Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 101 (1975)
Heft: 1

Artikel: Planification et gestion optimale des réseaux d'énergie électrique
Autor: Germond, A. / Püttgen, H.B.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-72536

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Planification et gestion optimale des réseaux d'énergie électrique

par A. GERMOND et H. B. PÜTTGEN, Lausanne

1. Echelonnement temporel des décisions

Toute entreprise électrique a pour mission technique la couverture de la charge de son réseau avec un minimum de défaillances, avec une qualité acceptable de l'énergie livrée (tension, fréquence) et avec un coût aussi faible que possible. Cette mission doit être menée à bien à chaque instant présent et futur sous les contraintes de la sécurité, de la qualité et du coût. Afin de réussir cette mission, un certain nombre de décisions doivent être prises et leur échelonnement temporel va de la seconde à une dizaine d'années. Les considérations relatives à la sécurité d'exploitation seront traitées dans la cinquième partie du cours.

1.1 *Echelle de la seconde*

A l'échelle de la seconde l'équilibre instantané doit être assuré entre la production et la consommation. Cet équilibre est assuré d'abord par le réglage primaire qui est un réglage de vitesse, puis par le réglage secondaire qui fait intervenir les puissances échangées avec les réseaux voisins dans les lois de réglage.

Afin de leur assurer une rapidité suffisante, les réglages primaires et secondaires sont entièrement automatisés et ne font intervenir aucun critère économique dans leurs fonctions de transfert, c'est la raison pour laquelle ils ne seront pas étudiés dans cette partie du cours.

1.2 *Echelle de la minute*

Dans un réseau d'énergie électrique il y a plusieurs nœuds consommateurs reliés, à travers le réseau, à plusieurs nœuds producteurs dont le coût d'exploitation est souvent très différent de l'un à l'autre. Il est donc important de savoir comment répartir la charge entre les groupes en service de manière à couvrir la demande avec un coût minimum. On doit donc introduire un réglage des puissances injectées qui tienne compte de critères économiques (prix du carburant, pertes). C'est le réglage dit tertiaire ou dispatching économique qui est plus lent que les réglages primaires et secondaires, de manière à d'abord assurer la couverture de la charge avant de chercher la minimisation du coût entraîné par cette couverture.

1.3 *Echelle de la journée et de la semaine*

Le réglage tertiaire assure une certaine répartition des puissances entre les groupes en service de manière à minimiser le coût de fonctionnement de l'ensemble de la production à un moment donné ; il s'agit donc d'une optimisation statique qui est reprise à intervalles réguliers (quelques minutes).

Pour pouvoir effectuer le réglage tertiaire, il faut connaître d'une part la production hydraulique pendant tel jour ou telle semaine, de manière à en déduire la part que doit prendre le thermique, et d'autre part quels sont les groupes thermiques qui fonctionnent. A l'échelle de la journée et de la semaine, il s'agit donc de mettre sur pied un programme de gestion de chaque centrale hydraulique et de déterminer quels sont les groupes thermiques qui doivent fonctionner de manière à ce que l'exploitation de l'ensemble hydro-thermique soit optimale du point de vue économique sur la période considérée.

Le but de la gestion journalière et hebdomadaire des productions hydrauliques est de fournir un programme précis au réglage tertiaire qui répartira alors les productions hydro-thermiques de manière à respecter le programme hydraulique qui lui est imposé et de manière à minimiser la fonction représentant le coût d'exploitation de l'ensemble du réseau.

1.4 *Echelle de l'année*

L'année est la période naturelle tant pour les fluctuations de la consommation que pour celles des apports hydrauliques. Le problème global de la planification optimale de la production doit donc être posé comme étant la recherche d'une politique annuelle de gestion de chaque centrale hydraulique et thermique, de manière à rendre minimum la fonction représentant le coût d'exploitation de l'ensemble du réseau sur l'année considérée, compte tenu d'un certain nombre de données telles que la prévision annuelle des apports hydrauliques, la prévision annuelle de la consommation, la capacité de stockage des barrages, la puissance des centrales disponibles, le coût d'exploitation des centrales disponibles, les contrats d'échange avec les réseaux voisins, entre autres.

La difficulté du problème ainsi posé réside dans le fait que la prévision annuelle des apports hydrauliques et la prévision annuelle des consommations se basent sur des variables aléatoires. On se trouve donc en face d'un problème de planification en avenir incertain.

1.5 *Echelle de quelques années*

Les décisions qui se prennent pour des périodes inférieures ou égales à une année ont toutes pour but de rendre optimal le fonctionnement d'un réseau donné. Il est cependant primordial de s'assurer que le réseau lui-même est et sera sain au point de vue structure et injections. Or, vu les délais qu'entraîne la construction d'ouvrages tels qu'une ligne, qu'un poste de transformation ou de couplage ou qu'une centrale, toute décision doit être prise plusieurs années à l'avance de manière à ce que l'ouvrage en question soit disponible au moment où sa présence sera indispensable pour la bonne marche du réseau.

On est ici en présence d'un problème de planification à long terme où les contraintes économiques, écologiques et politiques jouent un rôle au moins égal à celui des contraintes techniques [9] [1].

[1] Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

Dans ce genre de problème, les méthodes de calcul ne sont plus là pour tenter de synthétiser une solution, comme dans le cas du dispatching économique par exemple, mais pour analyser selon des critères technico-économiques des solutions de synthèse qui leur sont soumises.

2. Planification de l'extension d'un réseau d'énergie électrique

Vu la complexité croissante des réseaux et vu le nombre de paramètres entrant en ligne de compte, le besoin d'une planification rigoureuse se basant sur différents stades d'analyse est devenu urgent ces dernières années. On ne dispose pas d'une méthode de synthèse d'un réseau optimal, compte tenu de certaines contraintes, mais on dispose par contre de toute une série de méthodes d'analyse qui permettent d'évaluer la faisabilité de tel ou tel projet, ces méthodes étant des « aides de prise de décision ». Afin d'expliciter les différentes étapes d'analyse on peut prendre comme exemple le projet d'implantation d'une nouvelle centrale. Une méthode d'évaluation peut se concevoir de la manière suivante :

Dans le cas de l'implantation d'une nouvelle centrale, la première donnée dont on doit disposer est la puissance que devra fournir la nouvelle unité. Cette puissance sera déterminée à l'aide d'un modèle de prévision de la charge. Ce modèle tiendra compte de paramètres tels que l'accroissement démographique de la région, de la tendance actuelle de l'évolution de la charge, des plans de développement économique de la région, entre autres. Ce modèle fournira également une estimation de la probabilité que tel ou tel événement survienne dans un certain nombre d'années. Une fois la puissance de la nouvelle unité connue, il faut déterminer quel en sera le type et où elle peut être implantée. A ce stade, on introduira surtout des contraintes écologiques et géographiques. Il en résultera un certain nombre de propositions qui seront du genre : tel site, tel type.

