Le moiré d'ombre: une méthode expérimentale et ses possibilités

Autor(en): Collet, Jean-Pierre / Marasco, Joseph / Pflug, Léopold

Objekttyp: Article

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band (Jahr): 100 (1974)

Heft 9

PDF erstellt am: 02.06.2024

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-72103

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek* ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Communication du laboratoire d'analyse des contraintes de l'EPFL

Le moiré d'ombre : une méthode expérimentale et ses possibilités

par JEAN-PIERRE COLLET, JOSEPH MARASCO et LÉOPOLD PFLUG, Lausanne

1. Notations

A	(mm)	Distance entre l'axe vertical d'observation et le début de la surface.
L	(mm)	Distance entre l'axe vertical de la source lumineuse et le début de la surface.
М	(mm)	Distance verticale entre l'observateur et la trame.
N	(sans dimensions)	Ordre d'une frange de moiré.
Т	(mm)	Déplacement selon x du début de la trame par rapport au début de la surface.
W	(mm)	Distance verticale entre la source lumineuse et la trame.
d	(mm)	Interfrange, c'est-à-dire distance entre deux franges de moiré successives.
е	(mm)	Différence de niveau de la surface corres- pondant à deux lignes de moiré successives.
h	(mm)	Déplacement vertical de la surface étudiée nécessaire à provoquer un changement d'ordre unitaire de la frange.
k	(sans)	Paramètre de numérotation pour les lignes de réseau témoin.
l	(sans)	Paramètre de numérotation pour les lignes de réseau déformé.
т	(sans)	Paramètre de numérotation pour les lignes d'un réseau quelconque.
р	(mm)	Le pas d'un réseau, entre-axe de deux lignes noires successives.
х,	y (mm)	Coordonnées d'un point de la surface étudiée.
x_m	, <i>y</i> _m (mm)	Coordonnées du même point mesurées dans le plan de la trame.
α	(radians)	Angle entre la surface et l'horizontale dans une coupe $y = $ cte.
γ	(radians)	Angle d'observation formé par l'axe vertical et la droite joignant l'observateur au point visé, dans une coupe $y =$ cte.
δ	(mm)	Distance verticale entre la trame et la surface au point (x, y) .
θ	(radians)	Angle d'illumination formé par l'axe ver- tical et la droite joignant la source lumineuse au point éclairé, dans une coupe $y =$ cte.
ψ	(radians)	Angle aigu entre deux réseaux non parallèles.

 χ (sans Sensibilité en un point, défini comme h/p. dimensions)

2. Introduction

Les méthodes d'analyse des contraintes par voie optique jouissent d'une faveur certaine auprès des ingénieursconstructeurs, car la majorité d'entre elles offrent l'avantage de présenter une image continue du champ d'informations. Grâce à cette image continue, le constructeur dispose d'un outil efficace pour parvenir à la pièce ou à la structure optimale.

Parmi ces méthodes optiques, certaines sont connues et utilisées depuis fort longtemps, telle la photoélasticité, d'autres au contraire sont de création récente et leur champ d'application est en plein développement. C'est le cas notamment du moiré d'ombre dont nous nous proposons de présenter ici les principes, de montrer une application inédite et d'esquisser quelques perspectives de développement.

Nous rappelerons tout d'abord que le terme général de moiré désigne un phénomène d'interférence obtenu par superposition d'un réseau témoin et d'un réseau déformé lié à la structure analysée [1]¹. Selon la façon de réaliser le réseau témoin, d'obtenir le réseau déformé et de procéder à leur superposition, on obtiendra des moirés de types différents, dont chacun trouve une application spécifique selon la nature de la structure examinée ou le genre de sollicitation.

Ainsi, lorsque le phénomène de moiré s'obtient par interférence entre un réseau et l'ombre de celui-ci projeté sur la surface analysée, on obtient le moiré d'ombre et c'est précisément ce type que nous nous proposons de présenter en détail dans le cadre du présent article.

Cette méthode permet d'obtenir le déplacement transversal d'une surface, plane ou non, soumise à n'importe quel genre de charge. Ce type de moiré est donc particulièrement indiqué pour l'étude des déformations des plaques ou des coques, car les franges d'interférences peuvent donner lieu — suivant la nature des paramètres géométriques de l'essai — à une interprétation physique simple et constituer dans ce cas les courbes de niveau de la surface examinée [2] [3].

