

Quelques considérations sur une méthode de calcul non classique des poutres en béton armé

Autor(en): **Racoillet, C.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **93 (1967)**

Heft 13

PDF erstellt am: **08.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-69080>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Paraissant tous les 15 jours

ORGANE OFFICIEL

de la Société suisse des ingénieurs et des architectes
de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes (SVIA)
de la Section genevoise de la SIA
de l'Association des anciens élèves de l'EPUL (Ecole polytechnique
de l'Université de Lausanne)
et des Groupes romands des anciens élèves de l'EPF (Ecole poly-
technique fédérale de Zurich)

COMITÉ DE PATRONAGE

Président: E. Martin, arch. à Genève
Vice-président: E. d'Okolski, arch. à Lausanne
Secrétaire: S. Rieben, ing. à Genève

Membres:

Fribourg: H. Gicot, ing.; M. Waeber, arch.
Genève: G. Bovet, ing.; Cl. Groscurin, arch.; J.-C. Ott, ing.
Neuchâtel: J. Béguin, arch.; R. Guye, ing.
Valais: G. de Kalbermatten, ing.; D. Burgener, arch.
Vaud: A. Chevalley, ing.; A. Gardel, ing.;
M. Renaud, ing.; J.-P. Vouga, arch.

CONSEIL D'ADMINISTRATION

de la Société anonyme du « Bulletin technique »
Président: D. Bonnard, ing.
Membres: Ed. Bourquin, ing.; G. Bovet, ing.; M. Bridel; J. Favre,
arch.; A. Robert, ing.; J.-P. Stucky, ing.
Adresse: Avenue de la Gare 10, 1000 Lausanne

RÉDACTION

D. Bonnard, E. Schnitzler, S. Rieben, ingénieurs; M. Bevilacqua,
architecte
Rédaction et Editions de la S.A. du « Bulletin technique »
Tirés à part, renseignements
Avenue de Cour 27, 1000 Lausanne

ABONNEMENTS

1 an	Suisse Fr. 40.—	Etranger Fr. 44.—
Sociétaires	» » 33.—	» » 2.50
Prix du numéro	» » 2.—	» » 2.50

Chèques postaux: « Bulletin technique de la Suisse romande »,
N° 10 - 5775, Lausanne

Adresser toutes communications concernant abonnement, vente au
numéro, changement d'adresse, expédition, etc., à: Imprimerie
La Concorde, Terreaux 29, 1000 Lausanne

ANNONCES

Tarif des annonces:	
1/1 page	Fr. 423.—
1/2 »	» 220.—
1/4 »	» 112.—
1/8 »	» 57.—

Adresse: Annonces Suisses S.A.
Place Bel-Air 2. Tél. (021) 22 33 26, 1000 Lausanne et succursales



SOMMAIRE

Quelques considérations sur une méthode de calcul non classique des poutres en béton armé, par C. Racoillet, directeur technique SETIB.
Société genevoise des ingénieurs et des architectes: Rapport d'activité.
Association amicale des anciens élèves de l'Ecole polytechnique de Lausanne: Rapport du président de la section suisse.
Bibliographie. — Divers. — Carnet des concours. — Documentation générale. — Informations diverses.

QUELQUES CONSIDÉRATIONS SUR UNE MÉTHODE DE CALCUL NON CLASSIQUE DES POUTRES EN BÉTON ARMÉ

par C. RACOILLET, directeur technique du bureau SETIB

1. Position du problème

Nous nous proposons d'évaluer les efforts de traction dans les armatures inférieures d'une poutre sur appuis simples par un processus inspiré de la méthode dite « des bielles », les bielles désignant des butons élémentaires de béton comprimés. Cette méthode permettra de contrôler l'ordre de grandeur des sections de certaines poutres spéciales d'un calcul difficile.

2. Hypothèses restrictives de validité

Le principe retenu de fonctionnement des bielles de béton n'est admissible que si lesdites bielles ne sont pas traversées par des fissures au voisinage des appuis.

Le domaine de validité est donc restreint aux éléments pour lesquels les contraintes de cisaillement demeurent modérées: poutres relativement peu chargées, poutres de grande hauteur¹, par exemple.

