

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 97 (1971)  
**Heft:** 16

**Artikel:** Asservissement fréquence-tension pour le réglage des centrales électriques en marche isolée  
**Autor:** Dubé, B. / Cuénod, M. / Netsch, H.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-71239>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 10.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Asservissement fréquence-tension pour le réglage des centrales électriques en marche isolée<sup>1</sup>

par B. DUBÉ<sup>2</sup>, M. CUÉNOD<sup>3</sup>, H. NETSCH<sup>4</sup>, J.-CH. GILLE<sup>4</sup>

## 1. Intérêt de l'introduction d'un asservissement fréquence-tension

Jusqu'à présent les efforts en vue d'obtenir de meilleures performances du réglage des turbines hydrauliques ont porté principalement sur le développement des régulateurs tachymétriques. Cependant, l'amélioration des performances de réglage par les seules performances du régulateur de vitesse est limitée. Une autre possibilité est offerte par l'introduction d'un asservissement de la tension à la fréquence du générateur. Dans le cas particulier d'un groupe hydroélectrique en marche isolée sur charge ohmique, un tel réglage fréquence-tension peut devenir une nécessité pour assurer une marche stable.

Pour illustrer cela, considérons les courbes couple-vitesse de diverses installations. Nous ne considérerons que de faibles variations par rapport à l'état d'équilibre. Ce faisant, nous pouvons en première approximation assimiler les caractéristiques couples-vitesse à leurs tangentes (fig. 1b) :

$c_{vmt}$  : coefficient de sensibilité du couple moteur de la turbine aux variations de la vitesse

$$c_{vmt} = \partial m_t / \partial v \cong \tan \alpha_t$$

$\tan \alpha_t$  : pente de la caractéristique couple moteur-vitesse autour du point d'équilibre.

$c_{vme}$  : coefficient de sensibilité du couple résistant électrique aux variations de la vitesse

<sup>1</sup> Le présent travail a été partiellement subventionné par le Conseil national des recherches et le Conseil canadien de la défense (Octroi DRB 4003-04).

<sup>2</sup> Actuellement à l'Institut de réglage automatique EPF, Lausanne.

<sup>3</sup> Société Prospective Engineering Gestion (Genève).

<sup>4</sup> Université Laval (Québec), Département de génie mécanique et électrique.

$$c_{vme} = \partial m_e / \partial v \cong \tan \alpha_e$$

$\tan \alpha_e$  : pente de la caractéristique couple résistant-vitesse autour du point d'équilibre

$a$  : coefficient d'auto-réglage

$$a = c_{vme} - c_{vmt}$$

Le coefficient d'auto-réglage «  $a$  » caractérise l'aptitude du système à retrouver son état d'équilibre. On l'appelle également coefficient d'amortissement de l'installation.

Pour les turbines Francis ou Pelton,  $c_{vmt} = -1$  ; pour les charges avec réglage de tension astatique,  $c_{vme}$  peut varier entre les valeurs  $-1$  et  $+2$ .

En choisissant une installation dont  $c_{vmt} = -1$ , considérons les cas suivants :

- Une charge purement ohmique, avec un réglage de tension astatique et la puissance absorbée à la charge constante, est caractérisée par  $c_{vme} = -1$ . Nous avons alors  $a = 0$ . Ainsi l'installation à régler se comporte tel un système sans amortissement et constitue un cas critique du point de vue de la stabilité. Les tangentes des caractéristiques couple-vitesse dans ce cas sont illustrées par la figure 1a.
- L'autre extrême des charges possibles est constituée par des turbo-machines, compresseurs ou pompes, dont le couple augmente avec le carré de la vitesse ;  $c_{vme} = +2$ . Le coefficient d'auto-réglage  $a = 3$ .

Dans ce dernier cas, un réglage stable ne pose en général pas de problème (fig. 1b).

Pour une même installation hydraulique ( $c_{vmt}$  identique) on constate qu'une amélioration des conditions de réglage, par une augmentation du coefficient d'auto-réglage  $a$ , est obtenue lorsque la pente de la courbe du couple résistant électrique en fonction de la vitesse est positive ( $c_{vme} > 0$ ).

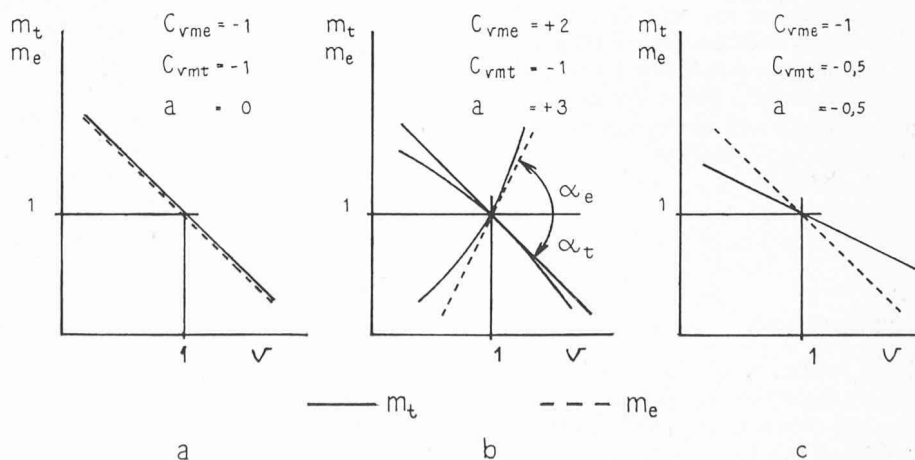


Fig. 1. — Couples moteur ( $m_t$ ) et de charge ( $m_e$ ) en fonction de la vitesse pour diverses turbines et charges :

a) Turbine Francis ou Pelton ( $c_{vmt} = -1$ ) avec charge purement ohmique ( $c_{vme} = -1$ ).

b) Turbine Francis ou Pelton ( $c_{vme} = +2$ ) avec charge constituée de turbo-machine

( $c_{vme} = +2$ ).

