

# Sur l'introduction des coordonnées cartésiennes obliques dans la Théorie de l'élasticité

Autor(en): **Favre, Henry**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **72 (1946)**

Heft 26

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-54641>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# BULLETIN TECHNIQUE

## DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

## ABONNEMENTS :

Suisse : 1 an, 17 francs

Etranger : 20 francs

Pour sociétaires :

Suisse : 1 an, 14 francs

Etranger : 17 francs

Prix du numéro :

75 centimes

Pour les abonnements  
s'adresser à la librairie  
F. Rouge & C<sup>ie</sup>, à Lausanne.

Organe de la Société suisse des ingénieurs et des architectes, des Sociétés vaudoise et genevoise des ingénieurs et des architectes, de l'Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de l'Université de Lausanne et des Groupes romands des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale.

COMITÉ DE PATRONAGE. — Président : R. NEESER, ingénieur, à Genève ; Vice-président : G. EPITAUX, architecte, à Lausanne ; secrétaire : J. CALAME, ingénieur, à Genève. Membres : *Fribourg* : MM. L. HERTLING, architecte ; P. JOYE, professeur ; *Vaud* : MM. F. CHENAUX, ingénieur ; E. ELSKES, ingénieur ; E. D'OKOLSKI, architecte ; A. PARIS, ingénieur ; CH. THÉVENAZ, architecte ; *Genève* : MM. L. ARCHINARD, ingénieur ; E. MARTIN, architecte ; E. ODIER, architecte ; *Neuchâtel* : MM. J. BÉGUIN, architecte ; G. FURTER, ingénieur ; R. GUYE, ingénieur ; *Valais* : M. J. DUBUIS, ingénieur ; A. DE KALBERMATTEN, architecte.

RÉDACTION : D. BONNARD, ingénieur. Case postale Chauderon 475, LAUSANNE.

Publicité :  
TARIF DES ANNONCES

Le millimètre

(larg. 47 mm.) 20 cts.

Tarif spécial pour fractions  
de pages.

En plus 20% de majoration de guerre

Rabais pour annonces  
répétées.

ANNONCES-SUISSES S.A.

5, rue Centrale  
LAUSANNE  
& Succursales.

CONSEIL D'ADMINISTRATION DE LA SOCIÉTÉ ANONYME DU BULLETIN TECHNIQUE

A. STUCKY, ingénieur, président ; M. BRIDEL ; G. EPITAUX, architecte ; R. NEESER, ingénieur.

SOMMAIRE : *Sur l'introduction des coordonnées cartésiennes obliques dans la Théorie de l'élasticité* (suite et fin), par HENRY FAVRE, professeur à l'Ecole polytechnique fédérale, Zurich. — Congrès technique international, Extraits de communications (suite et fin) : *L'enseignement technique et la formation professionnelle* ; *Comment étudier de meilleures machines*, par N. NEBOUT, ingénieur A et M ; *L'ingénieur, cheville ouvrière et pivot de l'économie*, par H.-L. SUPPER ; *Les relations entre ingénieurs et architectes*, par A. CROIZÉ. — BIBLIOGRAPHIE. — Association des anciens élèves de l'Ecole polytechnique fédérale. — Société suisse des ingénieurs et des architectes : *Communiqué du Secrétariat*. — CARNET DES CONCOURS. — SERVICE DE PLACEMENT. — INFORMATIONS DIVERSES.

## Sur l'introduction des coordonnées cartésiennes obliques dans la Théorie de l'élasticité

par HENRY FAVRE,

professeur à l'Ecole polytechnique fédérale, Zurich.

(Suite et fin.)<sup>1</sup>

### § 2. Déformation des plaques fléchies, en coordonnées obliques<sup>2</sup>.

Considérons une plaque d'épaisseur  $h$ , sollicitée par des forces extérieures perpendiculaires aux faces, y compris les réactions le long du pourtour (fig. 7). Choisissons d'abord un système cartésien rectangulaire  $Oxyz$ , les axes  $x, y$  étant situés dans le plan équidistant des faces, avant la déformation. Soit  $z = \overline{PP'}$  le déplacement, parallèle à  $z$ , d'un point  $P(x, y)$  de ce plan. Le lieu des points  $P'(x, y, z)$  est la « surface élastique ».