Comme nous l'avons indiqué, l'un des avantages de cette méthode optique réside également dans le fait que l'on obtient des informations continues, aussi bien dans l'espace que dans le temps, et ce dernier point est particulièrement intéressant pour l'analyse du comportement d'une structure

 1 Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

présentant du fluage ou dont les sollicitations possèdent un caractère dynamique [3].

Un autre point positif à relever en faveur des méthodes optiques est constitué par leur absence totale d'inertie; de plus, la nature même du processus de mesure rend superflu tout contact avec l'objet étudié et cette particularité peut représenter un facteur décisif dans l'engagement de cette méthode.

Comme le signalait Dantu [1] en 1957, les méthodes de moiré sont purement géométriques et de ce fait ne sont pas sujettes aux erreurs dues à la non-linéarité des phénomènes physiques intermédiaires ni à leur dérive dans le temps. Enfin, le procédé est d'une mise en œuvre relativement simple et ne nécessite pas de matériel coûteux.

3. Principe de la méthode

Dans ce qui suit, nous commencerons par montrer, de manière générale, le processus de formation des franges de moiré puis nous établirons ensuite les relations spécifiques au moiré d'ombre.

Dans la figure 1, les franges d'interférence appelées aussi lignes de moiré, sont produites par la petite rotation de deux réseaux de pas identique. La distance entre chaque frange ou interfrange dépend uniquement de la rotation relative des deux réseaux et l'on obtient la relation :

$$d = \frac{p}{2\sin\left(\psi/2\right)} \tag{1}$$

où d représente l'interfrange,

- *p* représente le pas des deux réseaux, c'est-à-dire l'entreaxe de deux lignes noires consécutives,
- ψ représente l'angle aigu entre les lignes des deux réseaux.
- Si l'angle ψ est suffisamment petit :

$$d = \frac{p}{\psi}$$
 (2)



Fig. 1. — Franges de moiré engendrées par une rotation de deux réseaux de pas p.

On remarquera en passant que la direction de ces franges de moiré coïncide avec la bissectrice de l'angle obtus séparant les deux réseaux. Pour un angle ψ suffisamment faible les lignes de moiré sont donc sensiblement perpendiculaires aux lignes du réseau.

La figure 2 présente une autre méthode de production des lignes de moiré; selon cette méthode, les franges



Fig. 2. — Franges de moiré engendrées par superposition de deux réseaux parallèles de pas légèrement différents.

d'interférence proviennent d'une légère modification de pas de l'un des réseaux; soit p_1 et p_2 les pas des deux réseaux. L'intervalle entre deux lignes de moiré consécutives, désignée par d, comporte m lignes du réseau de pas p_1 et $m \pm 1$ lignes du réseau de pas p_2 .

Donc
$$mp_1 = (m \pm 1) p_2 = d;$$
 (3)

Eliminons m dans la relation (3),

$$d = \frac{p_1 p_2}{|p_1 - p_2|} \,. \tag{4}$$

Contrairement au moiré formé par une rotation relative des deux réseaux, les franges de moiré sont ici parallèles aux lignes des réseaux.

Dans le cas du moiré d'ombre, il convient d'ajouter aux paramètres fondamentaux que nous venons de définir, pas et interfrange, les grandeurs géométriques propres à cette méthode. Ces éléments permettent de tenir compte de la configuration de l'essai, de l'influence de l'éclairage et de la position de l'observateur sur la signification des lignes de moiré.

La figure 3 contient une coupe montrant le principe de formation des franges dans le cas du moiré d'ombre ; dans ce schéma, nous avons admis que la source lumineuse



Fig. 3. — Paramètres géométriques intervenant dans la formation du moiré d'ombre (rayons parallèles).

produisait des rayons parallèles formant un angle θ avec l'axe vertical et que de plus l'observateur était placé à l'infini.

Bien que cette disposition ne corresponde pas parfaitement aux conditions réelles d'un essai, elle présente l'avantage de dégager les caractères essentiels de cette méthode.

Dans cette figure, la trace du plan du réseau témoin est représentée par AB alors que AC correspond à la trace de la surface examinée. Proposons-nous de déterminer maintenant la relation existante entre l'angle de pente de AC et les franges de moiré constatées par l'observateur.