3. Calcul

a) Charge répartie

Soit une poutre sur appuis simples de portée l , de

¹ C'est généralement le cas pour les poutres de grande hauteur même assez fortement chargées par suite des effets de transmission directe au voisinage des appuis.

hauteur utile h , supportant une charge p par unité de longueur (compris son poids propre).

Admettons que la charge élémentaire pdx correspondant à l'élément de longueur infiniment petit dx de milieu M d'abscisse x puisse se reporter sur les appuis A et B par l'intermédiaire de bielles comprimées MA et MB . L'axe Ax est pris confondu avec l'axe horizontal du lit d'armatures inférieures (fig. 1).

Décomposons vectoriellement la charge élémentaire pdx en deux forces de supports MA et MB .

Les bielles MA et MB transmettent ces forces aux appuis A et B .

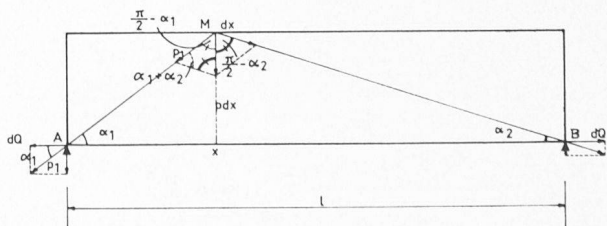


Fig. 1.

Sur appuis, ces forces se décomposent en :
 — deux forces verticales, directement opposées aux réactions d'appuis élémentaires qu'elles feront naître ;
 — deux forces horizontales égales et opposées — puisque la charge élémentaire pdx n'a pas de composante horizontale.

Ce sont les tractions élémentaires dQ .

La sommation de ces dernières nous donnera la valeur de la traction totale dans les aciers inférieurs de la poutre.

Nous avons (voir figure) :

$$dQ = p_1 \cos \alpha_1$$

$$\frac{p_1}{\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right)} = \frac{pdx}{\sin (\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\text{d'où } dQ = pdx \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2}{\sin (\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$dQ = pdx \frac{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2}{\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + \sin \alpha_2 \cos \alpha_1}$$

$$dQ = \frac{pdx}{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2}$$

$$\text{Or } \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{h}{x}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{h}{l-x}$$

$$\text{d'où } dQ = \frac{pdx}{\frac{h}{x} + \frac{h}{l-x}}$$

$$dQ = p \frac{lx - x^2}{hl} dx$$

En intégrant, il vient :

$$Q = \frac{p}{hl} \int_0^l (lx - x^2) dx$$

$$Q = \frac{p}{hl} \left[\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_0^l$$

$$Q = \frac{p}{hl} \left(\frac{l^3}{2} - \frac{l^3}{3} \right)$$

$$Q = \frac{pl^2}{6h}$$

Nota : 1) Pour une charge répartie partielle, il suffit d'intégrer dans le domaine correspondant :

$$Q = \frac{p}{hl} \left[\frac{lx^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_{l_1}^{l_2}$$

Nota : 2) Le cas de charge le plus général peut être traité : il suffit de remplacer la charge répartie p par la fonction $p(x)$ et d'intégrer entre les limites correspondant à la zone intéressée.

La traction totale deviendra

$$Q = \frac{1}{hl} \int_{l_1}^{l_2} (lx - x^2) p(x) dx$$

Par exemple, pour une charge triangulaire totale $p(x) = px$, le calcul donne immédiatement :

$$Q = \frac{pl^3}{12h}$$

b) Charge concentrée

En remplaçant la charge élémentaire pdx par une charge concentrée P dans l'expression finale de dQ , on a immédiatement la valeur de la traction engendrée dans les armatures inférieures par une charge P agissant à l'abscisse x .

$$\text{soit : } Q = \frac{P x (l-x)}{hl}$$

$$\text{qui peut s'écrire } Q = \frac{Pl x}{h l} \left(1 - \frac{x}{l} \right)$$

4. Comparaison avec la méthode usuelle de calcul en flexion

a) Charge répartie

Le moment fléchissant au milieu de la travée est :

$$M = \frac{pl^2}{8}$$

Le bras de levier du couple des forces élastiques est environ $\frac{7}{8} h$ — (mis à part le cas des poutres de grande hauteur).

