

# Influence d'une forte armature dissymétrique sur la déformation différée d'une structure précontrainte

Autor(en): **Favre, Renaud / Periši, Života**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Ingénieurs et architectes suisses**

Band (Jahr): **109 (1983)**

Heft 2

PDF erstellt am: **26.06.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-74915>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Influence d'une forte armature dissymétrique sur la déformation différée d'une structure précontrainte

par Renaud Favre, Lausanne et Života Perišić, Belgrade

## 1. Exposé du problème

Il est notoire que le comportement à l'état d'utilisation d'une structure en béton est essentiellement dicté par les sollicitations permanentes ou très fréquentes et non par les sollicitations rares et passagères. Ceci est vrai autant pour un pont que pour une dalle de bâtiment. Prenons à titre d'exemple le nouveau Palais des Expositions à Genève où les dalles ont été judicieusement précontraintes pour éliminer ou «balancer» autant que possible l'effet des charges permanentes, c'est-à-dire pour n'avoir ni moments, ni efforts tranchants, ni déformations dans la dalle à l'état permanent. Les surcharges, généralement très petites, peuvent être momentanément très importantes selon le genre d'utilisation, nécessitant une armature passive pour assurer la sécurité à la rupture et satisfaire les vérifications en précontrainte partielle. Tant que cette armature est faible et que la mise en précontrainte n'a pas lieu trop rapidement après le bétonnage, le calcul de la dalle en admettant le centre de gravité des sections à mi-hauteur de l'épaisseur  $h$  sera correct. Mais si le pourcentage d'armature tendue  $\rho$  est élevé, si l'armature comprimée  $\rho'$  est faible et si le coefficient de fluage  $\varphi$  est élevé, le centre de gravité de la section va se déplacer vers l'armature tendue, phénomène qui augmentera énormément dans le temps par suite du fluage.

Pour illustrer ceci, nous voulons prendre l'exemple de la figure 1 avec  $\rho = 1\%$ ,  $\rho' = 0\%$ ,  $\varphi = 5$  en nous limitant au cas non fissuré (stade I). Nous avons reporté dans cette figure les cen-

tres de gravité  $G_c$  en ne considérant que le béton,  $G_i$  en considérant l'armature et le béton au temps  $t = 0$  et  $G_t$  en considérant le temps  $t = \infty$ . Pour  $G_i$ , nous introduisons le coefficient d'équivalence

$$\alpha_i = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200 \text{ GPa}}{30,5 \text{ GPa}} = 6,6,$$

d'où

$$d_i = \frac{0,01 \cdot 45 (6,6 - 1) \cdot 20}{0,01 \cdot 45 \cdot 5,6 + 50 \cdot 1} = 0,96 \text{ cm}$$

— taux d'armature tendu

$$\rho = \frac{A_s}{1 \cdot (h - 5 \text{ cm})} = 1\%$$

— taux d'armature comprimé

$$\rho' = \frac{A'_s}{1 \cdot (h - 5 \text{ cm})} = 0$$

— module d'élasticité instantané du béton

$$E_c = 30,5 \text{ GPa}$$

— module d'élasticité de l'armature

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

— coefficient de fluage  $\varphi = 5$

— coefficient de vieillissement  $\chi = 0,8$

Pour  $G_t$ , le problème est beaucoup plus complexe. Par suite du fluage du béton, les contraintes varient dans le temps. La variation de contrainte dans une fibre de béton peut se traiter à l'aide du module effectif ajusté  $E_c^{**}$  indiqué par le CEB et développé dans [1]<sup>1</sup>. La part de contrainte constante qui agit dès le temps  $t = 0$  engendre des déformations qui dépendent du module effectif

$$E_c^{**} = \frac{E_c}{1 + \varphi}.$$

<sup>1</sup> Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

Le centre de rotation des courbures se déplace dans le temps vers le bas. Ci-dessous au point 2 est développé une méthode très précise qui tient compte de tous ces phénomènes. A titre de simplification, on peut souvent se contenter d'une approche simplifiée en introduisant un centre de gravité fictif  $G_t$  obtenu à partir de  $E_c^{**}$ .  $G_t$  étant défini par la distance  $d_t$  de la figure 1, on a successivement:

$$E_c^{**} = \frac{E_c}{1 + \chi \varphi} = \frac{30,5 \text{ GPa}}{1 + 0,8 \cdot 5} = 6,1 \text{ GPa}$$

$$\alpha_t = \frac{E_s}{E_c^{**}} = \frac{200}{6,1} = 33$$

$$d_t = \frac{0,01 \cdot 45 (33 - 1) \cdot 20}{0,01 \cdot 45 \cdot 32 + 50 \cdot 1} = 4,48 \text{ cm}.$$

On constate donc que le centre de gravité  $G$  se déplace notablement avec le temps.