Il est bien évident que ce dernier ne peut percevoir directement la pente α mais qu'il constate une série de franges parallèles causées par le phénomène décrit plus haut. En effet, l'ombre du réseau projeté sur la surface se présente à l'observateur comme un réseau de pas p' dont la valeur est dictée par l'angle α et peut se mettre sous la forme :

$$\frac{p'}{p} = \frac{s'}{s} = \frac{\cos\theta}{\cos(\theta + \alpha)}$$
(5)

ou encore, en introduisant l'interfrange donné par la relation (4)

$$d = \frac{\cos \theta}{\cos \theta - \cos (\theta + \alpha)} \cdot p \cdot$$
(6)

Si l'observateur connaît le pas du réseau témoin et mesure l'interfrange d, il pourra en déduire la pente de la surface AC à l'aide de la relation obtenue en explicitant α de (6)

$$\alpha = \arccos\left[\frac{d-p}{d} \cdot \cos\theta\right] - \theta \,. \tag{7}$$

L'examen de la figure 3 conduit également à une autre interprétation particulièrement significative. Supposons que le réseau témoin comporte l lignes sur le tronçon \overline{AD} et k lignes sur le tronçon \overline{AM} . L'observateur, dont la vision superpose l'image du réseau témoin et de son ombre, va constater des franges dont le nombre dépend de la différence k-l. En effet, comme nous l'avons établi dans la relation (3), une frange apparaît toutes les fois qu'un des traits du réseau déformé occupe exactement la position d'un intervalle du réseau témoin. C'est le principe du vernier appliqué à une division très fine [1]. Si l'on désigne par N l'ordre de la frange en M, ou ce qui revient au même le nombre de franges perçues sur le tronçon \overline{AM} , nous obtenons la relation très simple :

$$N = k - l. \tag{8}$$

A partir de l'ordre de la frange en M, on pourra aisément obtenir la dénivellation δ à partir de la première frange. On constate en effet que N représente aussi bien le nombre de franges sur le tronçon \overline{AM} que le nombre de lignes du réseau témoin sur le segment \overline{DM} ; on aura donc

$$\overline{DM} = N \cdot p \tag{9}$$

et finalement, en nous référant à la figure 3 :

$$\delta = N \cdot p \cdot \left[\frac{1}{\mathrm{tg}\theta}\right]. \tag{10}$$

Ce résultat de base revêt une importance considérable. En effet, dans les conditions particulières indiquées dans la figure 3, il met en évidence la signification physique des franges d'interférence qui correspondent dans ce cas aux lignes de niveau de la surface étudiée.

Pour une disposition donnée, c'est-à-dire lorsque le pas de la trame et les paramètres géométriques d'observation et d'éclairage sont fixés, l'équidistance entre deux lignes de moiré successives est donnée par la relation :

$$e = \frac{p}{\mathrm{tg}\theta} \tag{11}$$

Si le modèle utilisé possède un encombrement de l'ordre de 1×1 m, la place disponible dans un laboratoire ordinaire ne permet plus de remplir les hypothèses requises par l'application de la relation (11) (parallèlisme de l'éclairage et des rayons d'observation).

Selon la nature des essais, l'expression (11) peut donc conduire à des erreurs qui dépasseraient les tolérances généralement admises ; ce sera le cas lorsque les dimensions du modèle sont du même ordre de grandeur que la distance de l'objet à la source lumineuse ou à l'observateur.

Il convient donc de généraliser l'expression (10) en introduisant l'influence d'une lumière ponctuelle et d'un observateur situé à une distance finie.



Fig. 4. — Paramètres géométriques intervenant dans la formation du moiré d'ombre (cas général).

Dans ce but, considérons maintenant, dans la figure 4, le processus de formation des franges de moiré correspondant au cas général. Dans cette analyse tout point sera repéré par rapport à un tièdre orthonormé x, y, z, l'indice maffectant les points situés dans le plan du réseau témoin. La coordonnée réelle x d'un point situé sur la surface peut être obtenu à l'aide de la coordonnée apparente x_m au moyen de la relation :

$$x = x_m + \frac{\delta}{M} \left(x_m - A \right) \,. \tag{12}$$

Il est bien évident qu'une relation semblable peut être établie par rapport à la direction *y*.