Chacune des propositions sera alors examinée au point de vue technique de manière à évaluer quelles seront les installations nouvelles nécessaires pour acheminer dans de bonnes conditions l'énergie produite vers les centres de consommation. Cette étape de l'analyse sera menée à bien à l'aide d'un certain nombre de programmes de calcul tels que : constantes de ligne, load-flow, courants de court-circuit, stabilité dynamique.

Enfin, l'évolution économique de chaque projet sera faite à l'aide de méthodes telles que le « cash flow », la « pay back period », ou encore la « return of investment ».

A ce stade, chaque projet peut être évalué sur des données d'analyses profondes. Précisons que ce cheminement peut être repris plusieurs fois avant qu'une solution satisfaisante ne soit trouvée.

Chaque entreprise a sa propre méthode pour évaluer ses projets, mais toutes passent par les différents stades énoncés plus haut. En effet, toutes les entreprises électriques cherchent à mettre sur pied un plan directeur de leur réseau pour les dix à quinze ans suivants, aussi précis et détaillé que possible, de manière à pouvoir entreprendre les extensions nécessaires au bon moment.

Une fois la réalisation de tel ou tel projet et sa date d'achèvement décidées, il est primordial de bien planifier sa réalisation de manière à ce que la date de mise en service soit respectée et à ce que les devis soient respectés. On peut alors avoir recours, pour de très gros projets, à des techniques telles que le PERT ou la « critical path method ».

3. Gestion optimale des productions

3.1 *Enoncé du problème*

Il s'agit de déterminer une politique annuelle de gestion de chaque centrale à disposition dans le réseau de manière à rendre minimum la fonction représentant le coût de fonctionnement entraîné par la couverture de la charge sur l'année considérée.

3.2 *Méthodes de résolution*

Le problème est difficile, car sur une période annuelle il est en « avenir incertain » vu que tant la prévision annuelle des apports hydrauliques que la prévision annuelle de la consommation se basent sur des variables aléatoires. On peut ici concevoir plusieurs méthodes de résolution. Nous exposerons ici celle qui consiste à diviser le problème global en une série d'optimisations hiérarchiques. Une méthode semblable a été proposée par MM. Rees et Larson [7].

L'optimisation du niveau le plus élevé sera l'optimisation mensuelle obtenue en divisant l'année en douze périodes. Les résultats seront fournis à l'échelon suivant permettant d'obtenir une optimisation hebdomadaire puis journalière. Enfin, le dernier échelon sera le dispatching économique qui tiendra compte des résultats des deux échelons supérieurs.

Cette méthode permet de cerner le problème en ce sens qu'il le décompose en intervalles de temps de plus en plus courts pendant lesquels l'avenir devient de plus en plus « certain ».

3.3 *Catégories des points de fourniture à disposition*

3.3.1 *Centrales hydrauliques au fil de l'eau*

Ces centrales sont caractérisées par le fait que leur exploitation optimale est assurée du moment que l'eau à disposition est turbinée. Elles ne font donc pas partie des centrales participant au réglage économique de la production. Toutefois, les programmes de gestion des autres centrales devront être conçus de telle manière que les centrales au fil de l'eau puissent évacuer toute leur énergie, donc de manière à ce qu'elles ne déversent pas.

3.3.2 *Centrales hydrauliques à accumulation*

Ces centrales sont caractérisées par une capacité de stockage de l'eau et par une courbe liant la puissance électrique fournie au débit et à la hauteur de chute. La « période » de ces centrales peut être très variable selon les cas : annuelle, mensuelle, hebdomadaire, journalière. C'est par une bonne gestion de chacune d'entre elles qu'un fonctionnement économique optimal sur l'année peut être assuré.

Les centrales hydrauliques à accumulation ont également pour tâche, vu leur facilité et leur rapidité de réglage, de tenir un rôle primordial dans les réglages primaires et secondaires.

3.3.3 *Centrales thermiques et nucléaires*

Ces centrales sont caractérisées par un rendement en fonction de la puissance produite ou, ce qui revient au même, un coût de production horaire en fonction de la puissance produite. Une courbe très importante est le coût de production marginal (dérivée du coût de production horaire par rapport à la puissance) en fonction de la puissance fournie (fig. 1) [1].

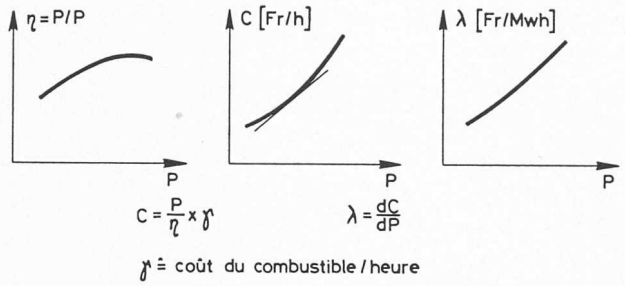

Fig. 1. — Rendement, coût de production horaire et coût marginal en fonction de la puissance produite par une centrale thermique.

3.3.4 *Centrales de pompage-turbinage*

Ces centrales sont caractérisées par le fait qu'elles turbinent l'eau stockée quand l'énergie est chère et qu'elles repompent l'eau, pour reconstituer le stock, quand l'énergie est bon marché. Une hypothèse sera faite en ce sens que l'on supposera qu'aucune différence de niveau n'existera d'un mois à un autre ; ceci permet de ne pas les introduire comme variable d'état dans l'optimisation mensuelle.

3.3.5 *Les points d'interconnection avec d'autres réseaux*

Les points d'interconnection sont caractérisés par un contrat liant deux compagnies quant à la vente et à l'achat d'énergie électrique.