Si dans la section de la figure 1 agit une force de précontrainte  $P$  en  $h/4$ , son excentricité  $f$  ne vaut en réalité pas  $h/4$  mais seulement  $h/4 - d_t = 12,50 - 4,48 = 8,02 \text{ cm}$ . Si on se propose de balancer la charge  $g$ , il faudra passablement plus de précontrainte que celle découlant d'un raisonnement basé sur un centre de gravité à mi-hauteur  $G_c$  (fig. 2): La charge équivalente et de balancement du câble vaut

$$u = \frac{8fP}{l^2} = g$$

Puisque  $f$  ne vaut pas  $h/4$  mais  $h/4 - d_t$ , il faut augmenter la force de précontrainte dans la proportion suivante:

$$\frac{8fP_1}{l^2} = \frac{8 \cdot h/4 \cdot P_2}{l^2}$$

ou

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{h/4}{f} = \frac{12,50}{8,02} = 1,56$$

Il faudra donc 56% de plus de force de précontrainte que celle communément admise. Rappelons toutefois que les hypothèses de  $\rho = 1\%$  et  $\varphi = 5$  sont très extrêmes.

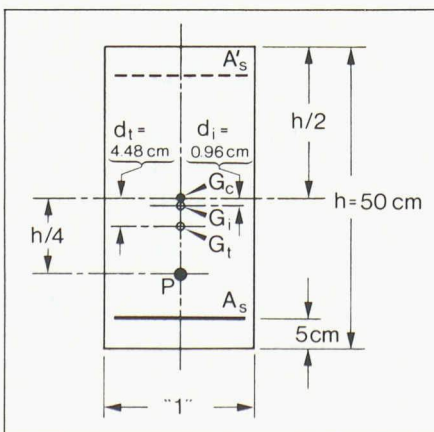


Fig. 1. — Centres de gravité  $G_c$ ,  $G_i$  et  $G_t$  d'une section.

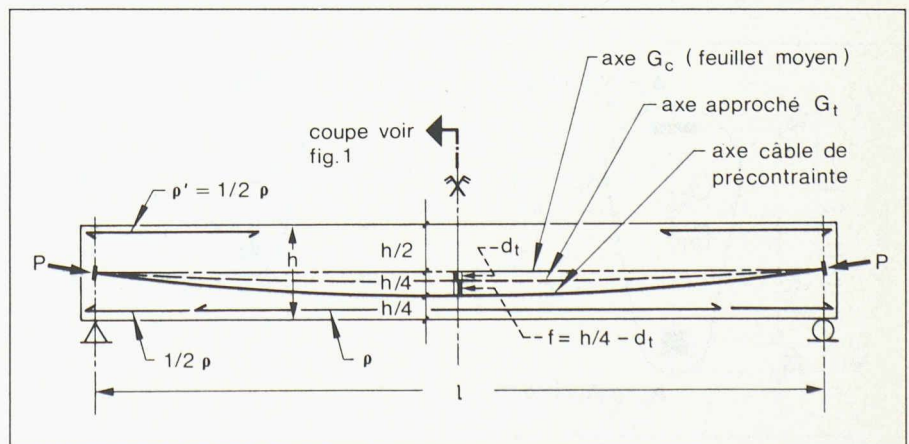


Fig. 2. — Flèche  $f$  d'un câble d'une poutre à armature dissymétrique.

**2. Effet de l'effort normal sur la courbure**

Si par définition on ramène les efforts intérieurs au centre de gravité du béton seul  $G_c$ , alors le problème consiste à déterminer l'effet de l'effort normal  $N$  sur les déformations, effet venant s'ajouter à celui du moment de flexion  $M$ .

La courbure due au moment de flexion simple  $M$  des charges de longue durée dans le stade  $I$  est donnée dans [1] et [2] sous la forme

$$\frac{1}{r_M} = \frac{M}{E_c J_c} k_{sM} (1 + \varphi k_{\varphi M}) \quad (1)$$

avec

$$\frac{1}{r} = \text{courbure dans le stade } I,$$

$\frac{1}{E_c J_c}$  = rigidité de la section du béton seul, sans armature,

$k_s$  = coefficient de correction introduisant l'influence de l'armature,

$k_\varphi$  = coefficient de correction pour le fluage,

$\varphi$  = coefficient de fluage.

Pour mieux mettre en évidence qu'il s'agit de la flexion simple, sans effort normal, dans l'équation (1) on a ajouté l'indice  $M$  aux coefficients  $k_s$  et  $k_\varphi$  ainsi qu'à la courbure  $1/r$ . Il va de soi que  $\varphi$ ,  $k_\varphi$  et la courbure sont des fonctions du temps.

Il est bien connu que dans les sections où le centre de gravité de la section du béton et le centre de gravité de l'armature totale coïncident, l'effort normal éventuel, agissant au centre de gravité de la section, ne provoque pas de courbure ni au temps  $t = 0$  ni au temps  $t = t$ . Cependant, il n'en est pas de même si les centres de gravité de la section du béton et de l'armature totale ne coïncident pas. Dans de telles sections (figure 3), la position du centre de gravité idéalise (avec l'armature) de la section  $G_i$ , par rapport au centre de l'armature  $A_s$  est donné par l'expression

$$\zeta_i = \frac{\zeta_c + \alpha \rho' (1 - \delta) [1 - (\delta + \delta')]}{1 + \alpha (\rho + \rho') (1 - \delta)} \quad (2)$$

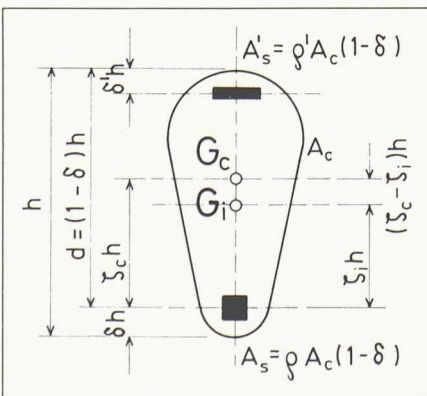


Fig. 3. — Caractéristiques géométriques de la section et notations adoptées.