Le calcul de la dénivellation δ s'opère à partir de considérations géométriques basées sur les triangles semblables. On obtient successivement :

$$\frac{L+T+lp}{W} = \frac{L+x}{W+\delta}$$
(13)

$$lp = \frac{W \cdot x - \delta \cdot L}{W + \delta} - T.$$
(14)

d'où

Nous avons d'autre part :

$$kp = x_m - T \tag{15}$$

(17)

et, si N représente l'ordre de la frange de moiré observée au point (x_m, y_m) , nous obtenons, en utilisant (8)

$$N \cdot p = k \cdot p - l \cdot p \tag{16}$$

d'où

et finalement, en éliminant x entre les relations (17) et (12) :

 $N \cdot p = x_m - \frac{Wx - \delta L}{W + \delta}$

$$\delta = N \cdot p \cdot \left[\frac{1}{\frac{L}{W} + \frac{A}{M} + \frac{M - W}{MW} \cdot x_m - \frac{N \cdot p}{W}} \right].$$
(18)

Nous constatons dès lors que la dénivellation δ n'est plus constante le long d'une frange d'ordre N mais varie au contraire en fonction de la position du point examiné et de l'ordre de la frange.

En pratique, le dépouillement d'un moiré d'ombre obtenu dans ces conditions nécessite donc la transformation des lignes de moiré en courbes de niveau et cette opération pourra être conduite de manière systématique grâce à un traitement digital approprié.

Nous remarquons toutefois que l'expression (18) peut être rendue indépendante de la position x_m à condition de choisir judicieusement la position de l'objet par rapport à l'éclairage d'une part et à l'observateur d'autre part, c'est-à-dire en imposant M = W [2] [3].

Dans ces conditions l'expression (18) prend alors la forme :

$$\delta = N \cdot p \left[\frac{1}{\frac{L}{W} + \frac{A}{M} - \frac{N \cdot p}{W}} \right].$$
(19)

Cette dernière relation présente une amélioration sensible par rapport à la précédente, car nous pouvons assimiler à nouveau toute frange de moiré à une courbe de niveau, car δ est constant pour une N donné. Toutefois, la dénivellation séparant deux lignes de moiré successives varie selon l'ordre absolu des franges car la relation (19) n'est plus linéaire en N.

4. Discussion de la sensibilité

Après avoir établi les lois qui régissent ou décrivent la formation des franges de moiré, et montré la signification physique de celles-ci, il convient maintenant de définir la sensibilité de cette méthode. Nous allons choisir à cet effet un paramètre susceptible de permettre une comparaison entre différents dispositifs, c'est-à-dire qui tienne compte à la fois de l'influence du déplacement absolu de la surface examinée et du pas de la trame.

La définition de la sensibilité adoptée ici est donnée par le rapport :

$$\chi = -\frac{h}{p}$$

- où *h* représente le déplacement vertical de la surface nécessaire à provoquer, en un point donné, un écart unitaire de l'ordre des franges,
- et p représente le pas du réseau témoin.

Il ressort de cette définition que la sensibilité est d'autant meilleure que χ est petit. La sensibilité χ est conditionnée par les paramètres géométriques α , θ et γ au point considéré. Lorsqu'on connaît l'équation de la surface, on peut déterminer α pour tout point x, y, de sorte qu'à l'aide de paramètres angulaires d'éclairage θ et d'observation γ , il est possible de déterminer la sensibilité sur l'ensemble de la surface étudiée. Comme nous l'avons déjà noté à propos de l'équation (18), on remarquera que cette sensibilité est variable de point en point, ce qui conduira l'observateur à déterminer préalablement une sorte de carte topographique de la région analysée avec l'indication des lignes d'égale sensibilité.

L'étude géométrique des éléments qui conditionnent le déplacement d'une unité dans l'ordre des franges montre que la sensibilité χ peut se mettre sous la forme :

$$\chi = \frac{h}{p} = \frac{1 + \mathrm{tg}\theta \, \mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\theta - \mathrm{tg}\gamma} \,, \tag{20}$$

expression dans laquelle α et γ doivent être pris avec leur signe.

L'application de la relation précédente à l'essai décrit plus bas montre que le déplacement h nécessaire à provoquer un écart unitaire de l'ordre des franges varie entre 2,4 et 3,1 mm le long de la diagonale comprimée alors que, pour la diagonale tendue la valeur de h varie entre 1,7 et 4,3 mm.