3.4 *Optimisation mensuelle*

L'objectif est d'allouer des tranches mensuelles de puissance à chaque point de fourniture de manière à rendre minimum le coût de l'ensemble sur une année. Une méthode pour résoudre le problème est la programmation dynamique.

La programmation dynamique consiste à diviser la période sur laquelle un optimum doit être trouvé en un certain nombre d'intervalles plus courts. A l'intérieur de ces intervalles, on choisit chaque fois un certain nombre, fixe, de politiques de gestion possibles. Pour chacune de ces politiques, on évalue un coût associé. Ainsi nous aurons une fois l'algorithme achevé toute une série de trajectoires dont le coût associé sera la somme des coûts associés à chaque arc composant les différentes trajectoires. La solution retenue sera celle dont la trajectoire a le coût associé le plus faible. Afin d'expliciter la méthode, donnons un exemple pour un barrage hydraulique qui serait le seul barrage à accumulation du réseau. L'intervalle annuel est divisé en douze mois ; on connaît l'état du stock en début de l'année et l'on suppose que l'on veuille retrouver cet état à la fin de l'année (sinon cela revient à léser une année par rapport à l'autre ou, au contraire, de faire des réserves de période plus longue que l'année) ; ceci revient à dire que le bassin sera à 95 % de remplissage le 1er septembre, par exemple. On connaît les niveaux maximum et minimum du bassin. Supposons enfin que toutes les autres productions soient de nature thermique ou des points d'interconnection dont on connaît les coûts d'exploitation, respectivement les contrats.

Une donnée du problème est la prévision annuelle des apports hydrauliques et de la consommation. L'évolution du niveau du barrage tient compte des apports, de la quantité turbinée et des pertes par infiltration et par évaporation. Les différences de rendement selon le niveau peuvent aussi être introduites.

3.4.1 *Détermination des coûts associés à chaque période*

Pour chaque période mensuelle, il faut déterminer quel est le coût associé à la gestion proposée. Le coût est constitué par la part que prennent les centrales thermiques et les points d'interconnection à la couverture de la charge. Ce coût est déterminé à l'aide de la méthode dite du réseau ponctuel. Cette méthode se base sur l'hypothèse suivante : le réseau est sans pertes (fig. 2).

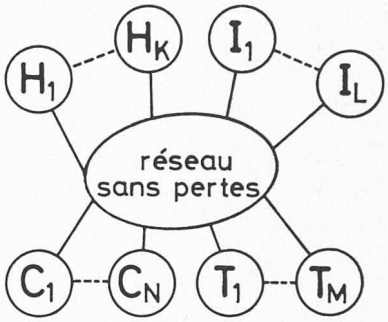

Fig. 2. — Réseau sans pertes, consommateurs et producteurs.
$C_1 \cdots C_N$ N consommateurs
$H_1 \cdots H_K$ K centrales hydrauliques
$I_1 \cdots I_L$ L points d'interconnexion
$T_1 \cdots T_M$ M centrales thermiques

Par conséquent, pour déterminer la répartition optimale entre les différentes « sources » non hydrauliques, il suffit de prendre d'abord celles qui ont le coût d'exploitation le plus faible, puis d'ajouter les suivantes par ordre croissant des coûts, jusqu'à la couverture de la charge qui a été attribuée aux « sources » non hydrauliques.

Donc, dans le cas de la programmation dynamique, on procède de la manière suivante :

Etant donné un niveau initial du barrage au début du mois J, on choisit une politique P (par exemple l'ouverture de la vanne). On peut alors calculer quelle sera la puissance fournie par l'ouvrage hydraulique en question, ainsi que le niveau du barrage à la fin du mois J, compte tenu des apports, des pertes, du turbinage et du niveau initial. Une fois l'énergie hydraulique totale fournie connue, on peut déterminer la part que doit prendre le thermique par simple soustraction avec la consommation totale. Le coût de cette énergie thermique est alors évalué par la méthode du réseau ponctuel et associé à la politique P (ici ouverture de la vanne) pour le mois J.

Cet algorithme est repris pour toutes les politiques possibles pour le mois J et ainsi chaque arc P du mois J se voit associer un coût. Enfin, on reprend la méthode pour les douze mois à considérer.

3.4.2 *Exemple de trajectoire optimale*

Dans cet exemple, on supposera que seules deux politiques sont possibles : ouverture et fermeture totales de la vanne de turbinage (fig. 3).

— Dans cette figure, seules deux politiques peuvent exister au cours d'un mois et elles sont maintenues au cours de tout le mois en question.

— Le coût associé à chaque politique, pour chaque mois, est déterminé par la méthode indiquée plus haut, le résultat est indiqué sur chaque arc représentant une politique pour chaque mois. On peut remarquer que le coût de la fermeture est identique au cours d'un même mois, indépendamment de la hauteur du bassin, donc