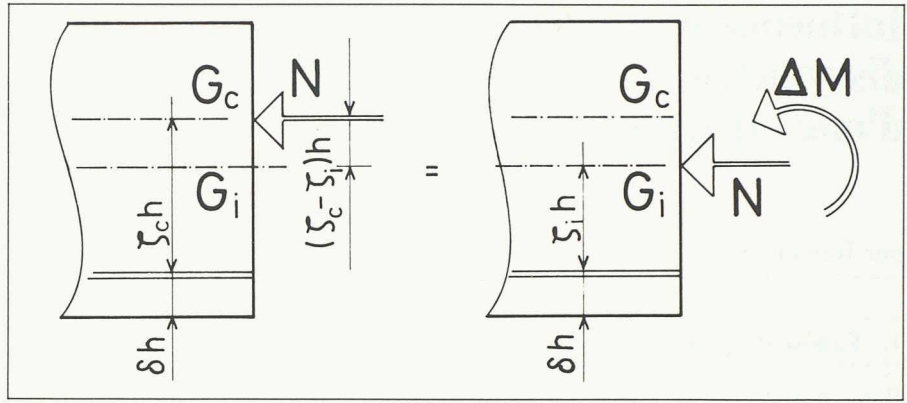


Fig. 4. — Réduction de l'effort normal du centre de gravité de la section du béton  $G_c$  au centre de gravité de la section idéalisee  $G_i$ .

où  $\alpha = E_s/E_c$ , toutes les autres notations étant données sur la figure 3.

On admet couramment que l'effort normal agit au centre de gravité de la section du béton  $G_c$ . Son influence se réduit alors au moment de flexion

$$\Delta M = N h (\zeta_c - \zeta_i) = N h k_s^N \quad (3)$$

et à l'effort normal  $N$  agissant au centre de gravité de la section idéalisee  $G_i$ , figure 4. La compression est supposée positive.

A partir de (2) et (3), on détermine le coefficient  $k_s^N$

$$k_s^N = \frac{\zeta_c (1 + \rho'/\rho) - [1 - (\delta + \delta')]\rho'/\rho}{1 + (1 + \rho'/\rho)\alpha\rho(1 - \delta)} \times \alpha\rho(1 - \delta) \quad (4)$$

La courbure due au moment de flexion  $\Delta M$ , en se basant sur (1) et (3) devient alors

$$\frac{1}{r_{\Delta M}} = \frac{N h}{E_c J_c} k_s^N k_{sM} (1 + \varphi k_{\varphi M}) \quad (5)$$

L'effort normal au centre de gravité de la section idéalisee  $G_i$  au temps  $t = 0$  ne provoque pas de courbure. Cependant, l'effet du fluage, au temps  $t > 0$ , crée une courbure sous un tel effort normal, bien entendu seulement dans les sections où le centre de gravité de la section du béton et le centre de gravité de l'armature totale ne coïncident pas.

Pour déterminer la courbure due aux charges permanentes au temps  $t$ , sous l'effort normal agissant au centre de gravité de la section idéalisee  $G_i$ , on utilisera l'algorithme général donné dans [3]. Cet algorithme permet le calcul des contraintes normales et de la courbure, dues au fluage et au retrait, pour le cas de la flexion composée. On le présente ici brièvement.

Soit une section de forme quelconque armée de deux côtés, dont le plan de flexion coïncide avec le plan de symétrie de la section. La section se trouve dans le stade  $I$  et elle est sollicitée par un effort normal excentré, constant dans le temps. On suppose que le même coefficient de fluage est également valable pour le béton en traction. Le signe positif est adopté pour la compression ainsi que pour les contraintes et les déformations relatives correspondantes. Les déformations relatives de retrait sont également supposées positives.

On admet que l'hypothèse de Bernoulli est valable dans le temps  $t$  aussi. On suppose également que le diagramme des contraintes dans le béton reste linéaire avec le temps. Sur la figure 5 sont présentés les caractéristiques géométriques de la section, l'effort normal excentré, les diagrammes de contraintes supposés ainsi que le diagramme des déformations relatives de la section au