Lors de l'examen d'un cliché, l'observateur peut facilement estimer l'ordre des franges au quart d'ordre près, de sorte que, dans les conditions de mise en œuvre relatées ici, le moiré d'ombre permet de déceler des déplacements de la surface supérieurs ou égaux à 0,4 mm au voisinage du point ou la sensibilité est la meilleure et de 1,1 mm dans la zone présentant la sensibilité la plus grossière.

5. Discussion des erreurs

Toute méthode visant à décrire un phénomène physique comporte inévitablement différentes sources d'erreurs et il va de soi que le moiré d'ombre n'échappe pas à cette règle.

Afin d'estimer la nature et l'ampleur des erreurs inhérentes à la technique proposée, nous allons analyser les principales sources d'imprécision qui peuvent se présenter. Comme pour la sensibilité, ces imprécisions dépendent de la position du point mesuré. Ces sources peuvent se subdiviser en plusieurs catégories ; et notamment :

- a) les erreurs dues à la détermination de l'ordre des franges;
- b) les erreurs dues au décalage de position entre le plan de l'image et le modèle;
- c) les erreurs dues à l'imprécision du pas de la trame;
- d) les erreurs dues aux imprécisions de lecture du point mesuré.

A titre d'exemple, établissons maintenant l'estimation de l'erreur imputable à un comptage erroné de l'ordre des franges. Ce calcul revient donc à déterminer l'expression $\frac{d\delta}{\delta}$ en fonction de dN; $d\delta$ et dN représentent un petit accroissement de la différence de niveau et de l'ordre des franges. A partir de l'expression (18)

$$\delta = N \cdot p \cdot \left[\frac{1}{\frac{L}{W} + \frac{A}{M} + \frac{M - W}{M \cdot W} \cdot x_m - \frac{N \cdot p}{W}} \right]$$
(18)

nous calculons d'abord $\frac{d\delta}{dN}$ puis $\frac{d\delta}{\delta}$; avec $dN = \frac{s}{100} \cdot N$ nous trouvons :

$$\frac{d\delta}{\delta} = \frac{\frac{L}{W} + \frac{A}{M} + \frac{M - W}{W \cdot M} \cdot x_m}{\frac{L}{W} + \frac{A}{M} + \frac{M - W}{M \cdot W} \cdot x_m - \frac{N \cdot p}{W}} \cdot \frac{s}{100} \quad (21)$$

où s représente le pourcentage d'erreur sur le numéro de la frange examinée. Si nous introduisons maintenant dans l'expression (21) les valeurs réelles correspondantes à notre essai, soit

$$L = 487 \text{ mm}$$

 $M = 2905 \text{ mm}$
 $W = 1000 \text{ mm}$
 $A = 350 \text{ mm}$

nous obtenons, pour un écart d'une unité dans la numérotation des franges et dans le cas le plus défavorable où l'ordre des franges est de 10, une erreur très légèrement supérieure à 10 %. Cette erreur maximale concerne les points situés à l'extrémité de la diagonale comprimée.

L'importance relativement élevée de cette valeur appelle un bref commentaire, d'une part sur la signification géométrique de cette valeur et d'autre part sur l'estimation initiale qui lui a donné naissance.

Comme l'erreur est indiquée en pour-cent, celle-ci conduira à une imprécision absolue, mesurée en mm, d'autant plus grande que la distance initiale entre la trame et la surface du modèle est élevée. Or, dans le cas qui nous occupe, l'erreur relative est faible pour une grande dénivellation (extrémité de la diagonale tendue) et importante pour une faible dénivellation (extrémité de la diagonale comprimée). De cette façon, l'erreur absolue, en mm, ne varie que peu sur une grande partie du domaine.

Il convient également de relever que l'erreur provenant d'une détermination erronnée de l'ordre des franges représente de loin celle qui affecte le plus le résultat final. Ainsi que nous l'avons mentionné plus haut, l'observateur peut sans difficulté apprécier le quart de frange, de sorte que l'hypothèse d'une erreur unitaire de l'ordre des franges nous paraît conservatrice. Pour la moyenne partie du domaine étudié cette erreur ne dépasse pas 5 %.