On démontre, dans la théorie des plaques, que les tensions  $\sigma_x, \dots, \tau_{xy}, \dots$  en un point  $(x, y, z)$  sont liées aux déformations par les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{E}{1-\nu^2} z \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right), \\ \sigma_y &= -\frac{E}{1-\nu^2} z \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right), \\ \tau_{xy} &= -\frac{E}{1+\nu} z \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y}, \quad \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0, \end{aligned} \right\} (29)$$

où  $E$  désigne le module d'élasticité et  $\nu = \frac{1}{m}$  le coefficient de Poisson.

Les formules (29) permettent de calculer les tensions dès que l'on connaît  $\zeta(x, y)$ . Cette fonction  $\zeta$  doit : 1° satisfaire à l'équation aux dérivées partielles du 4<sup>e</sup> ordre :

$$\Delta \Delta \zeta = \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} p, \quad (30)$$

$p(x, y)$  étant la surcharge par unité de surface ; 2° remplir les conditions au contour.

Le travail intérieur de déformation  $A$  est donné par l'intégrale double, étendue à la surface  $F$  de la plaque :

$$\begin{aligned} A &= \frac{Eh^3}{24(1-\nu^2)} \iint_{(F)} \left\{ \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2\nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dF. \end{aligned} \quad (31)$$

Pour une déformation définie par une variation  $\delta \zeta$  de  $\zeta$  qui satisfait aux conditions imposées au contour, le principe des travaux virtuels s'écrit :

$$\iint_{(F)} p \delta \zeta dF - \delta A = 0. \quad (32)$$

<sup>1</sup> Voir *Bulletin technique* du 7 décembre 1946, p. 321.

<sup>2</sup> Voir les mémoires de l'auteur : *Contribution à l'étude des plaques obliques*, « Schweiz. Bauzeitung », des 25 juillet et 1<sup>er</sup> août 1942, ou « Bulletin technique de la Suisse romande » du 3 octobre 1942, et *Le calcul des plaques obliques par la méthode des équations aux différences*, Sixième volume des Mémoires de l'Association internationale des Ponts et Charpentiers, Zurich 1943/44.

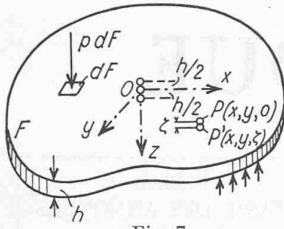


Fig. 7.

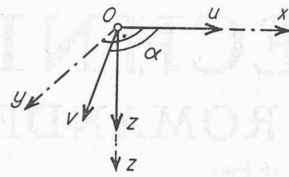


Fig. 8.

Introduisons maintenant un système oblique  $u, v, z$ , tel que les axes  $u, z$  coïncident respectivement avec  $x, z$ , l'axe  $v$  étant situé dans le plan  $x, y$  et faisant l'angle  $\alpha$  avec  $u$  (fig. 8). Remplaçons, dans le système (29), les dérivées

$\frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial x \partial y}$  par leurs expressions en fonction de  $\frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u^2}, \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial v^2}, \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u \partial v}$ , puis introduisons les valeurs de  $\sigma_x, \sigma_y$  et  $\tau_{xy}$  ainsi obtenues dans le système (2), on obtient :

$$\begin{aligned} \sigma_u &= -\frac{Ez}{(1-\nu^2)\sin^3\alpha} \left[ \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u^2} - 2\cos\alpha \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u \partial v} + (\cos^2\alpha + \nu\sin^2\alpha) \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial v^2} \right], \\ \sigma_v &= -\frac{Ez}{(1-\nu^2)\sin^3\alpha} \left[ (\cos^2\alpha + \nu\sin^2\alpha) \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u^2} - 2\cos\alpha \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u \partial v} + \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial v^2} \right], \\ \tau_{uv} &= \frac{Ez}{(1-\nu^2)\sin^3\alpha} \left[ \cos\alpha \left( \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial v^2} \right) + (1+\nu)\sin^2\alpha - 2 \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u \partial v} \right], \\ \sigma_z &= \tau_{vz} = \tau_{zu} = 0. \end{aligned} \tag{33}$$