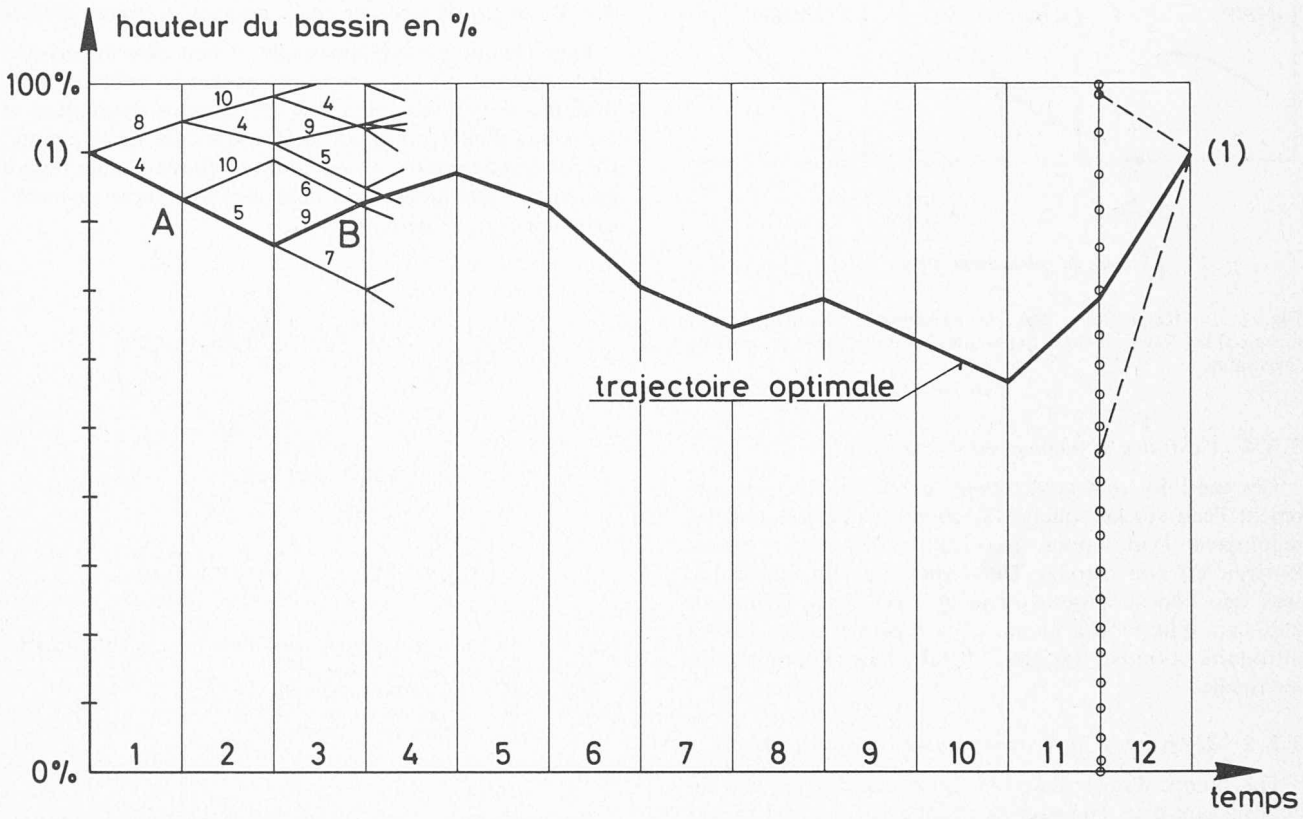

Fig. 3. — Exemple de trajectoire optimale.

de la gestion précédente. Par contre, le coût de l'ouverture est d'autant plus faible que la hauteur du bassin est grande (hauteur de chute plus grande, donc puissance électrique fournie plus grande, donc apport extérieur plus faible).

— Les arcs représentant une même politique au cours d'un même mois, mais à une hauteur différente, ne sont généralement pas parallèles, vu que les pertes par évaporation et par infiltration du bassin diffèrent d'un niveau à un autre.

— Les hauteurs initiale et finale (1) sont identiques.

— A la fin du onzième mois, on dispose de toute une série d'états donnés par les différentes trajectoires. Les gestions du douzième mois seront représentées par les arcs joignant ces états à l'objectif final. Un certain nombre de ces gestions seront impossibles à exécuter vu qu'elles entraîneraient, soit un turbinage au-dessus des possibilités de la centrale, soit un stockage au-dessus des apports prévus. De cette manière, on élimine un certain nombre de trajectoires.

— La trajectoire finale sera celle qui aura le coût associé total le plus faible. Le coût associé total est la somme des coûts associés à chaque arc composant la trajectoire en question.

3.4.3 *Généralisation de la méthode. Principe d'optimalité* [10]

Pour une application réelle, on ne choisit pas que 2 politiques possibles mais 3 (ouvert, ½, fermé), voir 5 (ouvert, ¾, ½, ¼, fermé). Ceci augmente très sensiblement le nombre d'arcs différents, que l'on peut trouver sur une période de 12 mois. Le nombre d'arcs est légèrement inférieur à P^{11}, ce qui fait environ 2000 trajectoires pour $P = 2$, 177 000 pour $P = 3$ et 48 000 000 pour $P = 5$. Ces deux derniers nombres sont évidemment énormes et rendent les calculs très lourds. Toutefois, la propriété suivante permet de réduire très sensiblement le nombre de trajectoires : « Toute partie d'une trajectoire optimale est elle-même une trajectoire optimale entre les deux points extrêmes qu'elle lie. » C'est le *principe d'optimalité*. Donnons un exemple : (fig. 3).

Pour joindre les deux états A et B du bassin, on a deux trajectoires dont le coût associé est de 14 respectivement 15. Vu le principe d'optimalité, on peut dire que si la trajectoire optimale passe par A et B, alors elle empruntera, entre A et B, la trajectoire ayant un coût associé de 14 et non celle ayant un coût associé de 15. Donc, pour la suite on peut éliminer la trajectoire ayant le coût valant 15 pour ne garder que l'autre entre les points A et B.

Ce raisonnement des trajectoires sous-optimales peut être repris chaque fois que deux trajectoires se coupent.

Dans une application réelle, il y aura généralement plusieurs centrales hydrauliques. On devra alors déterminer la trajectoire optimale pour chacune d'entre elles selon la méthode décrite plus haut, en tenant compte de l'ensemble des liaisons hydrauliques et électriques entre centrales.

Le nombre total T de trajectoires est :

$$T = P^{(N-1)\,n}$$

P = nombre de politiques

N = nombre d'intervalles

n = nombre de bassins

Donc pour 4 bassins à optimaliser sur 12 mois avec 3 politiques possibles on aurait, sans tenir compte du principe des sous-optimales,

$$3^{33} \simeq 6 \cdot 10^{15} \text{ trajectoires}$$

Il est donc exclu de comparer ces trajectoires sans faire usage du principe d'optimalité.

3.4.4 *Conclusions sur l'optimalisation mensuelle*

La méthode de programmation dynamique permet de traiter le problème dans son ensemble avec une précision suffisante. Elle est lourde de par le nombre de calculs élémentaires auxquels elle aboutit, mais au point de vue traitement numérique, cela n'est pas très gênant pour autant que la capacité de mémoire de l'ordinateur soit suffisante.

Les résultats de l'optimisation mensuelle seront fournis à l'échelon inférieur, qu'est l'optimisation hebdomadaire et journalière, sous la forme d'une trajectoire mensuelle de gestion de chaque centrale qui est telle qu'elle rende optimum l'exploitation de la dite centrale sur l'ensemble de l'année.