c) Turbine Kaplan ( $c_{vmt} = -0,5$ ) avec charge purement ohmique ( $c_{vme} = -1$ )

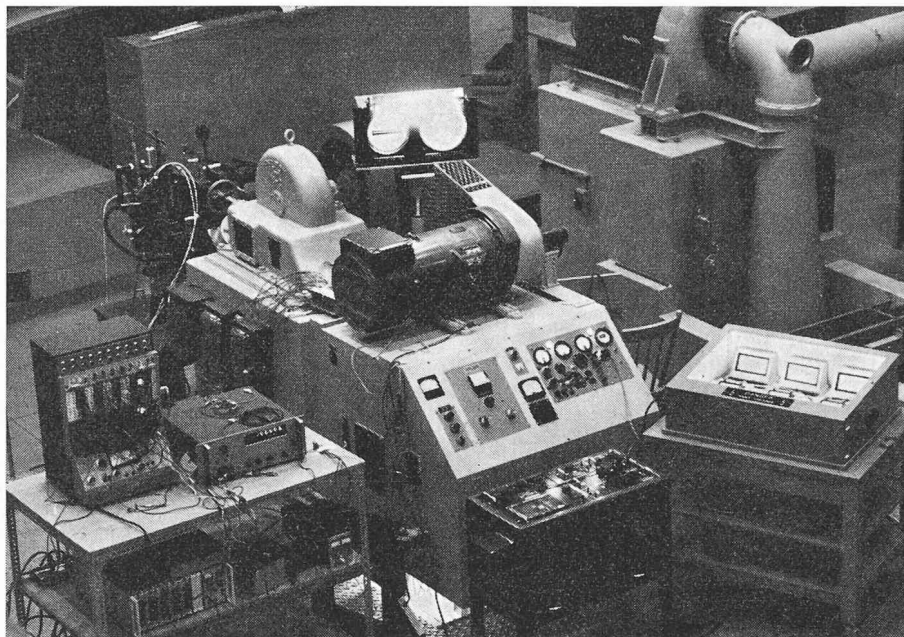


Fig. 2. — Modèle turbine-générateur de l'installation d'essais.

Ainsi une amélioration du processus de réglage est obtenue si on peut, à l'aide de moyen permanent ou passager, augmenter  $c_{vme}$ . Un tel moyen est fourni par l'asservissement de la tension à la fréquence tel que la tension varie dans le même sens que la fréquence [2]<sup>1</sup>.

Pour les turbines Kaplan,  $c_{vmt} = -0,5$ , avec charge ohmique (cas d'un réseau alimentant essentiellement de l'éclairage ou de l'électrolyse) on voit à la figure 1c que  $a = c_{vme} - c_{vmt} = -0,5$ , ce qui est équivalent à un système avec un assortissement négatif. Ce qui conduit à une influence déstabilisante très prononcée. Dans le cas des turbines Kaplan *bulbe*, la valeur du coefficient d'auto-régulation «  $a$  » est encore plus petite. Dans ce cas, le recours à un réglage fréquence-tension n'est plus une simple amélioration, mais une nécessité.

Ce régulateur fréquence-tension, par son principe même, introduit une interaction entre deux boucles de réglage jusqu'alors considérées comme indépendantes l'une de l'autre. L'analyse théorique de ce mode de réglage a fait l'objet de la publication citée en référence [12] sous la forme d'un système à plusieurs variables. Le présent article rappelle le résultat de cette analyse et compare les réponses indicelles calculées théoriquement à celles obtenues expérimentalement sur une installation de dimensions réduites. Il introduit la notion de précision de réglage qui caractérise l'aptitude du système à maintenir la grandeur réglée au plus près de sa valeur de consigne lorsque le système est soumis à des variations aléatoires de la grandeur libre.

## 2. Description de l'installation

Dans le but de juger l'influence du réglage fréquence-tension des essais furent conduits sur un ensemble turbine-générateur de dimensions réduites, du Département de génie mécanique de l'Université Laval. Ces essais furent effectués conjointement par les Départements de génie mécanique et électrique [9 et 10]. La figure 2 montre l'ins-

tallation d'essais qui fut utilisée. On reconnaît la turbine accouplée à un volant et reliée au générateur par un entraînement par courroie. Derrière la turbine, on peut voir le dispositif de réglage de la vitesse, tandis que le pupitre de commande situé devant le générateur comprend le réglage de la tension. Sur cette photo sont également visibles les différents instruments de mesure.

Cette installation comprend les équipements suivants :

- a) *Turbine* : de type Pelton d'une puissance de 15 kW. La turbine est munie d'une pompe centrifuge, remplaçant la hauteur de chute, accouplée à un moteur à courant continu de vitesse variable.
- b) *Générateur* : triphasé de 550 V, 15 kVA, 60 Hz, *auto-excité*, c'est-à-dire qu'une partie du courant de sortie est prise par l'intermédiaire de transformateurs de courant et de réactances linéaires, redressée au moyen de diodes, puis fournie au champ de l'alternateur.
- c) *Charge* : constituée d'une résistance hydraulique variable reliée en parallèle avec un moteur asynchrone triphasé de 2,2 kW.
- d) *Système de réglage de la vitesse* : du type tachymétrique mécanique, avec servomoteur hydraulique asservi. La tige d'asservissement est visible sur la figure 2. Le schéma en est donné par la figure 6.
- e) *Système de réglage de la tension* : pour les essais en l'absence du régulateur fréquence-tension, le générateur est laissé auto-excité et pour les essais avec le régulateur fréquence-tension un régulateur de type proportionnel avec amplificateur est introduit.

## 3. Analyse théorique

- a) *Principe de la théorie de réglage à plusieurs variables*

Considérons un système quelconque en boucle ouverte. La figure 3a illustre le cas d'un système à deux entrées et deux sorties. Les variables d'entrée et de sortie sont liées par une relation matricielle de la forme :

$$[Y] = [H] \cdot [X] \quad (1)$$

<sup>1</sup> Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

$[H]$  : matrice de transfert

$H_{ij}$  : fonction de transfert entre la sortie  $i$  et l'entrée  $j$

$[X]$  : vecteur des variables d'entrée

$[Y]$  : vecteur des variables de sortie

La figure 3 b donne la représentation symbolique du système en boucle ouverte. Utilisant cette représentation, la figure 4 montre un système multivariable en boucle fermée.