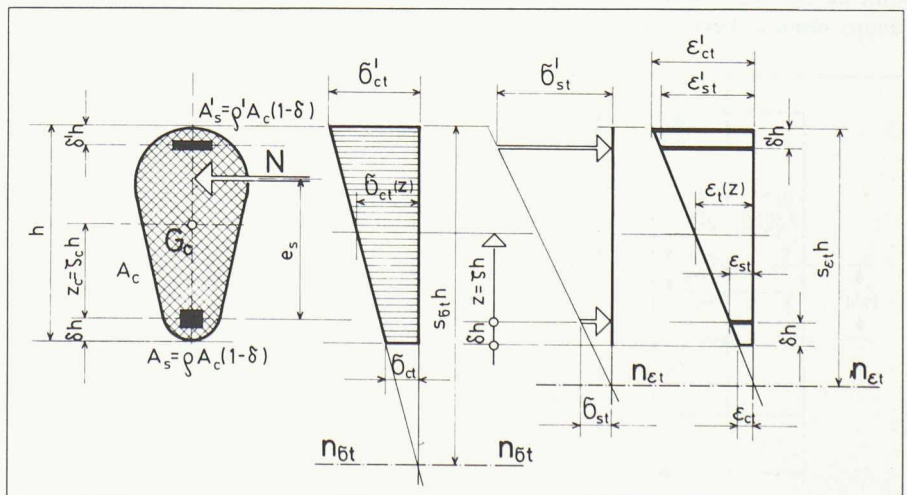


Fig. 5. — Caractéristiques géométriques et diagrammes de contraintes et de déformations relatives au temps  $t$ , dans la section en stade  $I$ .

temps  $t$ . Tous les symboles sont indiqués dans la figure, ou bien ils sont expliqués dans le texte. La fibre inférieure est moins comprimée mais elle peut être aussi tendue. Pour tous les symboles,  $t$  en indice signifie le temps  $t = t$  tandis que 0 en indice signifie  $t = 0$ .

Il est important de noter que les effets du retrait et du fluage provoquent la séparation en deux axes neutres: l'axe neutre de contraintes et l'axe neutre de déformations relatives.

Les conditions d'équilibre par rapport au centre de gravité de l'armature  $A_s$ , au temps  $t$  sont

$$\int_{A_c} \sigma_{ct}(z) dA_c + A'_s \sigma'_{st} + A_s \sigma_{st} = N \quad (6)$$

$$\int_{A_c} \sigma_{ct}(z) z dA_c + A'_s \sigma'_{st} h + A_s \sigma_{st} [1 - (\delta + \delta')] = N e_s = M_s \quad (7)$$

Le diagramme de contraintes de compression dans le béton au temps  $t$  étant supposé linéaire, il s'ensuit

$$\sigma_{ct}(z) = (\delta + \zeta) \sigma'_{ct} + [1 - (\delta + \zeta)] \sigma_{ct} \quad (8)$$

Les conditions de compatibilité des déformations relatives du béton et de l'armature et les conditions de planéité de la section donnent

$$\epsilon'_{st} = (1 - \delta') \epsilon'_{ct} + \delta' \epsilon_{ct} \quad (9)$$

$$\epsilon_{st} = \delta \epsilon'_{ct} + (1 - \delta) \epsilon_{ct} \quad (10)$$

On utilise l'équation algébrique qui définit la relation entre les contraintes et les déformations relatives du béton sous la forme

$$\epsilon_{ct} = \frac{1}{E_s} (a_t \sigma_{ct} + b_t \sigma_{co}) + \epsilon_{sh} \quad (11)$$

avec

$$a_t = \alpha (1 + \chi \varphi) \quad (12)$$

$$b_t = \alpha (1 - \chi \varphi) \quad (13)$$

où  $\epsilon_{sh}$  est le coefficient de retrait et  $\chi$  le coefficient de vieillissement.

Les équations (11) à (13) sont identiques à l'équation bien connue (e.13) du Code-Modèle CEB-FIP 78 [4].

$$\begin{aligned} \epsilon(t, t_0) &= \epsilon_n(t) + \sigma(t_0) \phi(t, t_0) + \\ &+ \frac{\sigma(t) - \sigma(t_0)}{E_c(t_0)} \times \\ &\times [1 + \chi \varphi(t, t_0)] \end{aligned} \quad (14)$$

à condition que le module de déformation  $E_c = \text{const} = E_{c28}$ . Les valeurs de  $\chi$  selon la loi de fluage CEB-FIP 78 sont données en [1] et [2].

Avec la relation d'élasticité entre les contraintes et les déformations relatives dans l'armature

$$\epsilon_{st} = \sigma_{st} / E_s \quad (15)$$

on obtient alors de (6) à (13) et (15) les expressions suivantes pour les contraintes dans les fibres extrêmes du béton et les contraintes dans l'armature

$$\sigma'_{ct} = \frac{M_s}{A_c h \Delta_t} (a_{3t} b_{2t} - a_{2t} b_{3t}) \quad (16)$$

$$\sigma_{ct} = \frac{M_s}{A_c h \Delta_t} (a_{1t} b_{3t} - a_{3t} b_{1t}) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \sigma'_{st} &= (1 - \delta') (a_t \sigma'_{ct} + b_t \sigma'_{co}) + \\ &+ \delta' (a_t \sigma_{ct} + b_t \sigma_{co}) + \\ &+ \epsilon_{sh} E_s \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{st} &= \delta (a_t \sigma'_{ct} + b_t \sigma'_{co}) + \\ &+ (1 - \delta) (a_t \sigma_{ct} + \\ &+ b_t \sigma_{co}) + \epsilon_{sh} E_s \end{aligned} \quad (19)$$

avec

$$c_1 = [(1 - \delta') \rho' + \delta \rho] (1 - \delta) \quad (20)$$

$$c_2 = [\delta' \rho' + (1 - \delta) \rho] (1 - \delta) \quad (21)$$

$$d_1 = (1 - \delta') [1 - (\delta + \delta')] \times \rho' (1 - \delta) \quad (22)$$