4. Optimisation hebdomadaire et journalière

Par la méthode de la programmation dynamique, ou par toute autre méthode, on obtient une politique de gestion mensuelle pour chaque nœud producteur. L'ensemble de ces politiques est tel que le coût représentant la couverture de la charge est minimum sur l'année considérée. Cependant, ces courbes de gestion ne sont que des prévisions basées sur des données aléatoires. Le stade suivant de l'optimisation consistera en une optimisation plus fine, sur une période d'un mois, divisée en semaines et en jours.

La méthode de la programmation dynamique peut être reprise pour l'optimisation hebdomadaire et journalière. On procédera d'une manière identique à ce que nous avons vu, chapitre 3. Il convient cependant de faire un certain nombre de remarques :

1° Les points initiaux et finaux pour chaque mois et pour chaque barrage sont connus, ils sont imposés par l'optimisation mensuelle.

2° Les prévisions des apports hydrauliques et de la consommation sont connues avec une assez bonne précision sur une durée journalière ou même hebdomadaire.

3° Il faut ici tenir compte de la périodicité des bassins hebdomadaires et journaliers. Ceci est relativement simple en ce sens que l'on introduit certaines contraintes supplémentaires sur les trajectoires de ces bassins.

4° Les centrales de pompage-turbinage doivent ici être introduites, vu que leur périodicité est soit journalière soit hebdomadaire. Elles seront traitées comme les autres centrales, sauf que le nombre de politiques possibles est évidemment plus grand que pour une centrale de turbinage classique.

5° Les problèmes de démarrage-arrêt de centrales thermiques doivent être traités à ce niveau. La méthode consiste également à essayer des politiques et à évaluer leur coût associé, afin de choisir une trajectoire optimale.

Le stade de l'optimisation journalière terminé, on disposera d'un certain nombre de données pour le lendemain, qui seront fournies au dispatching économique, à savoir :

1° Les groupes thermiques qui devront fonctionner.

2° Un programme d'échange d'énergie avec les réseaux voisins.

3° Un programme de gestion pour chaque barrage hydraulique.

4° Une courbe de la consommation.

Le dispatching économique règle alors, à intervalles réguliers, les centrales thermiques de manière à ce que la charge soit couverte à un coût minimum à tout instant.

5. Répartition instantanée optimale des productions (dispatching économique)

L'emplacement des centrales et des charges, ainsi que les liaisons d'un réseau étant connues pour la tranche horaire suivante, le problème consiste à déterminer à un instant donné la répartition des productions (puissances actives et réactives) entre ces centrales, de façon à satisfaire des consommations données en minimisant une fonction traduisant le coût de production total.

Cette répartition et ce coût peuvent inclure les puissances réactives ou se limiter aux seules puissances actives.

Par ailleurs, pour être réaliste, il faut tenir compte de certaines contraintes d'inégalité traduisant des limitations physiques ou contractuelles.

On désigne souvent ce problème sous le nom de « dispatching économique ».

5.1 *Coût de production*

Le coût de mise en marche des unités aura été pris en compte au préalable dans une étude de gestion optimum des réservoirs, fournissant également le plan de fonctionnement journalier des centrales hydrauliques à accumulation, ou leur coût marginal équivalent.

Dès lors on dispose d'une part de centrales dont la production de puissance active est imposée, d'autre part de centrales caractérisées par un coût horaire de production dépendant de leur régime.

Si les caractéristiques d'une unité i sont connues, on peut en déduire son coût horaire

$$C_i = f(P_i, Q_i, U_i)$$

et pour le coût de production total :

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i (P_i, Q_i, U_i) .$$

5.2 *Variables*

Les variables indépendantes permettant d'agir sur ce coût sont les puissances actives et réactives produites, pour autant que leur valeur ne soit pas imposée, ainsi que certaines tensions, et la position des gradins des transformateurs, lorsqu'on tient compte de l'influence de la circulation des puissances réactives sur les pertes, c'est-à-dire lorsqu'on optimise la production des puissances actives et réactives.

Les autres variables sont des inconnues, liées aux variables indépendantes ou imposées par des contraintes d'égalité.

5.3 *Contraintes*

5.3.1 *Contraintes d'égalité*

Ce sont les équations liant les puissances actives et réactives produites et consommées aux tensions, angles et positions des gradins (équations du load-flow), ainsi que, bien entendu, les consommations imposées et éventuellement d'autres variables imposées (puissances actives, réactives, tensions) ou des contraintes d'échanges horaires contractuels.

5.3.2 *Contraintes d'inégalité*

Les limites physiques des générateurs et les limites de stabilité statique nous contraignent à imposer des bornes aux puissances actives et réactives produites P_i, Q_i

$$P_i \min \leqq P_i \leqq P_i \max$$
$$Q_i \min \leqq Q_i \leqq Q_i \max$$
ou
$$P_{si} \min \leqq \sqrt{P_i^2 + Q_i^2} \leqq P_{si} \max$$

De même, les tensions et les gradins des transformateurs (considérés dans ce problème comme une variable continue) sont sujets à des limites

$$U_i \min \leqq U_i \leqq U_i \max$$
$$n_i \min \leqq n_i \leqq n_i \max$$

n_i représentant la position du gradin du transformateur i. Remarquons qu'il serait possible d'imposer d'une autre façon des limitations aux tensions, en incluant dans la fonction coût une pénalité tenant compte des tensions dépassant leurs bornes.

5.4 *Optimisation sans contraintes d'inégalité*

Le problème consiste à trouver un minimum de la fonction scalaire :

$$C(P, Q, U)$$

avec la contrainte vectorielle : (les 2 N équations du load-flow)

$$[g(P, Q, U, \Theta, n)] = 0 .$$

Les variables doivent être subdivisées en deux catégories : les variables indépendantes (u) et les inconnues (x) (en nombre égal au nombre de contraintes d'égalité). Il s'agit alors de trouver (u) tel que

$$C(x, u) \text{ minimum}$$
avec
$$(g(x, u)) = 0$$

Pour que le problème ait un sens, le nombre de variables indépendantes doit être supérieur ou égal à 1.