Par analogie aux systèmes à une variable, on déduit de la figure 4 l'équation matricielle suivante :

$$[Y] = [Q] \cdot [Z] + [G][X] - [G][K][Y] \quad (2)$$

$$[Y] = \{[J] + [G][K]\}^{-1} \cdot \{[G][X] + [G][Z]\} \quad (3)$$

$[I]$  : matrice unité

L'indice  $-1$  désigne la matrice inverse.

Ce qui est de la forme :

$$[Y] = [H_1] \cdot [X] + [H_2] \cdot [Z] \quad (4)$$

$$[H_1] = \{[J] + [G][K]\}^{-1} [G]$$

$[H_1]$  : matrice de transfert entre vecteur de sortie  $Y$  et vecteur d'entrée  $X$

$$[H_2] = \{[J] + [G][K]\}^{-1} [Q]$$

$[H_2]$  : matrice de transfert entre vecteur de sortie  $Y$  et vecteur des perturbations  $Z$

De la relation (4) nous obtenons par la transformation inverse de Laplace la réponse du système.

#### b) Réglage de la vitesse

La figure 5 montre le diagramme fonctionnel, avec indication des fonctions de transfert, donnant les caractéristiques dynamiques du réglage de la vitesse [2 et 4]. Ces fonctions de transfert ont été établies en admettant l'hypothèse de faibles variations par rapport à l'état d'équilibre.

La figure 5 indique que la variation relative du couple moteur  $m_t$  de la turbine est fonction de la variation relative de l'ouverture  $\lambda$  du vannage et de celle de la vitesse  $v$ .

La constante de temps  $T_c$  de l'action massique de l'eau dans la conduite de la turbine de notre installation est négligeable ( $T_c = 0,023$  sec) en regard des valeurs des autres constantes de temps ( $T_A = 1,17$  sec,  $T_{rf} = 0,344$  sec). C'est pourquoi nous n'en tenons pas compte dans nos calculs.

La figure 5 indique également que la variation relative du couple résistant électrique  $m_e$  est fonction de la variation relative de la vitesse  $v$  et de celle de la puissance électrique  $k$ . La puissance électrique étant elle-même fonction de la vitesse, de la tension de sortie du générateur et de la charge.

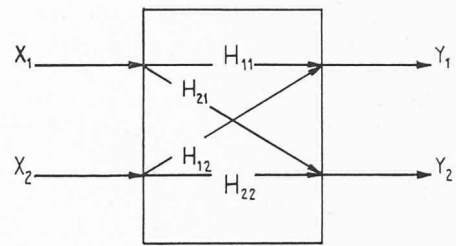
La variation de la charge a été obtenue en débranchant, au moyen d'un interrupteur triphasé, le moteur asynchrone. Ainsi

$$c_{zk} = \frac{\partial K/K_n}{\partial Z/Z_n} = +1 \quad (5)$$

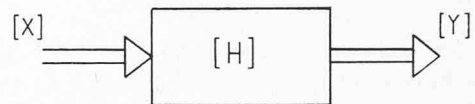
L'indice «  $n$  » désigne l'état de charge nominal de l'installation.

De plus, à la suite de ce débranchement, la charge de l'installation est entièrement ohmique, donc :

$$c_{vk} = \frac{\partial K/K_n}{\partial \omega/\omega_n} = 0 \quad (6)$$



a



b

Fig. 3. — Système à deux entrées et deux sorties :

a) représentation avec indication des fonctions de transfert ;  
b) représentation symbolique.

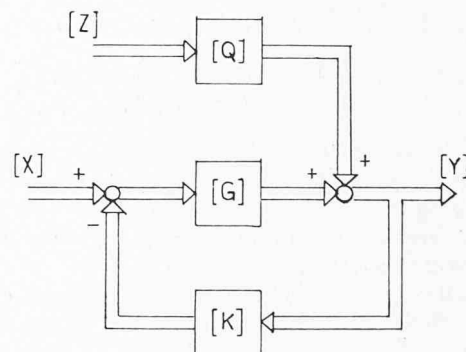


Fig. 4. — Représentation symbolique d'un système multivariable en boucle fermée.

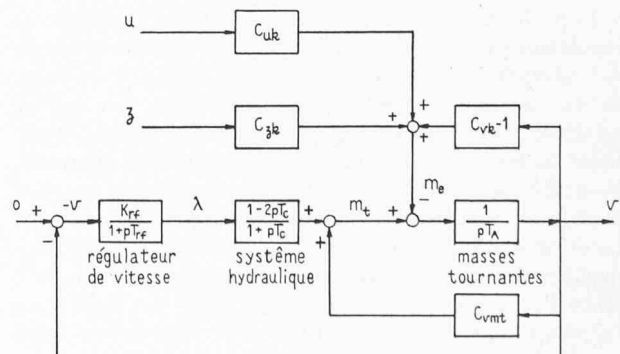


Fig. 5. — Diagramme fonctionnel du réglage de vitesse.

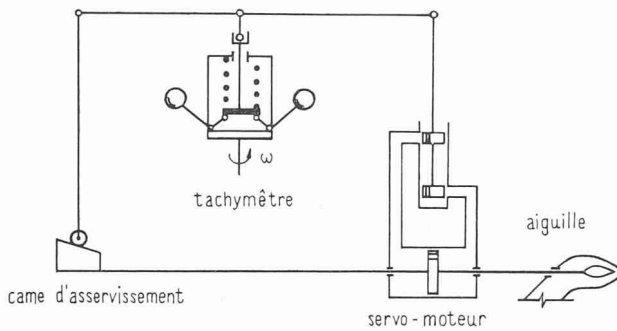


Fig. 6. — Schéma du régulateur tachymétrique.

$$c_{uk} = \frac{\partial K/K_n}{\partial u/u_n} = +2 \quad (7)$$

La figure 6 représente schématiquement le régulateur tachymétrique dont la fonction de transfert est indiquée sur la figure 3.