Les erreurs imputables aux défauts d'exécution de la trame peuvent être évaluées à l'aide d'une relation semblable à (21) car les rôles de p et de N dans l'expression (18) peuvent être permutés. Une telle relation montrerait que,

dans notre cas, l'imprécision $\frac{d\delta}{\delta}$ est du même ordre de grandeur que l'imprécision sur le pas, c'est-à-dire égale au

plus à 0,5 % avec le mode de fabrication adopté pour la confection de notre trame.

Une analyse détaillée des autres sources d'erreurs montrerait qu'un cumul de ces différentes perturbations n'excède pas 2 % dans notre cas.

Sous l'angle de la précision, la méthode de moiré d'ombre présentée ici, peut être considérée comme suffisante, surtout si l'on songe que cette technique est destinée à l'examen de problèmes pour lesquels d'autres moyens d'analyse se sont révélés inadéquats.



Fig. 5. — Vue d'ensemble du dispositif d'essai.

SCHÉMA DE DÉPOUILLEMENT

(A RÉPÉTER POUR CHAQUE CAS DE CHARGE)

MODÈLE

6. Description de l'essai

La procédure d'analyse inédite présentée ici est appliquée actuellement au sein du Laboratoire d'analyse des contraintes de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne dans le cadre plus général de l'étude de la stabilité des coques.

A cet effet, on a façonné en résine acrylique un paraboloïde hyperbolique dont la surface en plan mesure 70×70 cm. Cette coque est munie de raidisseurs de rive et transmet la charge qui lui est appliquée par l'intermédiaire de quatre appareils d'appuis situés aux coins (fig. 6). La charge est exercée à l'aide d'un coussin pneumatique épousant exactement la surface initiale et dont on peut régler la pression avec une sensibilité de ± 0.2 gr/cm². Le schéma du dispositif expérimental est indiqué dans la figure 5.



Fig. 6. — Détail des appareils d'appui.

Un enduit blanc mat du type dispersion a été appliqué à la surface afin d'offrir un contraste optique suffisant.

Quant à la trame, elle possède un pas de 2 mm; elle a été obtenue en tendant des fils noirs sur deux supports appropriés. Comme l'intervalle entre les fils est égal au diamètre de ces derniers, l'opacité résultante est de 50 %. Cette façon de procéder permet d'éviter les effets parasites qui peuvent résulter de l'usage d'une trame déposée sur un support de verre (reflets et phénomène de réfraction).

Mentionnons enfin que les clichés destinés au dépouillement ont été réalisés avec une chambre Sinar $p \ 9 \times 12$ sur plaque Ilford Formalith de grand contraste, avec une durée d'exposition de 4 sec à 11 ; la source lumineuse, linéaire, était de 1000 Watts.

Le relevé des franges de moiré s'est effectué une première fois pour des paliers de charge successifs puis, lors d'une mise en charge continue, on a réalisé un court métrage sur film 16 mm dans lequel l'enregistrement simultané des franges de moiré et de la pression permet de conserver intégralement l'évolution du phénomène. La figure 7 montre les étapes successives de charge.

Fig. 8. - Principe du dépouillement.



DE NIVEAU



Fig. 7. - Relevé des franges de moiré pour les paliers de charge successifs.

7. Analyse des résultats

En vue d'obtenir un dépouillement systématique suffisamment rapide, en particulier lorsque plusieurs étapes de charge doivent être analysées, il nous a paru commode de recourir aux possibilités de traitement numérique offertes par l'ordinateur central de l'Ecole polytechnique. Selon cette méthode, la première étape consistera à digitaliser les informations nécessaires à l'aide d'un coordinatographe. Au cours de cette opération, le cliché original 9×12 cm est tout d'abord agrandi environ 15 fois sur un écran qui permet d'enregistrer les coordonnées avec une précision de $\pm 0,2$ mm. Suivant le mode de dépouillement adopté (fig. 8) ces coordonnées représentent soit les points successifs d'une même ligne de moiré (procédure complète) soit les coordonnées des lignes de moiré successivement rencontrées par une coupe donnée (procédure abrégée).