L'équation différentielle de la surface élastique (30) devient, en coordonnées obliques :

$$\frac{\partial^4 \mathcal{Z}}{\partial u^4} + \frac{\partial^4 \mathcal{Z}}{\partial v^4} - 4\cos\alpha \left( \frac{\partial^4 \mathcal{Z}}{\partial u^3 \partial v} + \frac{\partial^4 \mathcal{Z}}{\partial u \partial v^3} \right) + 2(1+2\cos^2\alpha) \frac{\partial^4 \mathcal{Z}}{\partial u^2 \partial v^2} = \frac{12(1-\nu^2)\sin^4\alpha \cdot p}{Eh^3} \tag{34}$$

L'expression (31) du travail de déformation s'écrit, en remarquant que  $dF = \sin\alpha \cdot du \cdot dv$  :

$$\begin{aligned} A &= \frac{Eh^3}{24(1-\nu^2)\sin^3\alpha} \iint_{(F)} \left\{ \left( \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial v^2} \right)^2 + 2(\cos^2\alpha + \nu\sin^2\alpha) \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u^2} \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial v^2} + \right. \\ &+ 2 \left[ 2\cos^2\alpha + (1-\nu)\sin^2\alpha \right] \left( \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u \partial v} \right)^2 - \\ &\left. - 4\cos\alpha \left( \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial v^2} \right) \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u \partial v} \right\} du \, dv, \end{aligned} \tag{35}$$

et le principe des travaux virtuels (32) :

$$\sin\alpha \iint_{(F)} p \, \delta \mathcal{Z} \, du \, dv - \delta A = 0. \tag{36}$$

Nous allons maintenant appliquer ces résultats à l'étude de la *déformation des plaques obliques*.

Soit une plaque dont le contour est un parallélogramme de côtés  $2a$  et  $2b$  faisant un angle  $\alpha$ . Choisissons, dans le plan équidistant des faces, le système  $u, v$  indiqué dans la figure 9. Les conditions au contour s'écrivent sans difficulté, grâce au choix des coordonnées. Par exemple, dans les deux cas suivants, nous aurons :

a) *plaque encastree* :

$$\left. \begin{aligned} \text{pour } u = \pm a : z = 0 \text{ et } \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial u} = 0, \\ \text{pour } v = \pm b : z = 0 \text{ et } \frac{\partial \mathcal{Z}}{\partial v} = 0. \end{aligned} \right\} \tag{37}$$

b) *plaque posée* :

$$\left. \begin{aligned} \text{pour } u = \pm a : z = 0 \text{ et } \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u^2} - 2\cos\alpha \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u \partial v} = 0, \\ \text{pour } v = \pm b : z = 0 \text{ et } \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial v^2} - 2\cos\alpha \frac{\partial^2 \mathcal{Z}}{\partial u \partial v} = 0; \end{aligned} \right\} \tag{38}$$

(les conditions relatives aux dérivées secondes expriment que  $\sigma_u = 0$  pour  $u = \pm a$  et  $\sigma_v = 0$  pour  $v = \pm b$ , comme le montrent les deux premières formules (33) en tenant compte de la condition  $z = 0$  le long du pourtour. On sait, depuis les travaux de Kirchhoff, qu'il n'est pas nécessaire d'annuler les tensions tangentielles le long du contour).

Si la charge  $p(u, v)$  est donnée, la *solution rigoureuse* du problème consistera à trouver l'unique intégrale de (34) satisfaisant aux conditions (37) ou (38)<sup>1</sup>.