### c) Réglage de la tension

La figure 7 représente le diagramme fonctionnel du réglage de la tension indépendamment de celui de la fréquence.

Les fonctions de transfert reliant la variation relative de la tension d'excitation  $u_f$  et les variations relatives de la charge  $z$  aux variations relatives de la tension de sortie  $u$  du générateur sont tirées du travail de G. Lamontagne [11]

$$H_{ufu} = \frac{\Delta U/U}{\Delta U_f/U_f} = \frac{1}{pTg + 1} \quad (8)$$

$$H_{zu} = \frac{\Delta U/U}{\Delta Z/Z} = \frac{p \cdot Ag + 1}{(pTg + 1)^2} \quad (9)$$

Ces expressions constituent une première approximation pour un générateur sans amortisseur. La constante de temps  $Tg$  du générateur représente en première approximation la constante de temps du champ du générateur et  $Ag$  est appelé coefficient du générateur.

L'installation dispose d'une excitatrice statique, réalisée par des diodes, qui est représentée par la fonction de transfert :

$$H_{ueuf} = \frac{\Delta U_f/U_f}{\Delta U_e/U_e} = 1 \quad (10)$$

Avant l'installation du régulateur fréquence-tension, le générateur était auto-excité, ce qui constitue une contre-réaction positive, d'où :

$$H_{rua} = -1 \quad (11)$$

Lors du montage du régulateur fréquence-tension, un régulateur de tension de type proportionnel est introduit. Le détecteur de tension est réalisé au moyen d'un transformateur abaisseur de tension suivi d'un montage de rectification bialternance et d'un filtre  $RC$  dont la constante de temps est de 0,05 sec. L'ensemble est suivi d'un inverseur, de façon à réaliser une contre-réaction négative, et d'un amplificateur de puissance qui présente une constante de temps de 0,03 sec. On trouvera une description détaillée du fonctionnement de cet amplificateur à la référence [5]. Ces constantes de temps étant très faibles par rapport à celle du générateur (1,1 sec), elles ont été négligées, d'où la fonction de transfert du régulateur de tension :

$$H_{ru_b} = +1 \quad (12)$$

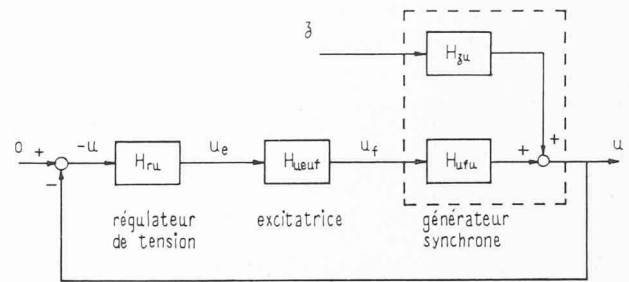


Fig. 7. — Diagramme fonctionnel du réglage de tension.

### d) Interactions entre les réglages de fréquence et de tension

La tension de sortie du générateur est fonction de la tension d'excitation et de la vitesse de rotation. Cependant, par suite de l'inertie du champ magnétique du circuit d'excitation du générateur, la tension commence par varier proportionnellement à la vitesse. C'est l'asservissement naturel de la tension à la fréquence. On admet que cet asservissement, réalisé avant l'intervention du régulateur de tension, est instantané. La fonction de transfert qui décrit un tel asservissement est :

$$H_{an} = \frac{\Delta U/U_n}{\Delta \omega/\omega_n} = 1 \quad (13)$$

La figure 8 illustre le schéma de principe du régulateur fréquence-tension. Le régulateur fréquence-tension est un dispositif qui mesure la fréquence du courant induit par l'alternateur et produit à sa sortie une tension proportionnelle à l'écart de fréquence. Ainsi une augmentation de la fréquence produira une augmentation de la tension  $V_f$  de la sortie du régulateur, qui provoquera un accroissement de la tension d'excitation  $u_f$  du générateur. Il en résulte une augmentation de la tension de sortie du générateur et ainsi un accroissement de la puissance électrique consommée. Le couple résistant étant proportionnel à la puissance électrique, il y a un accroissement de celui-là, ce qui a pour effet de réduire la vitesse du générateur.

La figure 9 montre le circuit détaillé de l'asservissement fréquence-tension réalisé. Le régulateur fréquence-tension est constitué par le dispositif « 486 E 4872 Expanded Scale Freqmeter », de Solid State Electronic, qui transforme la variation de fréquence du signal d'entrée en une tension continue proportionnelle à cette variation de fréquence. Ce dispositif est représenté par la fonction de transfert

$$H_{rfu} = 1 \quad (14)$$

De ces considérations on établit le diagramme fonctionnel du réglage combiné de la fréquence et de la tension tel qu'illustré par la figure 10.

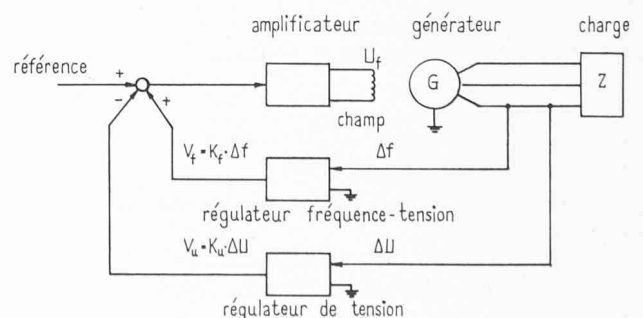


Fig. 8. — Schéma de principe de l'asservissement fréquence-tension.