Dans les deux cas, ces coordonnées sont enregistrées sur bande perforée pour être ensuite analysées à l'aide d'un ensemble de programmes spécifiques gérés par l'ordinateur central mais commandés à partir du terminal lent situé au Laboratoire. Ces programmes de dépouillement peuvent être subdivisés en deux catégories principales selon qu'ils permettent l'analyse des paramètres propres à la méthode elle-même (par exemple représentation d'une courbe de niveau par un polynôme approprié) où qu'ils sont destinés à tenir compte des opérations géométriques résultant du mode de dépouillement (par exemple lors de corrections à apporter au dispositif optique de restitution ou lors du changement des axes de référence). Une fois mis au point les programmes de dépouillement, cette façon de procéder permet un gain de temps appréciable et évite la répétition d'opérations fastidieuses.

Dans le cadre du présent article, nous nous proposons d'illustrer cette méthode du moiré d'ombre en présentant les états successifs de la déformation du paraboloïde hyperbolique mentionné sous point 6, paragraphe 2. Ces déformations seront relevées le long de la diagonale comprimée de cette coque. La figure 9 permet de comparer, dans le stade initial non chargé, la forme de la diagonale comprimée telle qu'elle apparaît après dépouillement à l'aide du moiré







Fig. 10. — Déformations successives de la diagonale comprimée.

d'ombre et telle qu'elle résulte d'une mesure effectuée à l'aide d'une mesure mécanique habituelle. Cette figure, dans laquelle une anamorphose permet d'amplifier les différences de niveau, montre une concordance satisfaisante entre les deux types de mesure.

Dans la figure 10, on a porté les déformations successives de cette même diagonale comprimée pour des paliers de charge successifs de 11,4; 21,4; 31,0 gr/cm². Dans cette figure chaque point correspond à une frange de moiré mesurée.

On remarquera d'une part l'aspect asymétrique de cette déformation et d'autre part la grande amplitude de ces déplacements.

A l'heure actuelle, nos essais se poursuivent en vue d'éliminer les effets parasites provenant des imperfections géométriques initiales, et dont l'influence est particulièrement marquée dans le cas d'une coque très mince. Parallèlement, nous nous efforçons d'obtenir une méthode analytique capable de tenir compte des grandes déformations.

8. Simulation

Afin d'être en mesure de juger, préalablement à tout essai, de l'influence des caractéristiques géométriques tels que la position de l'éclairage ou de l'observateur, il a été procédé à une simulation du moiré obtenu sur la surface examinée non déformée.



Fig. 11. — Franges de moiré obtenues par simulation.

Grâce à cette simulation (figure 11), il est possible de choisir la position optimale du dispositif d'essai dans le cadre des contraintes techniques imposées par ailleurs (dimensions du local, objectif à disposition, intensité de la source lumineuse, pour ne citer que les principaux). Mentionnons enfin que cette façon de procéder permet non seulement d'établir le moiré d'une surface initiale dont on connaît l'équation, mais aussi d'obtenir les franges d'interférence relative à cette même surface à laquelle on impose, localement ou globalement, un déplacement obéissant à une loi connue.

Pour un type de trame et une disposition géométrique donnée, on pourra ainsi contrôler la sensibilité de la méthode et adapter au besoin certains paramètres.

Enfin, grâce à cette simulation, il sera également possible de réaliser une sorte de répertoire de différents types simples de déformations (par exemple calotte sphérique) susceptibles d'apparaître sur tout ou partie de la surface initiale. Un tel répertoire peut apporter une aide appréciable lors du dépouillement de cas réels, en établissant des repères qui facilitent l'interprétation physique des franges d'interférence observées.

9. Développements

Dans la perspective d'un emploi plus large de cette méthode, on peut imaginer plusieurs directions de recherche portant notamment sur l'application de techniques destinées à améliorer la sensibilité et la précision ou encore sur la mise en œuvre de dispositifs pratiques d'exécution des essais.

Dans ce dernier domaine, nous mentionnerons en passant qu'une étude sur l'interprétation des franges d'interférence résultant de l'utilisation d'une trame localement parallèle au plan tangent de la surface initiale est actuellement en cours d'étude à notre laboratoire.

10. Conclusions

Au terme de ce bref exposé, nous espérons avoir mis en évidence plusieurs avantages propres à la méthode du moiré d'ombre, notamment une grande souplesse d'emploi, ainsi que l'absence de tout contact entre le dispositif d'enregistrement et le modèle étudié.