La force de traction à équilibrer par les aciers au milieu de la portée est donc sensiblement :

$$F \simeq \frac{pl^2}{8} \frac{7}{8} h$$

$$F \simeq \frac{pl^2}{7h}$$

$$\text{soit } F \simeq \frac{6}{7} Q$$

b) Charge concentrée

Le moment engendré dans la section d'abscisse x par une charge concentrée P agissant dans le plan de cette section est :

$$M = \frac{P x (l-x)}{l}$$

d'où la force de traction

$$F \simeq \frac{P x (l-x)}{l \times \frac{7}{8} h}$$

$$F \simeq \frac{8 P x (l-x)}{7 hl}$$

$$\text{soit } F \simeq \frac{8}{7} Q$$

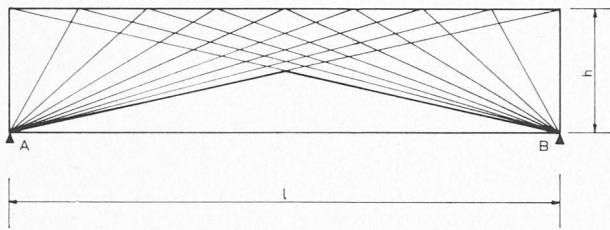


Fig. 2.

5. Interprétation physique

Dessignons les bielles extrêmes et quelques bielles intermédiaires (fig. 2).

Nous constatons que la méthode revient à faire travailler la poutre comme une voûte composée de deux

demi-trapèzes de bases h et $\frac{h}{2}$, accolés par leurs petites bases, cette voûte étant sous-tendue par les aciers inférieurs de la poutre (fig. 3).

Nous sommes donc amenés à comparer les résultats obtenus analytiquement avec les formules connues des voûtes.

6. Comparaison avec la méthode de calcul en voûte

Par les points A et B , et par le point M milieu de la petite base commune aux deux demi-trapèzes accolés, on peut toujours faire passer une parabole — et une seule — symétrique par rapport à l'axe vertical de la poutre contenue dans le plan de la figure, et admettant donc en M une tangente horizontale.

Cette parabole peut être considérée comme la fibre moyenne d'une voûte à section réduite et à moment d'inertie réduit constants voisine de la voûte composée des deux demi-trapèzes.

Pour les amateurs de géométrie, signalons que l'équation de cette parabole, avec les axes de coordonnées de la figure 4 est :

$$y^2 = \frac{l^2}{3h} x$$

Le foyer F est donc à $\frac{l^2}{12h}$ au-dessous de M sur l'axe médian de la poutre, et la directrice (D) à une distance $\frac{l^2}{12h}$ au-dessus de M .

La flèche f , qui nous intéresse davantage, est

$$f = \frac{3}{4} h$$

a) Charge répartie

La poussée correspondante pour cette voûte à fibre moyenne parabolique est, en négligeant le terme de Bresse :

$$Q' \simeq \frac{pl^2}{8f}$$

$$\text{or, } f = \frac{3}{4} h$$

$$\text{d'où } \boxed{Q' = \frac{pl^2}{6h}}$$

$$Q' = Q$$

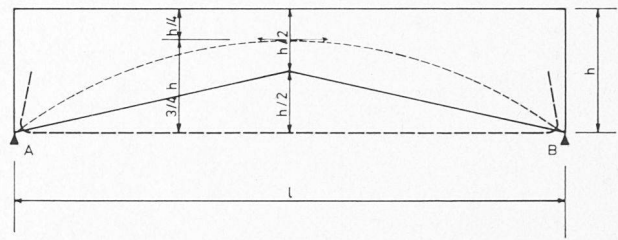


Fig. 3.