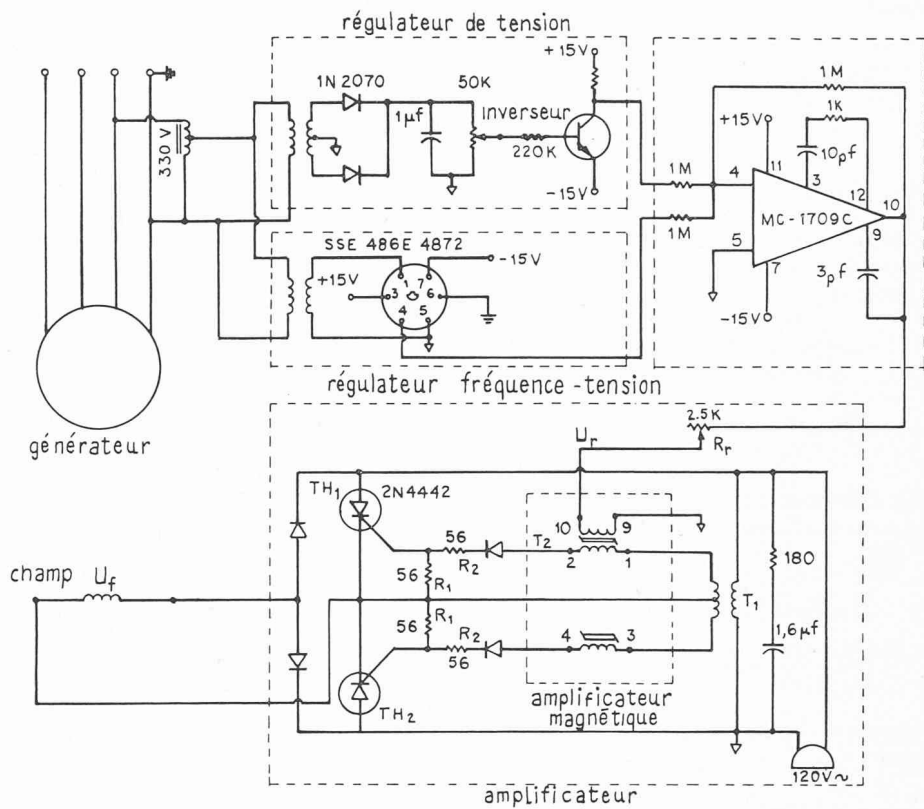


Fig. 9. — Circuit de l'asservissement fréquence-tension.

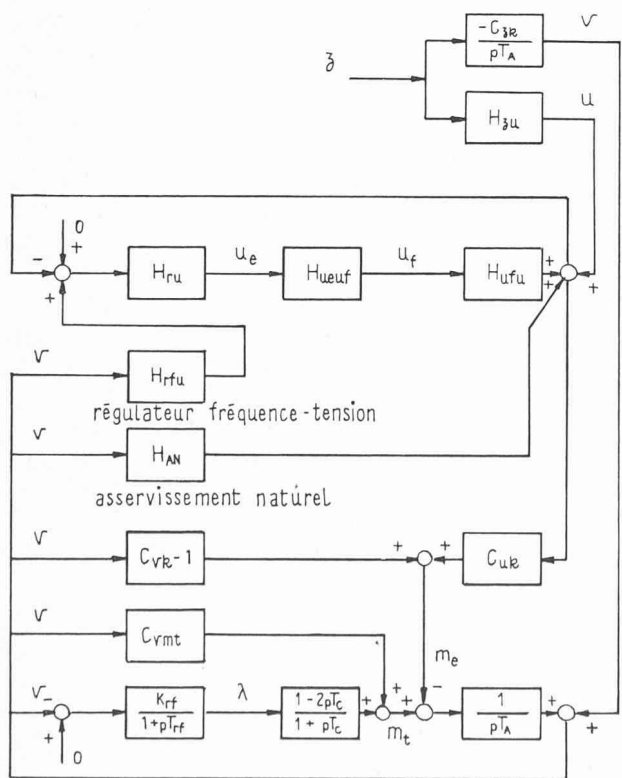


Fig. 10. — Diagramme fonctionnel du réglage combiné de la fréquence et de la tension.

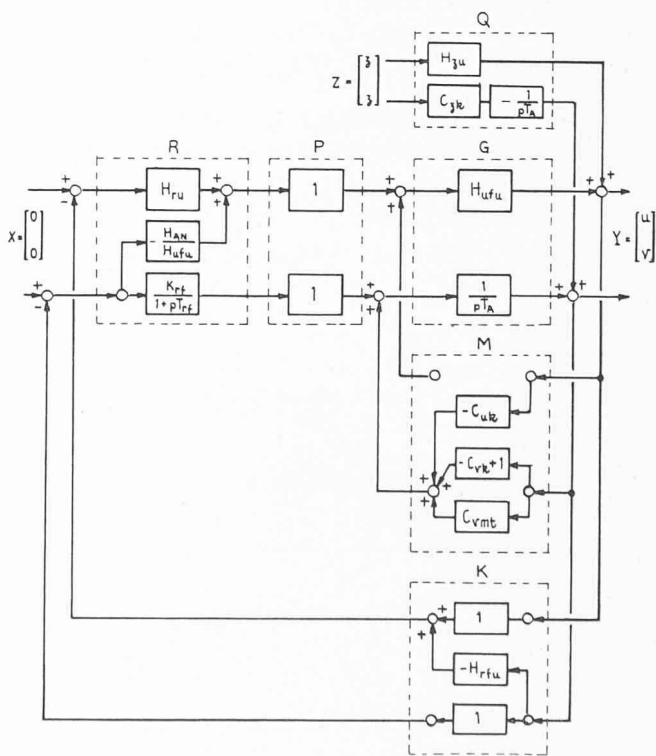


Fig. 11. — Configuration sous forme de systèmes multivariables du réglage combiné fréquence-tension.