Une *première méthode approchée* résidera dans l'application du principe des travaux virtuels (36). On choisira pour  $\mathcal{Z}$  une fonction de  $u, v$  satisfaisant aux conditions au contour et contenant un certain nombre de coefficients inconnus. En donnant à ces coefficients des variations arbitraires on obtiendra, par application de (36), autant d'équations qu'il y a de coefficients. L'exactitude de cette méthode, due à Rayleigh et à Ritz, sera d'autant plus grande que la fonction choisie sera plus apte à représenter la surface élastique.

Une *seconde méthode approchée* consistera à remplacer l'équation différentielle (34) ou (30) par deux systèmes d'équations linéaires, en utilisant des équations aux différences. A cet effet, on remplacera d'abord l'équation (30) par les deux suivantes :

$$\Delta q = \frac{12(1-\nu^2)p}{Eh^3}, \quad \Delta \mathcal{Z} = q,$$

où  $q$  désigne, comme  $\mathcal{Z}$ , une fonction inconnue de  $u$  et  $v$ . Ces relations s'écrivent, en coordonnées obliques :

<sup>1</sup> On sait en effet que, dans chaque cas déterminé, le problème n'a qu'une solution.

$$\frac{\partial^2 q}{\partial u^2} - 2 \cos \alpha \frac{\partial^2 q}{\partial u \partial v} + \frac{\partial^2 q}{\partial v^2} = \frac{12(1-\nu^2) \sin^2 \alpha}{Eh^3} p, \quad (39)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial u^2} - 2 \cos \alpha \frac{\partial^2 \zeta}{\partial u \partial v} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial v^2} = \sin^2 \alpha \cdot q. \quad (40)$$

Choisissons ensuite un « réseau oblique » (fig. 10) et remplaçons les dérivées secondes par leurs expressions en fonction des valeurs ...,  $q_{mn}$ ,  $\zeta_{mn}$ , ... aux points ...,  $(m, n)$ , ... de ce réseau; on obtient, pour chacun de ces points, les deux équations aux différences :

$$\left. \begin{aligned} & \frac{q_{m+1,n} - 2q_{m,n} + q_{m-1,n}}{\Delta u^2} \\ & - 2 \cos \alpha \frac{q_{m+1,n+1} + q_{m-1,n-1} - q_{m+1,n-1} - q_{m-1,n+1}}{4 \Delta u \Delta v} + \\ & + \frac{q_{m,n+1} - 2q_{m,n} + q_{m,n-1}}{\Delta v^2} = \frac{12(1-\nu^2) \sin^2 \alpha}{Eh^3} p_{m,n}, \end{aligned} \right\} (41)$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\zeta_{m+1,n} - 2\zeta_{m,n} + \zeta_{m-1,n}}{\Delta u^2} \\ & - 2 \cos \alpha \frac{\zeta_{m+1,n+1} + \zeta_{m-1,n-1} - \zeta_{m+1,n-1} - \zeta_{m-1,n+1}}{4 \Delta u \Delta v} + \\ & + \frac{\zeta_{m,n+1} - 2\zeta_{m,n} + \zeta_{m,n-1}}{\Delta v^2} = \sin^2 \alpha \cdot q_{m,n}. \end{aligned} \right\} (42)$$

Le problème de la détermination de la surface élastique est ainsi ramené à la résolution d'un système d'équations linéaires simultanées.

— Appliquons ces équations aux deux cas suivants :

1° *Calcul de la flèche de la plaque oblique encadrée, à charge uniformément répartie.*

Soit  $p$  la charge constante. Appliquons la méthode de Rayleigh-Ritz. Prenons pour  $\zeta$  le polynôme du 12<sup>e</sup> degré :

$$\zeta = \frac{f}{14,699 a^6 b^6} \left( \begin{aligned} & (u^6 + 1,834 a^2 u^4 - 6,668 a^4 u^2 + 3,834 a^6) \cdot \\ & \cdot (v^6 + 1,834 b^2 v^4 - 6,668 b^4 v^2 + 3,834 b^6), \end{aligned} \right) \quad (43)$$

où  $f = (\zeta)_{u=0}$  désigne la flèche de la plaque. Les coefficients de cette fonction ont été choisis de façon à satisfaire aux conditions d'encastrement (37) et à la condition suivante : pour la plaque carrée ( $a = b, \alpha = \frac{\pi}{2}$ ), le rapport de la courbure aux extrémités d'un profil axial à la courbure au milieu de ce profil doit être égal à  $-2,900$

(ce nombre peut être déduit d'une étude de M. Nadai sur la plaque rectangulaire encadrée<sup>1</sup>).