Nous retrouvons exactement le résultat du paragraphe 3.

b) Charge concentrée

La poussée correspondante est :

$$Q' \simeq \frac{5}{8} \frac{Pl}{f} \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 + \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right)$$

$$\text{avec } f = \frac{3}{4} h$$

$$\text{d'où } \frac{Q'}{Q} = \frac{5}{6} \left(1 + \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right)$$

$$\frac{d}{dx} \frac{Q'}{Q} = \left(l - \frac{2x}{l}\right) \frac{5}{6} \quad \text{s'annule pour } \frac{x}{l} = \frac{1}{2}$$

(évident par raison de symétrie)

$$\text{Pour } \frac{x}{l} = 0 \quad \text{et } \frac{x}{l} = 1 \quad \frac{Q'}{Q} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Pour } \frac{x}{l} = \frac{1}{2} \quad \frac{Q'}{Q} = \frac{25}{24}$$

$\frac{Q'}{Q}$ varie donc de $\frac{5}{6}$ à $\frac{25}{24}$ quand $\frac{x}{l}$ varie de 0 à 1/2, et symétriquement :

$$\frac{Q'}{Q} = 1 \quad \text{pour } \frac{x}{l} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{10}$$

7. Poutres de grande hauteur. — Comparaison avec la méthode française des règles BA 60 (annexe A4)

Il existe peu de méthodes satisfaisantes d'approche aisée pour le calcul des poutres de grande hauteur. L'une de ces méthodes est proposée dans l'annexe A4 des Règles françaises pour le calcul et l'exécution des constructions en béton armé dites « règles BA 60 »,

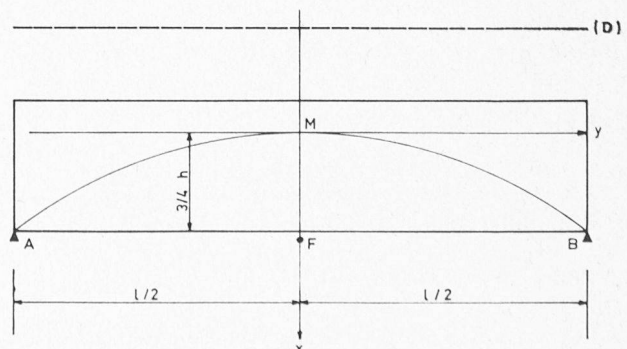


Fig. 4.

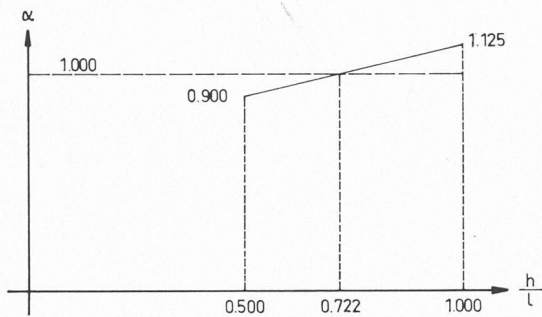


Fig. 5.

Les règles BA 60 susdites s'appliquent aux poutres droites de section constante dont la hauteur de section est supérieure à la moitié de la portée.

Par ailleurs, les formules supposent implicitement que — pour des poutres dont la hauteur h est supérieure à la portée l — la partie de poutre située au-dessus d'une hauteur égale à la portée est « morte » et ne constitue qu'une charge, qui serait « transmise par une infinité de potelets découpés dans la partie supérieure de la poutre et n'exerçant aucun effort les uns sur les autres »¹.

Nous resterons également dans ce domaine $\frac{1}{2} \leq \frac{h}{l} \leq 1$, cette hypothèse restrictive venant s'ajouter, dans le cas des poutres de grande hauteur, aux hypothèses déjà formulées au paragraphe 2.

Dans ces conditions, la force de traction dans les armatures filantes inférieures est, d'après la règle A 421-1 du BA 60 :

$$F = 0,90 \frac{M_o}{h} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{h}{l} \right)$$

$$\text{avec } M_o = \frac{pl^2}{8}$$

$$\text{soit } F = \frac{9}{10} \frac{pl^2}{8h} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{h}{l} \right)$$

$$\text{qui peut s'écrire : } F = \frac{pl^2}{6h} \frac{6}{8} \frac{9}{10} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{h}{l} \right)$$

$$\text{ou : } \boxed{F = Q \times \alpha}$$

avec : $Q = \frac{pl^2}{6h}$, valeur calculée au paragraphe 3

$$\alpha = \frac{27}{40} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{h}{l} \right)$$

$$\text{Pour } \frac{h}{l} = \frac{1}{2} \quad \alpha = 0,9$$

$$\text{Pour } \frac{h}{l} \geq 1 \quad \alpha = 1,125$$

α reste toujours compris entre 0,9 et 1,125. F ne diffère donc jamais de Q de plus de 12,5 %.

$$\text{Pour } \frac{h}{l} = 0,722, \quad \alpha = 1 \quad \text{et } F = Q.$$

Les variations de α sont représentées sur la figure 5.