e) Réponse à une variation brusque de la charge

La figure 11 reprend le diagramme fonctionnel de la figure 10 selon la configuration habituelle des systèmes à plusieurs variables. On en déduit l'équation matricielle suivante :

$$[Y] = \{[I] - [G][M] + [G][P][R][K]\}^{-1} \cdot [Q][Z] \quad (15)$$

En introduisant l'expression des diverses matrices telles que données en annexe et en effectuant les opérations du calcul matriciel, on obtient :

$$H_v(p) = \frac{v}{z} = \frac{-C_{uk} \cdot H_{zu} + C_{zk} (H_{ru} H_{ufu} + (H_{ru} H_{ufu} + 1)(pT_A + k_1 + H_{rf}) + 1)}{+ C_{uk} (H_{ru} H_{rfu} H_{ufu} + H_{an})} \quad (16)$$

Ce qui devient en l'absence du régulateur fréquence-tension et avec la génératrice auto-excitée ( $H_{rua} = -1$ ) :

$$H_v(p) = \frac{v}{z} = \frac{-[p^2 Tg^2 + p(Tg + 2Ag) + pTg + 1][pTg(p^2 T_A T_{rf} + pT_A + 2)][pT_{rf} + 1]}{+ K_{rf} + 2(pTg + 1)(pT_{rf} + 1)} \quad (17)$$

La transformée inverse de Laplace donne en introduisant les valeurs numériques :

$$\frac{\Delta\omega(t)}{\omega_n} \times 100 = 1,38 - 4,69 e^{-t/1,1} + 3,31 e^{-t/1,79} - 3,34 e^{-2,02 t} \sin(1,95 t) \quad (18)$$

A la suite de l'introduction du régulateur fréquence-tension et du régulateur de tension de type proportionnel ( $H_{rub} = 1$ ) l'expression (16) devient :

$$H_v(p) = \frac{v}{z} = \frac{-[p^2 Tg^2 + p(3Tg + 2Ag) + pTg + 1][pTg + 2][p^2 T_A T_{rf} + 4][pT_{rf} + 1]}{+ p(T_A + 2T_{rf}) + K_{rf} + 2} \quad (19)$$

d'où l'on obtient, en introduisant les valeurs numériques et en effectuant la transformée inverse de Laplace :

$$\frac{\Delta\omega(t)}{\omega_n} \times 100 = 0,85 + 1,18 e^{-t/1,1} - 1,43 e^{-t/0,55} - 0,685 e^{-t/0,43} \sin(1,82 t + 28,8^\circ) \quad (20)$$

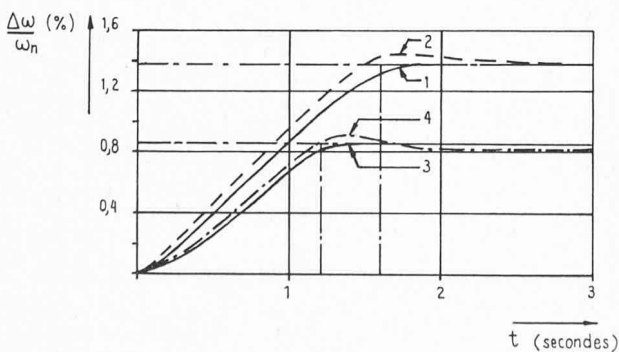


Fig. 12. — Variation de la vitesse pour une variation de la charge :  
 1. Sans l'asservissement fréquence-tension. Courbe enregistrée.  
 2. Sans l'asservissement fréquence-tension. Courbe calculée.  
 3. Avec l'asservissement fréquence-tension. Courbe enregistrée.  
 4. Avec l'asservissement fréquence-tension. Courbe calculée.

4. Essais

On a provoqué de brusques diminutions de charges en débranchant le moteur asynchrone. La figure 12, extraite des protocoles d'essais, établit une comparaison entre la variation de vitesse, résultante de ce débranchement, en l'absence du régulateur fréquence-tension, mais avec le générateur auto-excité (courbe 1) et la variation de vitesse en présence du régulateur fréquence-tension et du régulateur de tension de type proportionnel,  $H_{rub}$  (courbe 3).

Les courbes 2 et 4 sont celles, correspondant respectivement aux courbes 1 et 3, calculées à partir des expressions (18) et (20). On remarque la bonne concordance entre les résultats que laisse prévoir la théorie (courbes 2 et 4) et ceux obtenus au cours des essais (courbes 1 et 3).

La comparaison des courbes 1 et 3 met en évidence l'influence favorable du régulateur de tension sur le maintien de la fréquence. On constate qu'en présence du régulateur fréquence-tension l'écart de vitesse en régime permanent est réduit de 40 % et le temps de réponse  $T_r$  de 25 %.

5. Précision de réglage

La précision de réglage, définie par D. Gaden [1], caractérise l'aptitude du système à maintenir la grandeur réglée au plus près de sa valeur de consigne malgré les variations aléatoires de la grandeur libre.

Cette précision se mesure par l'écart quadratique de la grandeur réglée. Une relation fondamentale des systèmes linéaires soumis à des variations aléatoires [7, p. 79] établit que le carré de l'écart quadratique moyen est donné par la relation

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H_v(j\omega)|^2 \cdot \varphi_k(j\omega) \cdot d\omega \quad (21)$$

où la densité spectrale  $\varphi_k(j\omega)$  de la grandeur libre (charge) est la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation  $A_k(\theta)$  de la charge, que l'on admettra [3] être :

$$A_k(\theta) = \sigma_k^2 \cdot e^{-|\theta|/T_k} \quad (22)$$

$$\varphi_k(j\omega) = \frac{2 \cdot \sigma_k^2 \cdot T_k}{1 + \omega^2 T_k^2} = \frac{2 \cdot \sigma_k^2 \cdot T_k}{(1 + j\omega T_k)(1 - j\omega T_k)} \quad (23)$$

$$|H_v(j\omega)|^2 = H_v(j\omega) \cdot H_v(-j\omega) = \frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)} \cdot \frac{P(-j\omega)}{Q(-j\omega)} \quad (24)$$

$$\sigma_f^2 = 2 \cdot \sigma_k^2 \cdot T_k \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B(j\omega)}{Q^*(j\omega) Q^*(-j\omega)} \cdot d\omega \quad (25)$$