$$d_2 = \delta' [1 - (\delta + \delta')] \rho' (1 - \delta) \quad (23)$$

$$a_{1t} = (\delta + \zeta_c) + c_1 a_t \quad (24)$$

$$a_{2t} = 1 - (\delta + \zeta_c) + c_2 a_t \quad (25)$$

$$b_{1t} = \delta \zeta_c + (\eta_c^2 + \zeta_c^2) + d_1 a_t \quad (26)$$

$$b_{2t} = (1 - \delta) \zeta_c - (\eta_c^2 + \zeta_c^2) + d_2 a_t \quad (27)$$

$$\Delta_t = a_{1t} b_{2t} - a_{2t} b_{1t} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} a_{3t} &= \frac{h}{e_s} - [(c_1 \sigma'_{co} + c_2 \sigma_{co}) b_t + \\ &+ (c_1 + c_2) \epsilon_{sh} E_s] \frac{A_c h}{M_s} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} b_{3t} &= 1 - [(d_1 \sigma'_{co} + d_2 \sigma_{co}) b_t + \\ &+ (d_1 + d_2) \epsilon_{sh} E_s] \frac{A_c h}{M_s} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\eta_c^2 = J_c / F_c h^2 \quad (31)$$

Ces expressions générales permettent de trouver facilement les solutions pour les cas particuliers: pour les sections symétriques et symétriquement armées  $\rho' = \rho$ ,  $\delta' = \delta$  et  $\zeta_c = (1 - 2\delta)/2$ , pour les sections armées d'un seul côté  $\rho' = 0$ , pour la flexion simple  $h/e_s = 0$  et  $M_s = M$  et pour l'effort normal axial au centre de gravité de la section du béton  $e_s = z_c$ . Pour les effets du fluage, sans retrait,  $\epsilon_{sh} = 0$ . Pour les effets du retrait seul, les sollicitations extérieures et les contraintes initiales sont nulles. Pour le temps  $t = 0$ ,  $b_t = \epsilon_{sh} = 0$  et  $a_0 = a$ .

La courbure est donnée par

$$\frac{1}{r_t} = \frac{a_t (\sigma'_{ct} - \sigma_{ct}) + b_t (\sigma'_{co} - \sigma_{co})}{h E_s} \quad (32)$$

Dans le cas considéré, lorsque l'effort normal agit au centre de gravité de la section idéalisée, les contraintes dans le béton au temps  $t = 0$  valent:

$$\begin{aligned} \sigma'_{co} &= \sigma_{co} \\ &= \frac{N}{A_c} \frac{1}{1 + (1 + \rho'/\rho) \alpha \rho (1 - \delta)} \end{aligned} \quad (33)$$

D'où, au temps  $t = t$ , d'après (32) et (33) la courbure

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + \chi \varphi}{h E_c} (\sigma'_{ct} - \sigma_{ct}) \quad (34)$$

En utilisant les expressions (16) et (17) et (20) à (30) ainsi que (33), la courbure (34) peut être présentée sous la forme

$$\frac{1}{r} = \frac{N h}{E_c J_c} k_s^N \varphi k_\varphi^N \quad (35)$$

où le coefficient  $k_\varphi^N$  est donné par l'expression

$$k_\varphi^N = - \frac{\eta_c^2}{\Delta_t} (1 + \chi \varphi) \quad (36)$$

et  $k_s^N$  a déjà été déterminé par l'équation (4).

La courbure totale au cas de la flexion composée due aux charges permanentes, avec l'effort normal au centre de gravité de la section du béton, est obtenue maintenant par la superposition de (1), (5) et (35)

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} &= \frac{M}{E_c J_c} k_{sM} (1 + \varphi k_{\varphi M}) + \\ &+ \frac{N h}{E_c J_c} k_s^N k_{sM} (1 + \varphi k_{\varphi M}) + \\ &+ \frac{N h}{E_c J_c} k_s^N \varphi k_\varphi^N \end{aligned} \quad (37)$$

La courbure sous l'effet de l'effort normal seul, agissant au centre de gravité de la section du béton, est obtenue en additionnant les deux derniers termes de l'expression (37), sous la même forme que la courbure due au moment de flexion simple (1)

$$\frac{1}{r_N} = \frac{N h}{E_c J_c} k_{sN} (1 + \varphi k_{\varphi N}) \quad (38)$$

De (37) et (38), il s'ensuit:

$$k_{sN} = k_{sM} k_s^N \quad (39)$$

et

$$k_{\varphi N} = k_{\varphi M} + \frac{k_\varphi N}{k_{sM}} \quad (40)$$

c'est-à-dire, d'après (4) et (36)

$$\begin{aligned} k_{sN} &= \\ k_{sM} &\frac{\zeta_c (1 + \rho'/\rho) - [1 - (\delta + \delta')] \rho'/\rho}{1 + (1 + \rho'/\rho) \alpha \rho (1 - \delta)} \alpha \rho \end{aligned} \quad (41)$$

$$k_{\varphi N} = k_{\varphi M} - \frac{\eta_c^2 (1 + \chi \varphi)}{\Delta_t k_{sM}} \quad (42)$$