¹ ALBERT CHAULET : « Connaissance du béton armé ».

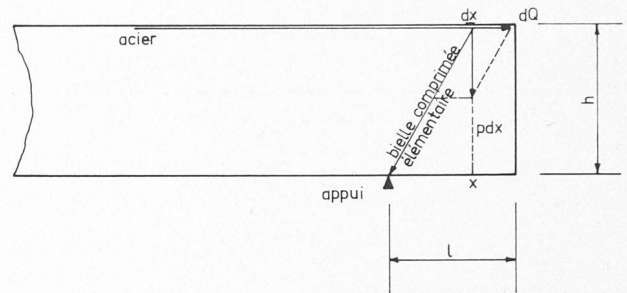


Fig. 6.

8. Poutres continues. — Esquisse d'une généralisation

Examinons d'abord le cas d'une console.

Il vient immédiatement (fig. 6) :

$$\text{— pour une charge répartie } p \quad dQ = \frac{p}{h} x dx$$

$$Q = \int_0^l \frac{p}{h} x dx$$

$$Q = \left[\frac{p}{h} \frac{x^2}{2} \right]_0^l \quad (\text{ou } \left[\frac{p}{h} \frac{x^2}{2} \right]_{l_1}^{l_2} \text{ pour une charge répartie partielle})$$

$$Q = \frac{pl^2}{2h}$$

La méthode usuelle donne $M = \frac{pl^2}{2}$

$$F = \frac{pl^2}{2 \times \frac{7}{8} h}$$

$$F = \frac{8}{7} Q$$

— pour une charge concentrée P à l'abscisse x :

$$Q = \frac{P}{h} x$$

La méthode usuelle donne $M = Px$

$$F = \frac{Px}{\frac{7}{8} h}$$

$$F = \frac{8}{7} Q$$

Prenons maintenant le cas d'une travée quelconque d'une poutre continue uniformément chargée (fig. 7).

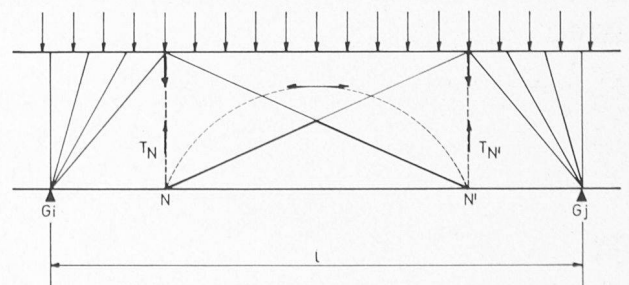


Fig. 7.

Soient N et N' les points de moment nul.

Pour le calcul des armatures inférieures en travée, nous appliquerons le résultat du paragraphe 3a).

Nous admettons que les réactions verticales T_N et $T_{N'}$ sont ramenées à la fibre supérieure de la poutre par les armatures d'effort tranchant voisines des points N et N' .

Les armatures supérieures sur appui seront alors calculées comme pour une console supportant une charge répartie plus une charge concentrée T_N ou $T_{N'}$ à son extrémité.

Le principe est le même pour une travée de rive, l'un des points du moment nul étant alors pris confondu avec l'appui de rive.

Exemple : Travée intermédiaire d'une poutre continue symétrique comprenant des travées égales en nombre infini — surcharge uniforme p par unité de longueur.