$$B(j\omega) = P(j\omega) \cdot P(-j\omega)$$

$$Q^*(j\omega) = Q(j\omega) \cdot (1 + j\omega T_k)$$

D'après P. S. Pugatchev [6] l'intégrale

$$I_N = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B(j\omega)}{Q^*(j\omega) Q^*(-j\omega)} \cdot d\omega \quad (26)$$

$$B(x) \Big|_{x=j\omega} = g_0 x^{2N-2} + g_1 x^{2N-4} + \dots + g_{N-1}$$

$$Q^*(x) \Big|_{x=j\omega} = h_0 x^N + h_1 x^{N-1} + \dots + h_N$$

a comme valeur

$$I_N = \frac{(-1)^{N+1} \cdot N_N}{2 h_0 \cdot D_N} \quad (27)$$

$$D_N = \begin{vmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{N1} & d_{N2} & \dots & d_{NN} \end{vmatrix}$$

$$d_{mr} = h_{2m-r} \quad h_s = 0 \quad (N < S < 0)$$

où  $N_N$  est le déterminant déduit de  $D_N$  en remplaçant les éléments de la première colonne par  $g_0, g_1, \dots, g_{N-1}$ .

Utilisant les expressions (17) et (19) on obtient pour l'écart quadratique moyen réduit,  $\sigma_f^2/\sigma_k^2$ , dans les deux cas considérer précédemment les valeurs données dans le tableau I.

TABLEAU I  
Ecart quadratique moyen réduit de la fréquence

	Sans régulateur fréquence-tension	Avec régulateur fréquence-tension
$\sigma_f^2/\sigma_k^2$	1,165	0,374

Le tableau I confirme à nouveau l'amélioration de la précision de réglage de la fréquence que l'on peut espérer par l'introduction d'un régulateur fréquence-tension.

Une étude théorique [9 et 12] a laissé prévoir une légère amélioration de la précision de réglage de la tension par l'introduction du régulateur fréquence-tension dans le cas d'une centrale en marche isolée. Ce qui peut être expliqué comme suit : la présence de l'asservissement de la tension à la fréquence modifie la tension proportionnellement à la fréquence ; de ce fait, des variations moindres de la fréquence se traduisent par des variations moindres de la tension.

## 6. Conclusion

Le régulateur fréquence-tension, dont le principe est connu depuis plusieurs années, n'a pas toujours rencontré l'approbation des exploitants, comme nous le fit remarquer M. Th. Stein, ancien directeur de la Compagnie Escher-Wyss, à Schio (Italie), dans une lettre commentant les travaux de maîtrise cités aux références [9] et [10] :

« L'étude méthodique du réglage combiné fréquence-tension apporte des possibilités nouvelles. Auparavant, on se limitait aux cas extrêmes d'un réglage instantané de la tension, ou bien d'une génératrice auto-excitée, avec action stabilisante de l'excitatrice accouplée. Il existe un exemple réel, comportant 4 ou 5 unités avec turbines Kaplan bulbe, où l'exploitant ne se laissa pas persuader de l'avantage d'un asservissement fréquence-tension. Et pourtant la stabilité était requise pour continuer à fournir l'éclairage en cas de panne du réseau. »

L'analyse d'une installation hydroélectrique, de dimensions réduites, en marche isolée sur charge ohmique, sous la forme d'un système à plusieurs variables a conduit à la détermination des réponses indicelles de la fréquence. Les résultats ont été comparés à des enregistrements obtenus au cours d'essais sur l'installation. Les courbes analytiques et expérimentales concordent et montrent que l'écart de fréquence en régime permanent est réduit de 40 % et que le temps de réponse est réduit de 25 %.

L'étude de la précision de réglage qui caractérise l'aptitude du système à maintenir sa grandeur réglée au plus près de sa valeur de consigne en présence de variations aléatoires de la charge, a laissé prévoir une diminution dans le rapport de 3 à 1 de l'écart quadratique moyen réduit de la fréquence.

Ce travail a confirmé la nette amélioration du réglage de la fréquence apportée par l'introduction d'un asservissement de la tension à la fréquence.

Nous tenons à remercier M. L. M. Boisvert, du Département de génie électrique, pour sa généreuse contribution au développement du régulateur fréquence-tension qui a été utilisé au cours des essais.

## Nomenclature

- $T_A$  : constante de temps de l'accélération des masses tournantes (1,17 sec)
- $T_c$  : constante de temps de l'action massique de l'eau dans la conduite =  $L_c \cdot V_n / 2 \cdot g \cdot H_n$  (0,023 sec)
- $L_c$  : longueur de la conduite (6,85 m)
- $V_n$  : vitesse moyenne de l'eau dans la conduite (1,55 m/sec)
- $H_n$  : hauteur de chute de référence (46,5 m)
- $g$  : accélération de la pesanteur (9,81 m/sec<sup>2</sup>)
- $T_{rf}$  : constante de temps du régulateur tachymétrique (0,344 sec)
- $k_{rf}$  : gain du régulateur tachymétrique (1,475)
- $v$  : variation relative de la vitesse =  $\Delta\omega/\omega_n$
- $m_e$  : variation relative du couple résistant électrique =  $\Delta M_e/M_n$
- $m_t$  : variation relative du couple moteur de la turbine =  $\Delta M_t/M_n$
- $z$  : variation relative de la charge =  $\Delta Z/Z_n$
- $\lambda$  : variation relative de l'ouverture du vannage =  $\Delta L/L_n$
- $k$  : variation relative de la puissance électrique =  $\Delta K/K_n$
- $c_{vk}$  : coefficient de sensibilité de la puissance aux variations de la vitesse à tension et charge constantes =  $\partial k/\partial v$
- $c_{uk}$  : coefficient de sensibilité de la puissance aux variations de la tension à fréquence et charge constantes =  $\partial k/\partial u$
- $c_{zk}$  : coefficient de sensibilité de la puissance aux variations de la charge à fréquence et tension constantes =  $\partial k/\partial z$
- $c_{vme}$  : coefficient d'auto-régulation de la charge =  $\partial m_e/\partial v$
- $c_{vmt}$  : coefficient d'auto-régulation de la turbine =  $\partial m_t/\partial v$
- $a$  : coefficient d'auto-régulation de l'installation =  $c_{vme} - c_{vmt}$
- $Tg$  : constante de temps du générateur (1,1 sec)
- $Ag$  : coefficient du générateur (3,1)
- $u$  : variation relative de la tension de sortie du générateur =  $\Delta U/U_n$
- $u_f$  : variation relative de la tension d'excitation du générateur =  $\Delta U_f/U_f$
- $u_e$  : variation relative de la tension de sortie du régulateur de tension =  $\Delta U_e/U_e$