Bibliographie

OUVRAGES REÇUS

- **Mémoires,** 33-1 et 33-II 1973 de l'Association internationale des Ponts et Charpentes publiés par le Secrétariat général à Zurich.
- **Relations juridiques des utilisateurs avec leur logement,** par J.-D. Schlaepfer en collaboration avec M. Schwartz et C. Auroi. Bulletin « La Construction de logements » 25 f de la Commission de recherche pour la construction de logements et du Délégué à la construction de logements. Office central fédéral des imprimés et du matériel, 3000 Berne et Centre suisse d'études pour la rationalisation du bâtiment, Sumatrastrasse 15, 8006 Zurich.
- Bulletin annuel de statistiques de l'énergie électrique pour l'Europe. Nations Unies, Secrétariat de la Commission économique pour l'Europe, Genève. Prix : \$ 5.—.
- La résistance des structures et leur déformabilité ultime sous l'action de charges définies, répétées ou périodiquement variables. Symposium de l'Association internationale des Ponts et Charpentes (AIPC), Lisbonne, 1973. Rapport préliminaire.
- **Dimensionnement et sécurité des pièces comprimées** en béton armé. Symposium de l'AIPC, Québec, 1974. Rapport préliminaire.

Comme toutes les méthodes de moiré, la technique présentée ici est exempte d'inertie ou de dérive et cette propriété peut se révéler particulièrement intéressante lors de l'analyse de déformations variables au cours du temps.

Souhaitons en terminant que le présent travail et les études en cours permettent d'offrir un outil d'un grand intérêt à toute personne confrontée aux problèmes divers et multiples de l'analyse des contraintes.

Remerciements: Au terme de cette étude, nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à M. J.-P. Bruand, ingénieur, pour sa collaboration dans la mise au point du dispositif expérimental ainsi qu'à M. B. Gardel, dessinateur, pour l'exécution des figures. Notre reconnaissance va également à M^{me} U. Däppen pour la préparation du manuscrit.

BIBLIOGRAPHIE

- DANTU: Utilisation des réseaux pour l'étude des déformations. Publication nº 57-6 du Laboratoire central des Ponts et Chaussées, mars 1957.
- [2] PIRODDA: « Principi et applicazioni di un metodo fotogrammetrico basato sull'impiego del moiré », *Ingegneria* 1969 (12), p. 913-923.
- [3] DYKES: « Analysis of displacement in large plates by the grid-shadow moiré technique », *Experimental Stress Analysis and its Influence on Design*, Proceedings of the Fourth International Conference of Experimental Stress Analysis, Cambridge, 1970, edited by M. L. Meyer.

Adresse des auteurs :

Jean-Pierre Collet, ingénieur civil c/o Bureau d'ingénieur J. Bongard Rue du Bozet 3, 1700 Fribourg Joseph Marasco, physicien, et Léopold Pflug, ingénieur, prof. à l'EPFL Laboratoire d'analyse des contraintes de l'EPFL avenue Mon Loisir, 1006 Lausanne

- **Trois contributions sur la sécurité des structures.** Rapport de l'AIPC, vol. 18, 1974.
- Publications de l'Institut Otto-Graf de l'Université de Stuttgart, 1973 :
 - Nº 58: Untersuchung über
 - die Diffusion von Wasser in Polymeren ;
 - den maximal zulässigen Wasserdampfstand von Fassadenanstrichen;

 - Witterungseinfluss auf die Schwerentflammbarkeit imprägnierter Schwergewebe.
 - Nº 59: Bestimmung von Spannungsumlagerungen in ebenen Kontaktproblemen mit Hilfe eines hierfür entwickelten spannungsoptischen Verfahrens.
 - Nº 60: Bestimmung der Stoffkonstanten eines stark flexibilisierten isotropen, inkompressiblen, viskoelastischen Kunststoffes bei besonderer Berücksichtigung endlich grosser Verformungen.
 - Nº 61: Aufheiz- und Abkühlvorgänge in Platten.
 - Nº 62: Bericht über Versuche mit Schweissverbindungen an Rippen-Torstahl, BSt 42/50 RK.

Information + GF + : L'usinage par enlèvement de copeaux d'acier moulé. Schaffhouse, janvier 1973.

Kindergerechte Wohnungen für Familien, par *Baumann R*. *et Zinn*, *H*. Ed. du Délégué du Conseil fédéral à la construction de logements nº 23 d.