En introduisant  $\zeta$  dans l'expression (35) du travail de déformation, on obtient :

$$\begin{aligned} A &= \frac{Eh^3}{24(1-\nu^2) \sin^3 \alpha} \frac{f^2}{ab} \left[ 24,083 \frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2} + \right. \\ & \left. + 12,036 (1 + 2 \cos^2 \alpha) \right], \text{ d'où :} \\ \delta A &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2) \sin^3 \alpha} \frac{f \delta f}{ab} \left[ 24,083 \frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2} + \right. \\ & \left. + 12,036 (1 + 2 \cos^2 \alpha) \right]. \end{aligned}$$

On a, d'autre part :

$$\iint_{(F)} p \delta \zeta du dv = 1,2240 pab \delta f.$$

En introduisant ces valeurs dans l'équation (36) et en résolvant par rapport à  $f$ , on obtient :

$$f = 0,6100 \frac{(1-\nu^2) p}{Eh^3} \frac{a^2 b^2 \sin^4 \alpha}{\frac{1}{2} + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \cos^2 \alpha}. \quad (44)$$

Si l'on considère que  $F = 4 ab \sin \alpha$ , cette valeur de la flèche peut s'écrire :

$$f = \frac{(1-\nu^2) F^2 p}{Eh^3} \Phi \left( \frac{a}{b}, \alpha \right), \quad (45)$$

$$\text{où } \Phi \left( \frac{a}{b}, \alpha \right) = \frac{0,03813 \sin^2 \alpha}{\frac{1}{2} + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \cos^2 \alpha}. \quad (46)$$

La partie inférieure de la figure 12 est une représentation graphique de la fonction  $\Phi$  définie par (46) (trait continu).

2° *Calcul de la flèche de la plaque oblique posée, à charge uniformément répartie.*

Soit encore  $p$  la charge constante. Appliquons la

<sup>1</sup> NADAI : *Elastische Platten*. Springer, Berlin, 1925, p. 180 et suiv.

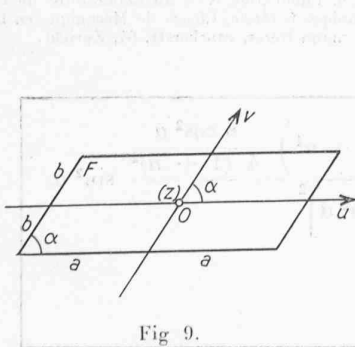


Fig. 9.

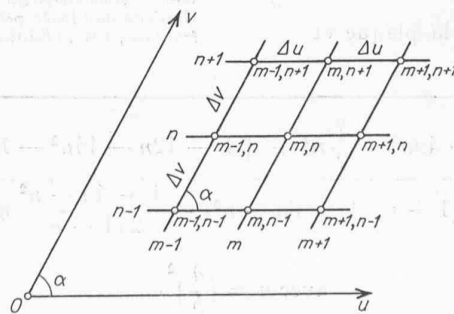


Fig. 10.

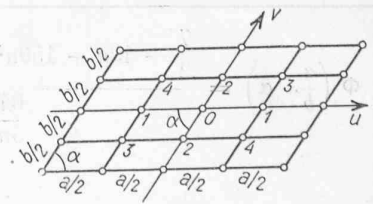


Fig. 11.