Les valeurs des coefficients de correction  $k_{sM}$  et  $k_{\varphi M}$  sont données dans les diagrammes pour les sections rectangulaires et les sections en  $T$  dans [1] et [2]. De l'algorithme présenté, on obtient les mêmes coefficients sous la forme

$$k_{sM} = - \frac{\eta_c^2}{\Delta_0} (a_{10} + a_{20}) \quad (43)$$

$$\begin{aligned} k_{\varphi M} &= \frac{1}{\Delta_t} \left[ (1 + \chi \varphi) \frac{\Delta_0}{\Delta_t} \right. \\ &\left. \frac{(a_{1t} + a_{2t}) b_{3t} - (b_{1t} + b_{2t}) a_{3t}}{a_{10} + a_{20}} + \right. \\ &\left. + (1 - \chi) + (1 - \chi)_\varphi - 1 \right] \end{aligned} \quad (44)$$

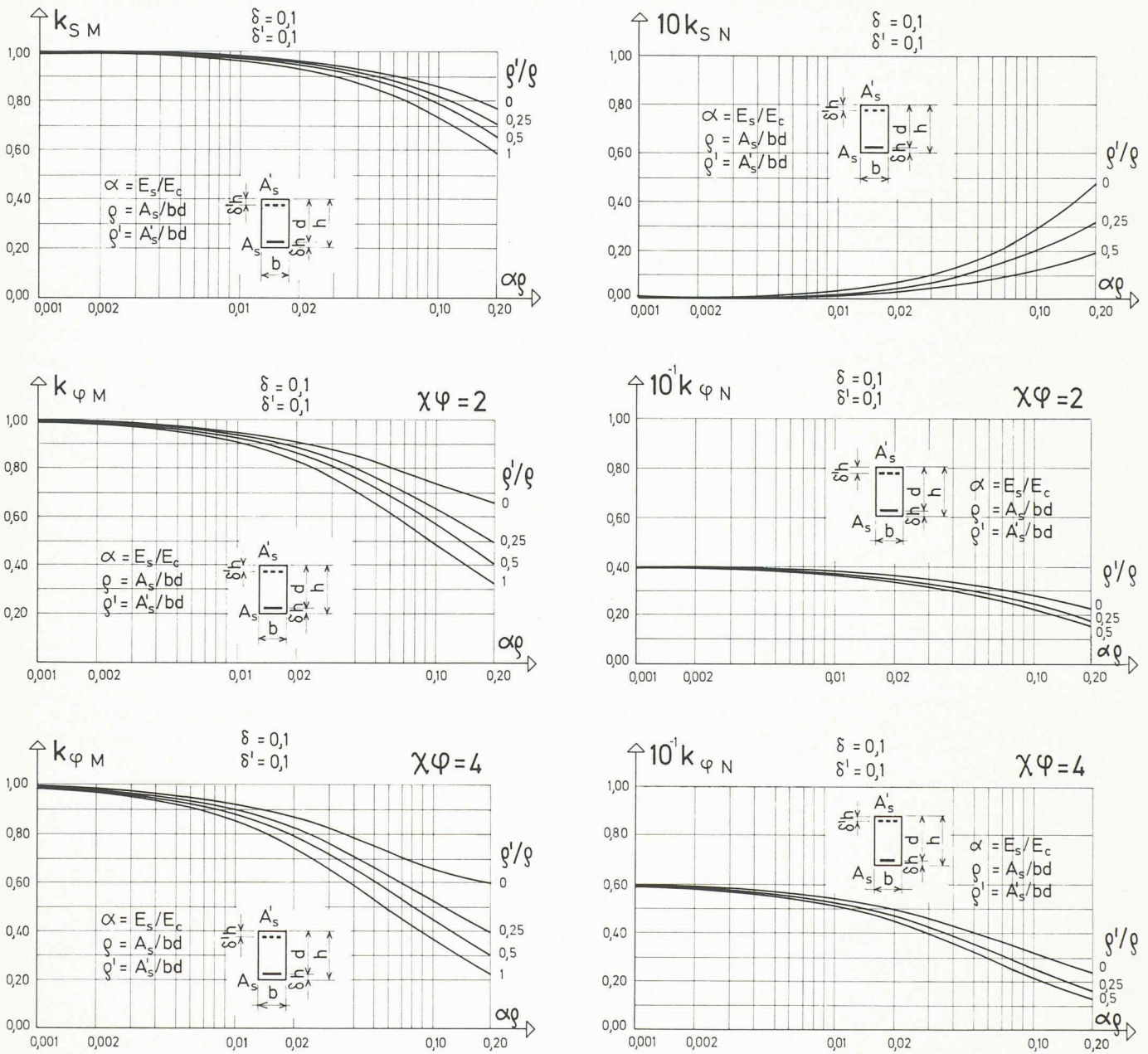


Fig. 6. — (Diagrammes).