$\sigma_f$ : écart quadratique moyen des fluctuations de la fréquence  
 $H_v(p)$ : fonction de transfert du réglage de la vitesse  
 $P(p)$ : numérateur de la fonction de transfert du réglage de la vitesse  
 $Q(p)$ : dénominateur de la fonction de transfert du réglage de la vitesse  
 $A_k(\theta)$ : fonction d'auto-corrélation des fluctuations de la charge  
 $\sigma_k$ : écart quadratique moyen des fluctuations de la charge  
 $T_k$ : temps caractéristique de la variabilité de la charge égal à la durée moyenne de l'enclenchement des divers abonnés (10 sec)

$Y$ : vecteur des transformés de Laplace des variations relatives des grandeurs de sortie =  $(u, v)^t$

$Z$ : vecteur des transformés de Laplace des variations relatives des perturbations =  $(z, z)^t$

$$Q = \begin{bmatrix} H_{zu} & 0 \\ 0 & -c_{zk}/pT_A \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} H_{ufu} & 0 \\ 0 & 1/pT_A \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} H_{ru} & -H_{an}/H_{ufu} \\ 0 & H_{rf} \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -c_{uk} & -k_1 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} 1 & -H_{rfu} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$k_1$ :  $c_{vk} - c_{vmt} - 1$

$p$ : opérateur de Laplace

$H_{rf}$ : fonction de transfert du régulateur tachymétrique  $K_{rf}/(1 + pT_{rf})$

$H_{ufu}$ : fonction de transfert entre la variation relative de la tension de sortie  $u$  et celle de la tension d'excitation  $u_f$

$$\frac{\Delta U/U}{\Delta U_f/U_f} = \frac{1}{pTg + 1}$$

$H_{zu}$ : fonction de transfert entre la variation relative de la tension de sortie  $u$  et celle de la charge  $z$

$$\frac{\Delta U/U}{\Delta Z/Z} = \frac{p \cdot Ag + 1}{(pTg + 1)^2}$$

$H_{ueuf}$ : fonction de transfert de l'excitatrice statique

$$\frac{\Delta U_f/U_f}{\Delta U_e/U_e} = 1$$

$H_{rua}$ : fonction de transfert de l'auto-excitation du générateur

$$\frac{\Delta U_e/U_e}{\Delta U/U} = \frac{1}{u} - 1$$

$H_{rub}$ : fonction de transfert du régulateur de tension

$$\frac{\Delta U_e/U_e}{\Delta U/U} = + 1$$

$H_{an}$ : fonction de transfert de l'asservissement naturel de la tension à la fréquence

$$\frac{\Delta U/U}{\Delta \omega/\omega} = 1$$

$H_{rfu}$ : fonction de transfert du régulateur de tension

$$\frac{\Delta U/U}{\Delta \omega/\omega} = 1$$

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. GADEN: « A propos du réglage automatique de la vitesse des turbines hydrauliques. Considérations sur la précision de réglage. » *Bulletin de la Société française des électriciens*, avril 1952, tome 2 (7<sup>e</sup> série), p. 179-197.
- [2] M. CUÉNOD, J. WAHL: « Amélioration de la tenue en fréquence dans un réseau alimenté par une centrale hydroélectrique. » *Bulletin technique de la Suisse romande*, mars-avril 1954.
- [3] M. CUÉNOD: « Etude de la réponse d'un système linéaire à une fonction aléatoire au moyen de l'analyse impulsionnelle. » *Revue générale de l'électricité*, février 1956, t. 65, p. 118-186.
- [4] M. CUÉNOD, P. A. BOBILLIER: « Stabilité de la marche d'une centrale hydroélectrique avec canal d'amenée, compte tenu des caractéristiques dynamiques de son réglage de vitesse. » *Automatisme*, janvier-février, 1960.
- [5] L. NOSBOM: *Amplificateur magnétique et thyatron au silicium dans l'industrie*. Editions Radio, Paris 1965, 184 p.
- [6] V. S. PUGATCHEV: *Theory of random functions and its application to control* (traduit du russe). Pergamon Press 1965, 833 p.
- [7] P. NASLIN: *Introduction à la commande optimale*. Dunod 1966, 214 p.
- [8] M. GAUDRY: *Redresseurs et thyristors. Comportements physiques et utilisation*. Dunod, Paris 1969, 265 p.
- [9] B. DUBÉ: *Etude de l'influence du réglage de la tension sur le réglage de la fréquence d'un groupe hydroélectrique en marche isolée*. Thèse de maîtrise, Université Laval, janvier 1970.
- [10] I. REID: *Contrôle des turbomachines*. Thèse de maîtrise, Université Laval, avril 1970.
- [11] C. LAMONTAGNE: *Etude du réglage combiné fréquence-tension d'un générateur synchrone en marche isolée*. Thèse de maîtrise, Université Laval, mars 1970.
- [12] B. DUBÉ, M. CUÉNOD, H. NETSCH, J.-CH. GILLE: « Influence du réglage de la tension sur le réglage de la fréquence d'un groupe hydroélectrique en marche isolée. » A paraître dans le journal canadien d'automatisme. — *Automatic Control Theory and Applications*.