Une méthode pour résoudre un tel problème est celle des multiplicateurs de Lagrange :

Les conditions *nécessaires* pour un extrêmum sont obtenues en construisant la fonction

$$\Phi(x, u) = C(x, u) + (\lambda)_t \cdot (g(x, u))$$

et en annulant ses dérivées partielles :

$$(1) \qquad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) = \left(\frac{\partial C}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_t \cdot (\lambda) = 0$$

$$(2) \qquad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial u}\right) = \left(\frac{\partial C}{\partial u}\right) + \left(\frac{\partial g}{\partial u}\right)_t \cdot (\lambda) = 0$$

$$(3) \qquad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\right) = (g(x, u)) = 0$$

Soit un système d'équations algébriques, en général non linéaires. Les éléments du vecteur (λ) sont appelés multiplicateurs de Lagrange. On peut leur attribuer une signification économique.

La dernière équation matricielle est celle du load-flow (bilan des puissances actives et réactives).

Quant à la matrice $\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_t$, ce n'est rien d'autre que la matrice Jacobienne du load-flow, transposée.

Une méthode de programmation non linéaire peut être utilisée pour résoudre ce problème.

5.4.1 *Méthode du gradient réduit* (méthode de la plus grande pente)

Une telle méthode est utilisée dans un programme opérationnel [5].

On donne arbitrairement des valeurs aux variables indépendantes (u) et on résout le problème du load-flow, qui fournira (x) tel que l'équation (3) soit satisfaite.

On tire de (1) le vecteur $(\lambda) = -\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_t^{-1} \cdot \left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)$

on calcule

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial u}\right) = \left(\frac{\partial C}{\partial u}\right) + \left(\frac{\partial g}{\partial u}\right)_t \cdot (\lambda) = \left(\frac{\partial C}{\partial u}\right) - \left(\frac{\partial g}{\partial u}\right)_t \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_t^{-1} \left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)$$

or
$$dC = \left(\frac{\partial C}{\partial u}\right)_t \cdot (du) + \left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)_t \cdot (dx)$$

et si (x) et (u) satisfont un load-flow (non optimum), $(g(x, u)) = 0$, donc

$$\left(\frac{\partial g}{dx}\right) \cdot (dx) + \left(\frac{\partial g}{du}\right)(du) = 0$$

et par conséquent

$$dC = \left(\frac{\partial C}{\partial u}\right)_t (du) - \left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)_t \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^{-1} \left(\frac{\partial g}{du}\right)(du)$$

donc

$$dC = \left[\left(\frac{\partial C}{\partial u}\right)_t - \left(\frac{\partial C}{\partial x}\right)_t \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^{=1} \left(\frac{\partial g}{\partial u}\right)\right](du) .$$

Or par définition du gradient (∇C), $dC = (\nabla C)_t (du)$, on constate donc que le gradient (∇C) est égal à $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial u}\right)$ lorsque les équations (1) et (3) sont satisfaites.

Géométriquement, ce gradient est perpendiculaire à la surface $C(u, x) =$ cte, et dirigé vers C croissant.

L'algorithme du gradient réduit consiste à diminuer le vecteur (u) des variables indépendantes d'une quantité $\alpha(\nabla C)$ puisqu'on désire atteindre le coût minimum, et à reprendre cette suite d'opérations (load-flow, calcul de (λ), calcul du gradient) jusqu'au moment où C atteint un minimum, auquel cas (∇C) sera nul.

5.5 *Problème avec contraintes d'inégalités*

Si les contraintes portent sur les variables indépendantes, on ne rencontre aucune difficulté avec cet algorithme. Il suffit de maintenir à chaque itération les variables entre leurs bornes. Ce cas se présente lorsqu'on impose des limites de tension en un nœud où P et U sont des variables indépendantes.

Le théorème de Kuhn-Tucker fournit les conditions nécessaires pour l'optimum. Par contre, les contraintes portant sur des inconnues présentent une difficulté, qu'il est possible de surmonter par exemple en remplaçant dans ce cas une contrainte d'inégalité par une pénalité ajoutée à la fonction coût.

Ce cas se présente lorsqu'on impose des limites de tensions en un nœud où P et Q sont des variables indépendantes.

5.6 *Exemple* (sans contrainte d'inégalité)

Considérons l'exemple suivant : (Fig. 4)

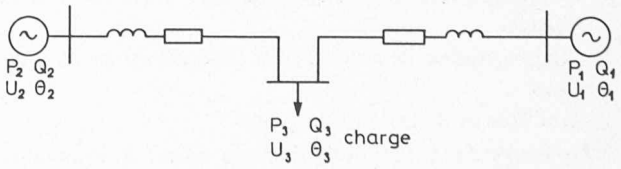

Fig. 4. — Exemple de réseau. Optimisation des productions P_1 et P_2.

Admettons que le coût dépend seulement de la puissance active produite :

$$C = C_1(P_1) + C_2(P_2)$$

et posons les contraintes qui sont les expressions des puissances actives et réactives *produites* en chaque accès en fonction des tensions et des angles :

$$g_1 = P_1 - R_e \left\{ \underline{Y}_{A11} U_1^2 + \underline{Y}_{A13} (U_1 U_3 \cos(\Theta_3 - \Theta_1) + \right.$$
$$\left. + jU_1 U_3 \sin(\Theta_3 - \Theta_1)) \right\} = 0$$

$$h_1 = Q_1 + I_m \left\{ \underline{Y}_{A11} U_1^2 + \underline{Y}_{A13} (U_1 U_3 \cos(\theta_3 - \theta_1) + \right.$$
$$\left. + jU_1 U_3 \sin(\theta_3 - \theta_1)) \right\} = 0$$

soit
$$g_1(P_1, U_1, U_3, \theta_1, \theta_3) = 0$$
$$h_1(Q_1, U_1, U_3, \theta_1, \theta_3) = 0$$
$$g_2(P_2, U_2, U_3, \theta_2, \theta_3) = 0$$
$$h_2(Q_2, U_2, U_3, \theta_2, \theta_3) = 0$$
$$g_3(P_3, U_1, U_2, U_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3) = 0$$
$$h_3(Q_3, U_1, U_2, U_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3) = 0$$

Nous ne considérons pas de contrainte d'inégalité.