Le rapport de la courbure due à l'effort normal, agissant au centre de gravité de la section du béton, et de la courbure due au moment de flexion simple est donné par l'expression

$$\psi_t = \frac{Nh k_{sN} (1 + \varphi k_{\varphi N})}{M k_{sM} (1 + \varphi k_{\varphi M})} \quad (45)$$

$$= \psi_0 \frac{1 + \varphi k_{\varphi N}}{1 + \varphi k_{\varphi M}}$$

où

$$\psi_0 = \frac{Nh k_{sN}}{M k_{sM}} \quad (46)$$

Les diagrammes  $k_{sM}$ ,  $k_{\varphi M}$  et  $k_{sN}$ ,  $k_{\varphi N}$  (fig. 6) se calculent facilement à l'aide de l'ordinateur. Dans le cas de sections rectangulaires, ces diagrammes sont donnés à titre d'exemple pour les pourcentages et la disposition habituels des armatures et pour les valeurs du produit des coefficients de vieillissement et de fluage  $\chi \varphi = 2$  et  $\chi \varphi = 4$ .

### 3. Exemples numériques

1. Pour le même exemple déjà analysé dans [2], avec les données

$$\delta = \delta' = 0,1$$

$$\rho'/\rho = 0,5$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = 0,3\%$$

$$E_c = 30,5 \text{ GPa}$$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c} = 6,56$$

$$\alpha \rho = 0,020$$

$$\chi = 0,8$$

$$M = 24 \text{ kNm}$$

on calculera l'effet relatif à la courbure de l'effort normal  $N = 4 M/h = 192 \text{ kN}$ , agissant au centre de gravité de la section du béton, par rapport à l'effet

dû au moment de flexion simple  $M$ , au temps  $t = 0$  et au temps  $t = t$ . Les courbures et les augmentations relatives dues à l'effort normal seront évaluées pour  $\chi \varphi = 2$  et  $\chi \varphi = 4$ .

Dans les diagrammes ci-joints, on trouve pour  $\chi \varphi = 2$

$$k_{sM} = 0,95$$

$$k_{\varphi M} = 0,87$$

$$k_{sN} = 0,33 \cdot 10^{-2}$$

$$k_{\varphi N} = 0,34 \cdot 10$$

La courbure due au moment de flexion simple au temps  $t = 0$

$$\frac{1}{r_{M,0}} = \frac{M}{E_c J_c} k_{sM}$$

$$= \frac{24}{30,5 \cdot 10^6 \cdot 2,08 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,95$$

$$= 3,58 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$$

L'augmentation relative de la courbure due à l'effort normal, par rapport à la

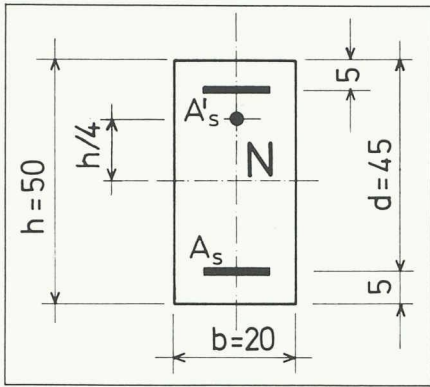


Fig. 7. — 1<sup>er</sup> exemple.

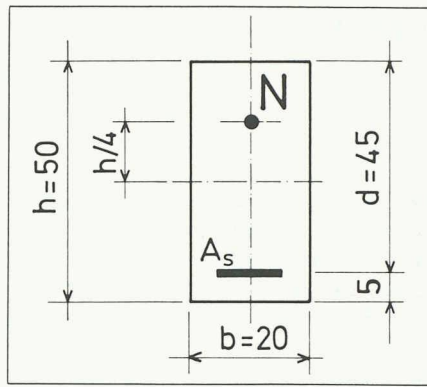


Fig. 8. — 2<sup>e</sup> exemple.

courbure provoquée par le moment de flexion  $M$ , au temps  $t = 0$

$$\begin{aligned} \psi_0 &= \frac{Nh k_{sN}}{M k_{sM}} \\ &= 4 \cdot \frac{0,33 \cdot 10^{-2}}{0,95} 100 \\ &= 1,4\% \end{aligned}$$

La courbure due au moment de flexion simple au temps  $t = t$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_{M,t}} &= \frac{1}{r_{M,0}} (1 + \phi k_{\phi M}) \\ &= 3,58 \cdot 10^{-4} (1 + 2,5 \cdot 0,87) \\ &= 11,37 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

L'augmentation relative de la courbure, due à l'effort normal au temps  $t = t$

$$\begin{aligned} \psi_t &= \psi_0 \frac{1 + \phi k_{\phi N}}{1 + \phi k_{\phi M}} \\ &= 1,4 \cdot \frac{1 + 2,5 \cdot 0,34 \cdot 10}{1 + 2,5 \cdot 0,87} \\ &= 4,2\% \end{aligned}$$

Pour  $\chi\phi = 4$ , on tire des diagrammes:

$$\begin{aligned} k_{\phi M} &= 0,80 \\ k_{\phi N} &= 0,45 \cdot 10 \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_{M,t}} &= 3,58 \cdot 10^{-4} (1 + 5 \cdot 0,80) \\ &= 17,90 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_t &= 1,4 \cdot \frac{1 + 5 \cdot 0,45 \cdot 10}{1 + 5 \cdot 0,80} \\ &= 6,6\% \end{aligned}$$

L'augmentation relative de la courbure, due à l'effort normal, n'est pas d'une signification importante dans cet exemple.