Nous savons que les abscisses des points de moment nul

$$\text{sont } \frac{x}{l} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{6}$$

$$\text{soit } \frac{x_1}{l} \simeq 0,21 \quad \frac{x_2}{l} \simeq 0,79$$

La portée réduite NN' est alors $0,58 l$, d'où la force de traction dans les aciers inférieurs en travée :

$$Q = \frac{p \cdot 0,58^2 l^2}{6h}$$

$$\text{soit } Q \simeq \frac{pl^2}{18h}$$

La méthode usuelle donne :

$$M_{\text{travée}} = \frac{pl^2}{24}$$

$$F = \frac{pl^2}{24 \times \frac{7}{8} h}$$

$$F = \frac{pl^2}{21h}$$

Armatures supérieures sur appui :

$$T_N = 0,29 pl$$

$$\text{d'où } Q' = \left(\frac{p}{2h} \cdot 0,21^2 l^2 \right) + \frac{0,29 pl}{h} \cdot 0,21 l$$

$$\text{soit } Q' \simeq \frac{pl^2}{12h}$$

La méthode usuelle donne :

$$M'_{\text{appui}} = \frac{pl^2}{12}$$

$$F' = \frac{pl^2}{12 \times \frac{7}{8} h}$$

$$Q' = \frac{pl^2}{10,5 h}$$

Comparaison avec la méthode du BA 60. Les règles BA 60 proposent une méthode approchée pour le calcul des poutres continues dans leur annexe A 1 :

$$\text{— sur appui } M'_{\text{appui}} = \frac{p \times 0,8 l^2}{8,5}$$

$$M'_{\text{appui}} = \frac{pl^2}{13,3}$$

$$Q' = \frac{pl^2}{13,3 \times \frac{7}{8} h} \quad Q' = \frac{pl^2}{11,6h} \quad \left(\text{au lieu de } \frac{pl^2}{12h} \right)$$

$$\text{— en travée } M = \frac{pl^2}{8} - \frac{pl^2}{13,3}$$

$$M = \frac{pl^2}{20}$$

$$F = \frac{pl^2}{20 \times \frac{7}{8} h} \quad F = \frac{pl^2}{17,5h} \quad \left(\text{au lieu de } \frac{pl^2}{18h} \right)$$

Conclusion

La méthode proposée a été étudiée à simple titre de curiosité pour ce qui est des cas de poutres courants pour lesquels elle ne saurait donner des résultats aussi rapides et exacts que les calculs de pratique usuelle.

Toutefois, la concordance assez bonne des formules obtenues avec les résultats classiques exacts, ou officiellement admis comme tels¹, nous permet d'envisager l'emploi de cette méthode — ou de processus dérivés — pour l'étude de poutres spéciales pour lesquelles l'ingénieur d'études est en général assez mal outillé : cas sortant du domaine de la résistance des matériaux et qui ne sont pas toujours traités par les règlements officiels. En particulier, le calcul est très commode pour des poutres de grande hauteur avec charges réparties partielles.

Cette méthode pourra permettre alors le calcul des armatures longitudinales ou le contrôle de l'ordre de grandeur de la section des dites armatures calculées par un autre procédé ou par des formules qui ne donnent pas toujours pleine satisfaction à l'esprit, parce que présentées un peu arbitrairement.

L'interprétation physique donnera une idée d'un fonctionnement possible de la pièce en service.

¹ Ou plus précisément admis comme suffisamment approchés en regard de toutes les incertitudes entachant notre connaissance du fonctionnement exact du béton armé.

Dans les divers cas étudiés, les différences étaient généralement de l'ordre de 12,5 % (1/8).

BIBLIOGRAPHIE

La simulation mathématique et ses applications, par D. N. Chorafas. Adapté de l'anglais par H. Nozet. Dunod, éd., Paris, 1966. — Un volume de 360 pages, illustré. Prix : relié, 68 F.

L'idée de simuler par des modèles mathématiques le monde qui nous entoure est sans doute aussi vieille que les mathématiques elles-mêmes ; toute application des mathématiques est en fait une simulation ; mais on convient le plus souvent de restreindre le sens de ce terme à l'étude et à l'exploitation de modèles liés

au déroulement d'un phénomène physique ou économique, et en particulier à ceux d'entre eux où intervient un élément de nature aléatoire. De nombreux exemples, très variés, illustrent l'exposé général, et des références sont fréquemment faites à l'usage des ordinateurs.

Sommaire :

1. Notions fondamentales. — 2. Aspects mathématiques de la simulation. — 3. Evaluation des systèmes industriels. — 4. Applications concernant certains processus stochastiques. — 5. Recherches sur les problèmes de circulation automobile. — 6. Applications hydrologiques.