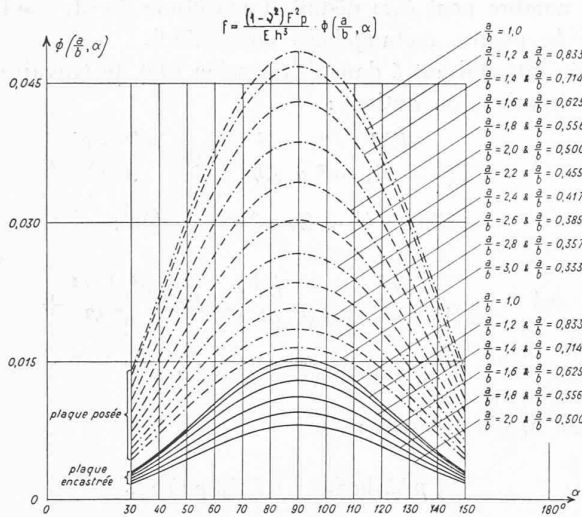


Fig. 12. — Détermination de la flèche  $f$  d'une plaque oblique à charge uniformément répartie. Représentation graphique de la fonction  $\Phi\left(\frac{a}{b}, \alpha\right)$ .

méthode des équations aux différences. Le long du contour, on doit avoir  $z = 0$  et  $q = \Delta z = 0$ . En effet, les conditions (38) reviennent à celles-ci :

pour  $u = \pm a : z = 0$  et

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} \left( \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} - 2 \cos \alpha \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} + \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} \right) = \Delta z = 0,$$

pour  $v = \pm b : z = 0$  et

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} \left( \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} - 2 \cos \alpha \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} + \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} \right) = \Delta z = 0,$$

car  $\left( \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} \right)_{u=\pm a} = 0$  et  $\left( \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} \right)_{v=\pm b} = 0$ .

En choisissant le réseau de la figure 11 et en écrivant les équations (41) et (42) pour les points 0, 1, 2, 3, 4, on obtient un système de dix équations entre les grandeurs  $z_0, z_1, \dots, z_4, q_0, q_1, \dots, q_4$ , d'où l'on tire sans difficulté la valeur de la flèche  $f = z_0$  :

$$f = \frac{(1 - \nu^2) F^2 p}{E h^3} \Phi\left(\frac{a}{b}, \alpha\right), \tag{47}$$

où  $F$  désigne la surface  $4ab \cdot \sin \alpha$  de la plaque et

$$\Phi\left(\frac{a}{b}, \alpha\right) = \frac{\frac{7}{2} + 49n + 159n^2 + 49n^3 + \frac{7}{2}n^4 + \left(1 - 12n - 14n^2 - 12n^3 + n^4\right) \frac{n \cos^2 \alpha}{4(1+n)^2} \sin^2 \alpha}{\frac{64}{3n} \left[ (1+n)(1+6n+n^2) - \frac{1+4n+n^2}{2(1+n)} n \cos^2 \alpha \right]^2} \tag{48}$$

avec  $n = \left(\frac{a}{b}\right)^2$ .

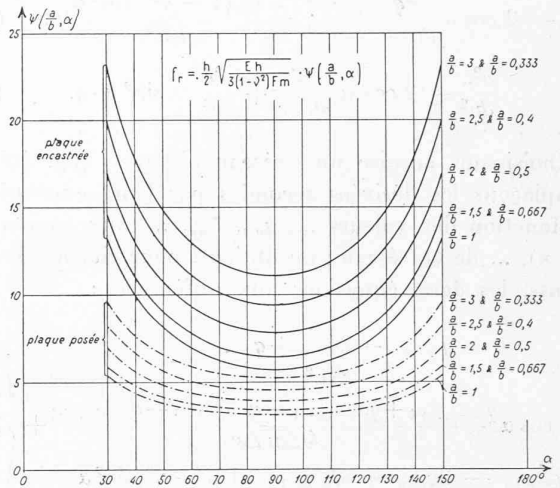


Fig. 13. — Détermination de la fréquence fondamentale  $f_r$  d'une plaque oblique.

Représentation graphique de la fonction  $\Psi\left(\frac{a}{b}, \alpha\right)$ .

La partie supérieure de la figure 12 est une représentation graphique de la fonction  $\Phi$  définie par (48) (trait mixte).

§ 3. Vibrations transversales des plaques.