2. Pour la même section de béton et les mêmes efforts  $M$  et  $N$  comme dans l'exemple précédent, mais avec

$$\begin{aligned} \delta &= 0,1 \\ \rho'/\rho &= 0 \\ \rho &= 1\% \\ \alpha\rho &= 0,066 \end{aligned}$$

on calcule à nouveau les courbures dues au moment de flexion simple et les augmentations relatives  $\psi_0$  et  $\psi_t$  des courbures dues à l'effort normal.

Pour  $\chi\phi = 2$  on obtient des diagrammes

$$\begin{aligned} k_{sM} &= 0,90 \\ k_{\phi M} &= 0,79 \\ k_{sN} &= 0,20 \cdot 10^{-1} \\ k_{\phi N} &= 0,30 \cdot 10 \end{aligned}$$

Avec ces valeurs on obtient

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_{M,0}} &= \frac{24}{30,5 \cdot 10^6 \cdot 2,08 \cdot 10^{-3}} 0,90 \\ &= 3,40 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

$$\psi_0 = 4 \frac{0,20 \cdot 10^{-1}}{0,90} 100 = 8,9\%$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_{M,t}} &= 3,40 \cdot 10^{-4} (1 + 2,5 \cdot 0,79) \\ &= 10,12 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_t &= 8,9 \frac{1 + 2,5 \cdot 0,30 \cdot 10}{1 + 2,5 \cdot 0,79} \\ &= 25,4\% \end{aligned}$$

Pour  $\chi\phi = 4$  on a:

$$\begin{aligned} k_{\phi M} &= 0,72 \\ k_{\phi N} &= 0,37 \cdot 10 \\ \frac{1}{r_{M,t}} &= 3,40 \cdot 10^{-4} (1 + 5 \cdot 0,72) \\ &= 15,64 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

**Bibliographie**

- [1] R. FAVRE, M. KOPRNA, A. RADOJICIC, *Effets différés - Fissuration et déformations des structures en béton*, Editions Georgi, Saint-Saphorin, Suisse, 1980.
- [2] *CEB Manual Cracking and Deformation (Final Draft)*, Comité Euro-International du béton, Bulletin d'information n° 143, Lausanne, 1981.
- [3] Ž. PERIŠIĆ, *Effets différés dans les structures en béton*, conférence tenue à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Lausanne, 1980.
- [4] *Code-modèle CEB-FIP pour les structures en béton*, Comité Euro-International du béton, 1978.

$$\begin{aligned} \psi_t &= 8,9 \frac{1 + 5 \cdot 0,37 \cdot 10}{1 + 5 \cdot 0,72} \\ &= 37,7\% \end{aligned}$$

L'augmentation relative de la courbure, due à l'effort normal agissant au centre de gravité de la section du béton, atteint dans cet exemple, pour  $\chi\phi = 4$ , presque 40% de la courbure due au moment de flexion simple. Nous avons trouvé ci-dessus avec une méthode approchée, pour le même cas, une augmentation de la courbure de  $\frac{4,48 \text{ cm}}{12,50 \text{ cm}} \cdot 100\% = 36\%$  (voir figure 1).

**4. Conclusions**

On a tendance, à juste titre, d'associer une armature passive importante à une armature précontrainte modérée. On évite ainsi d'avoir une précontrainte trop élevée quand les surcharges n'agissent pas. En outre, la répartition et l'ouverture des fissures par suite de phénomènes difficilement prévisibles tels que tassements d'appui, retrait et température différentiels, sont favorablement influencées. Cette armature passive est généralement disposée de façon dissymétrique. Il en résulte toutefois une diminution parfois non négligeable de l'efficacité de la précontrainte.

**Adresse des auteurs**

Renaud Favre,  
professeur IBAP-EPFL  
1015 Lausanne

Života Perišić,  
professeur Gradjevinski Fakultet  
11000 Beograd (Yougoslavie)

**Bibliographie**

**DIBOL**

par J.-F. Phelizon. — Un vol. 15,5 x 22 cm, 72 pages, Collection ABC des langages, Editions Masson, Paris 1982. Prix broché: 55 fr.

Le langage DIBOL (Digital Business Oriented Language) a été

développé par le deuxième constructeur mondial d'équipements informatiques (Digital Equipment), qui compte au moins 300 000 installations à ce jour.

DIBOL a été conçu comme une sorte de réponse à certaines difficultés du langage Cobol, dont la lourdeur et l'absence totale de compacité rebute bien des pro-

grammeurs d'applications de gestion. En effet, le langage développé par Digital se caractérise par sa simplicité d'utilisation, sa structuration intrinsèque, et sa parfaite intégration au système d'exploitation dans lequel il est implanté.

C'est à dessein que la totalité des programmes exposés dans l'ouvrage a été développée sur la plus petite configuration disponible chez Digital: un PDT 11/150 (LSI 11-03 pourvu de

deux unités de disquettes simple densité et fonctionnant sous système d'exploitation RT-11). Le principe de compatibilité ascendante rend ces programmes exécutables directement sur n'importe quelle configuration matérielle et logicielle appartenant à la famille PDP-11 y compris le VAX. Les qualités effectives du Dibol permettent par ailleurs une transposition quasi immédiate de ces programmes dans un autre langage orienté gestion.