Nous définissons comme

données $P_3, Q_3,$ U_1 et θ_1 $(\theta_1 = 0)$

(u) variables indépendantes P_2, Q_2

(x) inconnues $P_1, Q_1, U_2, \theta_2, U_3, \theta_3$

La fonction de Lagrange est :

$$\Phi = C(P_1, P_2) + \lambda_1 g_1 + \lambda_2 g_2 + \lambda_3 g_3 + \lambda_4 h_1 + \lambda_5 h_2 + \lambda_6 h_3$$

et les conditions nécessaires pour l'extremum :

$$0 = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial P_1} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial Q_1} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial U_2} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial U_3} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial C}{\partial P_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial g_2}{\partial U_2} & \frac{\partial g_3}{\partial U_2} & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial U_2} & \frac{\partial h_3}{\partial U_2} \\ 0 & \frac{\partial g_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial g_3}{\partial \theta_2} & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_3}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial g_1}{\partial U_3} & \frac{\partial g_2}{\partial U_3} & \frac{\partial g_3}{\partial U_3} & \frac{\partial h_1}{\partial U_3} & \frac{\partial h_2}{\partial U_3} & \frac{\partial h_3}{\partial U_3} \\ \frac{\partial g_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial g_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial g_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial h_1}{\partial \theta_3} & \frac{\partial h_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial h_3}{\partial \theta_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \\ \lambda_5 \\ \lambda_6 \end{pmatrix}$$

$$0 = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial P_2} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial Q_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial C}{\partial P_2} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_2 \\ \lambda_5 \end{pmatrix}$$

ainsi que
$$g_1 = 0 \qquad h_1 = 0$$
$$g_2 = 0 \qquad h_2 = 0$$
$$g_3 = 0 \qquad h_3 = 0$$

Selon l'algorithme décrit, la marche à suivre pour résoudre ce problème est la suivante :

1. Fixer arbitrairement des valeurs pour P_2 et Q_2 et résoudre le load-flow avec ces données.
2. Déduire λ_1 à λ_6 des six premières équations. Ceci est facile si l'on a résolu le load-flow par la méthode de Newton, car la matrice de ce système linéaire n'est rien d'autre que la matrice Jacobienne du load-flow (transposée).
3. Avec les résultats,

   calculer
   $$\frac{\partial \Phi}{\partial P_2} = \frac{\partial C}{\partial P_2} + \lambda_2$$
   $$\frac{\partial \Phi}{\partial Q_2} = \lambda_5$$

   qui, dans ces conditions, sont identiques aux composantes du gradient (∇C).
4. Modifier P_2 et Q_2 en y ajoutant $-\alpha(\nabla C)$

   α étant déterminé par tâtonnements, et recommencer au point 1.

5.7 *Méthode simplifiée — Coefficients de pertes*

Avant de disposer des moyens de calcul qui permettent aujourd'hui de résoudre rapidement le problème de la répartition optimale d'une façon précise et complète, on a eu recours à une méthode simplifiée.

Dans cette méthode, on se contente de poser comme contrainte d'égalité que les bilans de puissance active, respectivement réactives, sont nuls, soient

$$g = \sum_i P_{gi} - P_v - \sum P_L = 0$$

$$h = \sum_i Q_{gi} - Q_v - \sum Q_L = 0$$

où les pertes P_v et Q_v sont exprimées en fonction des P_i, Q_i, U_i, par des formules approchées, dites des coefficients de pertes. L'indice g correspond aux générateurs et L aux charges.

On prend comme données : $U_1, \theta_1, P_{Li}, Q_{Li}$

comme variables indépendantes : P_{gi}, Q_{gi} (productions, sauf en un nœud)

comme inconnues : P_{g1}, Q_{g1}

et comme coût : $C = \sum C_i(P_{gi})$

et on écrit la fonction de Lagrange,

$$\Phi = \Sigma C_i(P_{gi}) + \lambda_1 (\Sigma P_{gi} - P_v(P, Q, U_1, \theta_1) - \Sigma P_{Li}) +$$
$$+ \lambda_2 (\Sigma Q_{gi} - Q_v(P, Q, U_1, \theta_1) - \Sigma Q_{Li})$$

Les conditions nécessaires sont :

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_{g1}} + \lambda_1 \left(1 - \frac{\partial P_v}{\partial P_{g1}}\right) + \lambda_2 \left(-\frac{\partial Q_v}{\partial P_{g1}}\right) = 0$$

$$0 + \lambda_1 \left(-\frac{\partial P_v}{\partial Q_{g1}}\right) + \lambda_2 \left(1 - \frac{\partial Q_v}{\partial Q_{g1}}\right) = 0$$

pour chaque $i \neq 1$
$$\begin{cases} \frac{\partial C_i}{\partial P_{gi}} + \lambda_1 \left(1 - \frac{\partial P_v}{\partial P_{gi}}\right) + \lambda_2 \left(-\frac{\partial Q_v}{\partial P_{gi}}\right) = 0 \\ 0 + \lambda_1 \left(-\frac{\partial P_v}{\partial Q_{gi}}\right) + \lambda_2 \left(1 - \frac{\partial Q_v}{\partial Q_{gi}}\right) = 0 \end{cases}$$

$$g = \Sigma P_{gi} - P_v(P, Q, U_1, \theta_1) - \Sigma P_{Li} = 0$$

$$h = \Sigma Q_{gi} - Q_v(P, Q, U_1, \theta_1) - \Sigma Q_{Li} = 0$$

Partant d'un choix initial des productions (sauf au nœud n° 1) et de la tension en ce nœud, on détermine, par un calcul de répartition des puissances, éventuellement à la table à calcul à courant continu, la puissance active et réactive au nœud 1, telles que les bilans $g = 0$ et $h = 0$ soient réalisés.

Connaissant la formule des coefficients de pertes, on déduit λ_1 et λ_2 des deux premières équations.

On peut alors calculer le gradient (∇c) et corriger les productions en conséquence.

5.7.1 *Optimisation négligeant les puissances réactives*

Dans ce cas, les puissances réactives sont choisies comme des données et les conditions pour l'optimum sont :

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_{g1}} + \lambda\left(1 - \frac{\partial P_v}{\partial P_{g1}}\right) = 0$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_{gi}} + \lambda\left(1 - \frac{\partial P_v}{\partial P_{gi}}\right) = 0$$

$$\Sigma P_{gi} - P_v(P, Q, U_1, \theta_1) - \Sigma P_{Li} = 0$$

Ce qui signifie qu'à l'optimum, les centrales fonctionnent de telle façon que la quantité :

$$\frac{\dfrac{\partial C_i}{\partial P_{gi}}}{1 - \dfrac{\partial P_v}{\partial P_{gi}}} = -\lambda$$

soit la même pour chacune d'elles. Ceci n'est rien d'autre que leur coût marginal, corrigé par un facteur

$$\frac{1}{\left(1 - \dfrac{\partial P_v}{\partial P_{gi}}\right)}$$

pour tenir compte des pertes.