Un de nos assistants, M. Rudolf Bereuter, a étudié récemment, à l'aide des coordonnées obliques, les vibrations transversales des plaques dont le contour est un parallélogramme<sup>1</sup>. Il a principalement cherché à déterminer la fréquence  $f_r$  de la vibration fondamentale. La description complète des méthodes utilisées et des résultats acquis ne pouvant rentrer dans le cadre de cette communication, nous nous bornons à récapituler, dans un diagramme, le principal résultat de l'étude de M. Bereuter.

Soit une plaque dont les côtés  $2a$  et  $2b$  font un angle  $\alpha$  (fig. 9). En utilisant les notations du paragraphe précédent et en désignant la masse totale de la plaque par  $m$ , la fréquence fondamentale est égale à

$$f_r = \frac{h}{2} \sqrt{\frac{Eh}{3(1-\nu^2)Fm}} \cdot \Psi\left(\frac{a}{b}, \alpha\right), \tag{49}$$

<sup>1</sup> R. BEREUTER : *Theoretische Untersuchungen über die Eigenfrequenz parallelogrammförmiger Platten*. Publication N° 3 du Laboratoire de Photoélasticité de l'Ecole polytechnique fédérale, Chaire de Mécanique en langue française, 1946, (Edition Leemann frères, Stockerstr. 64, Zurich).

la fonction  $\Psi$  dépendant de la forme du contour. La figure 13 est une représentation graphique de cette fonction, dans le cas des *plaques encastrées* (trait continu) et dans celui des *plaques posées* (trait mixte). Les courbes relatives au premier cas ont été déterminées par la méthode de Rayleigh-Ritz; celles relatives au second, par la méthode des équations aux différences.

M. Bereuter a également pu déterminer la fréquence  $f_r$  pour une plaque oblique encastrée de masse  $m$ , au milieu de laquelle est attachée une masse concentrée  $M$ .

Zurich, le 17 juillet 1946.

## ORGANISATION ET FORMATION PROFESSIONNELLES

### Congrès technique international<sup>1</sup>

Paris, 16-21 septembre 1946.

#### Extraits de communications.

(Suite et fin<sup>1</sup>.)

#### L'enseignement technique et la formation professionnelle

par la *Fédération des associations et sociétés françaises d'ingénieurs*.

*Rappelant l'évolution de la formation des ingénieurs l'auteur de ce texte est amené à reproduire les considérations suivantes tirées du rapport général présenté sur la question au Congrès international des ingénieurs de 1937 :*

L'ingénieur est un technicien qui, grâce à ses connaissances scientifiques et à sa culture générale, est capable de dominer sa technique d'assez haut pour la faire progresser en harmonie avec le progrès général.

Pour être efficace, la formation de l'ingénieur doit s'appliquer à un candidat possédant, sinon la vocation, du moins les aptitudes nécessaires, et le problème de l'orientation professionnelle se trouve dès lors posé.

Un autre grave problème est celui du nombre des ingénieurs nécessaires pour le fonctionnement optimum de l'industrie nationale.

Après que les élèves possédant les aptitudes nécessaires auront été orientés en nombre convenable vers les établissements formant des ingénieurs, il conviendra de décider par quelle méthode ils seront préparés à l'examen d'entrée.

Si l'homme moderne est capable de réfléchir et de comprendre à l'égal des anciens, il doit pouvoir trouver dans les données de la vie moderne les éléments d'un humanisme mieux adapté aux réalités présentes que l'humanisme classique.

D'autre part, les connaissances de base nécessaires à l'ingénieur sont très étendues. S'il est possible de dégager une culture générale de l'étude des langues, des philosophies, des sciences et des techniques modernes, cette culture générale, acquise plus facilement, sera aussi plus efficace.

Mais la culture, quelle qu'elle soit, ne peut remplacer les facultés naturelles des candidats. Elle pourra être d'autant plus développée qu'elle s'appliquera à une élite.

