orbe. La présence de raidissements longitudinaux aurait créé de nouveaux contours solidaires, dont l'étude, fort complexe naturellement, ne se justifiait pas ici.