Quant à λ, il représente, au signe près, un coût marginal global relativement à la consommation.

5.8 *Expression des coefficients de pertes*

Pour appliquer la méthode précédente, il faut disposer de formules donnant P_v et Q_v en fonction des puissances actives et réactives produites et consommées.

On peut, par exemple, le faire de la façon suivante (Elgerd : « Electric energy systems theory », chap. 8.3.3) : soient $\underline{U}_A$ et $\underline{I}_A$ le vecteur des tensions et des courants injectés, $\underline{Z}_A$ la matrice des impédances nodales.

On peut écrire

$$P_v + jQ_v = \Sigma \underline{U}_A \underline{I}_A^* = \underline{U}_{A_t} \cdot \underline{I}_A^* = \underline{I}_{A_t} \cdot \underline{Z}_{A_t} \cdot \underline{I}_A^*$$

En posant $\underline{Z}_A = R_A + jX_A$

et $\underline{I}_A = I_{Ap} + jI_{Aq}$

on obtient $P_v = I_{Ap_t} \cdot R_{A_t} \cdot I_{Ap} + I_{Aq_t} \cdot R_{A_t} \cdot I_{Aq}$

(si la matrice $\underline{Z}_A$ est symétrique, c'est-à-dire s'il n'y a pas de transformateurs déphaseurs).

Or $\underline{I}_{Ai}^* = \dfrac{P_i + jQ_i}{\underline{U}_{Ai}}$ avec $\underline{U}_{Ai} = U_{Ai}(\cos\theta_i + j\sin\theta_i)$

donc $$I_{Ap_i} = \frac{P_i \cos\theta_i + Q_i \sin\theta_i}{U_{Ai}}$$

et $$I_{Aq_i} = \frac{P_i \sin\theta_i - Q_i \cos\theta_i}{U_{Ai}}$$

et finalement

$$P_v = \sum_{i,j} \alpha_{ij}(P_i P_j + Q_i Q_j) + \beta_{ij}(Q_i P_j - P_i Q_j)$$

avec

$$\alpha_{ij} = \frac{r_{Aij}}{U_{Ai}\, U_{Aj}} \cos(\theta_i - \theta_j) \text{ et } \beta_{ij} = \frac{r_{Aij}}{U_{Ai}\, U_{Aj}} \sin(\theta_i - \theta_j)$$

r_{Aij} étant l'élément ij de la partie réelle R_A de la matrice $\underline{Z}_A$.

Comme $\beta_{ji} = \beta_{ij}$, on trouve pour $\dfrac{\partial P_v}{\partial P_i}$:

$$\frac{\partial P_v}{\partial P_i} = 2\sum_j (P_j \alpha_{ij} - Q_j \beta_{ij}) + \sum_{j,k}\left[(P_j P_k + Q_j Q_k)\frac{\partial \alpha_{3k}}{\partial P_i} - (P_j Q_k - Q_j P_k)\frac{\partial \beta_{jk}}{\partial P_i}\right]$$

soit en négligeant la contribution du second terme :

$$\frac{\partial P_v}{\partial P_i} \cong 2\sum_j (P_j \alpha_{ij} - Q_j \beta_{ij})$$

Il est par conséquent possible de calculer approximativement les dérivées partielles des pertes par rapport aux productions, pour une répartition voisine d'une répartition connue pour laquelle on aura calculé les coefficients de pertes α_{ij} et β_{ij}.

Il est possible de développer des formules analogues pour les

$$\frac{\partial P_v}{\partial Q_{gi}}, \quad \frac{\partial Q_v}{\partial P_{gi}} \quad \text{et} \quad \frac{\partial Q_v}{\partial Q_{gi}}$$

En fait, on s'est contenté d'optimiser les puissances actives seules par des méthodes faisant usage de coefficients de pertes jusqu'en 1962 où Carpentier a publié une méthode plus élaborée [2], [3].

BIBLIOGRAPHIE

[1] L. K. KIRCHMAYER : *Economic operation of Power Systems*. John Wiley and Sons, New York, 1958.

[2] J. CARPENTIER : *Contribution à l'étude du dispatching économique*. Bulletin S.F.E., vol. 8, pp. 431-447, août 1962.

[3] G. DAUPHIN, D. FEINGOLD et D. SPOHN : *Méthodes d'optimisation de la production des groupes d'un réseau électrique*. Bull. de la Direction des Etudes et Recherches EdF, N° 1, 1966.

[4] A. CAPREZ et D. CAHA : *Optimized long-range power scheduling for a hydro-reservoir system*. IEEE Power Apparatus and Systems, Feb. 1967.

[5] M. W. DOMMEL et W. F. TINNEY : *Optimal power flow solutions*. IEEE Transactions, PAS 1968, p. 1866, Vol. 87, No. 10, October 1968.

[6] N. V. ARVANITIDIS et J. ROSING : *Optimal operation of Multireservoir Systems using a composite representation*. IEEE Power Apparatus and Systems, Feb. 1970.

[7] F. J. REES et R. E. LARSON : *Computer-aided dispatching and operations planning for an electric utility with multiple types of generation*. IEEE Power Apparatus and Systems, March 1971.

[8] J. TIERCY : *Optimalisation économique de l'exploitation d'un bassin d'accumulation présentant des pertes*. Bulletin ASE N° 20, 1971.

[9] F. C. SCHWEPPE et D. H. MARKS : *Economic-Environmental-Reliability Tradeoffs in electric power system expansion*. Publication 8, February 1973. M.I.T.

[10] O. I. ELGERD : *Control systems theory*. McGraw-Hill, 1967.

[11] U. G. KNIGHT : *Power Systems Engineering and Mathematics*. Pergamon Press, Oxford, 1972.

Adresse des auteurs :
Centre d'Etudes des Réseaux Electriques EPFL
16, chemin de Bellerive
CH-1007 Lausanne (Suisse)

N. B. — Le prochain article de cette série consacrée à l'analyse des réseaux de distribution de l'énergie électrique paraîtra dans le *Bulletin technique de la Suisse romande* du 27 mars 1975.