Tous les ingénieurs ont besoin d'un fonds commun de connaissances scientifiques et techniques. Une certaine spécialisation ne doit survenir qu'en fin d'études et suivant un petit nombre de grandes spécialités. Il est souhaitable que les écoles ne donnent à leurs élèves aucune spécialisation, et qu'elles laissent à des instituts spécialisés le soin de superposer à la culture générale technique, les connaissances spéciales à chaque branche d'industrie.

On peut concevoir deux méthodes extrêmes d'enseignement à l'école.

L'une consisterait à rechercher surtout une culture intellectuelle et purement scientifique, laissant le soin à la pratique industrielle d'adapter les notions acquises à l'école avec les réalités.

L'autre méthode consisterait à ne donner aucune connaissance théorique sans la confronter aussitôt avec l'application pratique, non seulement dans des manipulations et des travaux de laboratoire, mais surtout dans des réalisations industrielles de valeur commerciale.

On peut concevoir entre ces deux extrêmes beaucoup de réalisations intermédiaires. Quoi qu'il en soit, l'ingénieur devra s'exprimer correctement par la parole, par l'écriture et par le dessin industriel.

Son savoir devra reposer sur des chiffres; il devra posséder une documentation précise et savoir la compléter lui-même.

Ses connaissances juridiques, financières et économiques devront être développées.

Pour intégrer le progrès technique dans le progrès général, l'ingénieur doit connaître l'importance de son rôle social, et être préparé à le remplir. Mais la culture sociale ne peut être efficace qu'en s'appuyant sur une bonne formation morale.

Cette formation morale peut et doit s'appuyer sur un enseignement loyal et sincère des données scientifiques, des faits sociaux et des traditions religieuses et philosophiques qui ont servi de base à notre civilisation.

Un effort post-scolaire est nécessaire pour compléter la formation de l'ingénieur. Les amicales et sociétés d'ingénieurs peuvent jouer un rôle efficace.

Des stages industriels peuvent être nécessaires; des voyages à l'étranger sont toujours utiles. Le passage dans un institut spécialisé serait plus efficace, s'il ne suivait pas immédiatement la conquête du diplôme d'ingénieur.

*En conclusion de cette communication nous lisons en outre :*

La formation des ingénieurs et des techniciens ne peut donc pas maintenant négliger leur éducation, ni penser que la formation scientifique et professionnelle porte en elle une suffisante vertu moralisatrice.

Il faut donc développer dans les programmes des écoles techniques un enseignement magistral sur le rôle social des cadres en concevant cet enseignement comme une discipline essentielle pour la formation des ingénieurs et techniciens.

Il est évidemment nécessaire même au seul point de vue du rendement professionnel, qu'un ingénieur connaisse la géographie économique, l'organisation administrative et le mécanisme financier des entreprises, la législation du travail, la psychologie du travailleur et l'histoire des mouvements sociaux contemporains. Mais cet enseignement nécessaire ne serait pas efficace s'il n'était pénétré d'une culture humaine montrant la nécessité et la noblesse du dévouement de chacun à la prospérité commune.

L'utilisation des loisirs pour la pratique collective des arts, des sports, des œuvres d'entraide et d'éducation mutuelle, entre les diverses catégories de la jeunesse, peut faire l'objet d'une organisation méthodique.

Mais cette organisation doit être dirigée par la conception d'un humanisme moderne fondé sur la connaissance des réalités contemporaines.

Le progrès industriel a marché plus vite que l'évolution de notre philosophie. Peut-être n'est-il pas trop tard pour le comprendre et pour réunir dans une action commune tous les hommes de bonne volonté.

Le Congrès international des Ingénieurs de 1937 l'avait déjà constaté, l'étendue et la diversité des connaissances scientifiques modernes, les contacts intimes qui s'établissent entre peuples jadis éloignés, peuvent fournir les éléments d'un humanisme moderne beaucoup plus riche que l'humanisme classique, si à la constatation des faits contemporains, on joint l'étude sincère et sans parti-pris des traditions religieuses et de l'histoire philosophique de notre civilisation.

<sup>1</sup> Voir à notre numéro du 7 décembre 1946 d'autres extraits et toutes précisions concernant l'organisation de ce congrès. (Réd.)