

**Zeitschrift:** Ingénieurs et architectes suisses

**Band:** 110 (1984)

**Heft:** 3

**Artikel:** Quelques aspects pratiques du calcul probabiliste en géotechnique

**Autor:** Oboni, Franco / Martinenghi, Tullio

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-75270>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 16.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Quelques aspects pratiques du calcul probabiliste en géotechnique

par Franco Oboni et Tullio Martinenghi, Lausanne

Etant donné l'intérêt grandissant suscité par l'application des méthodes probabilistes en géotechnique, et le malaise qu'on peut ressentir vis-à-vis d'une approche nouvelle, il paraît important de montrer, à partir d'exemples simples, les avantages de ces méthodes. Le texte traite le cas d'un talus triangulaire glissant sur un plan; l'effet de la dispersion des paramètres de résistance  $c$  et  $\varphi$  et de leur corrélation  $\rho$  est montré. Un abaque permettant de comparer les résultats du calcul déterministe ( $F_s$ ) et probabiliste ( $pf$ ) est fourni.

## 1. Les méthodes probabilistes

Les principales sources d'incertitude intervenant dans le choix et le dimensionnement des ouvrages relevant de la géotechnique sont dues:

- aux actions transmises par les structures (charges)
- à la résistance du sol (insuffisance des reconnaissances, imprécision des mesures, hétérogénéité, anisotropie...), et aux conditions hydrauliques.

Les méthodes probabilistes sont les seules à permettre de prendre en compte ces incertitudes et peuvent être classifiées en deux familles:

- les méthodes hybrides ou semi-probabilistes
- les méthodes purement probabilistes.

A la première appartiennent les méthodes classiques de la mécanique des sols, rendues probabilistes [1], [5]<sup>1</sup>. Dans ces méthodes, après avoir introduit les paramètres de résistance mécanique des sols comme variables aléatoires, on cherche à définir la distribution du facteur de sécurité  $F_s$  et on définit la probabilité de rupture,  $pf$ , comme la probabilité pour que  $F_s \leq 1$  (fig. 1).

<sup>1</sup> Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

Une solution alternative [4], [8] consiste à définir  $pf$  comme la probabilité que les efforts ou sollicitations  $D$  dépassent les résistances  $C$  (fig. 2).

La deuxième famille regroupe les méthodes faisant intervenir le concept probabiliste au niveau de la mécanique [3], [6].

Dans les paragraphes qui suivent seront traités des exemples relatifs à la première famille qui, du point de vue pratique, présentent l'avantage de permettre l'utilisation des méthodes traditionnelles de l'ingénieur.

## 2. Prise en compte des incertitudes

Pour éviter de compliquer inutilement les calculs, il est intéressant de sélectionner les paramètres présentant les plus grosses incertitudes. Il est habituel, dans ce but, de négliger la variabilité des efforts transmis par les structures (p. ex. les réactions d'appui). On considère donc uniquement les paramètres géotechniques comme:

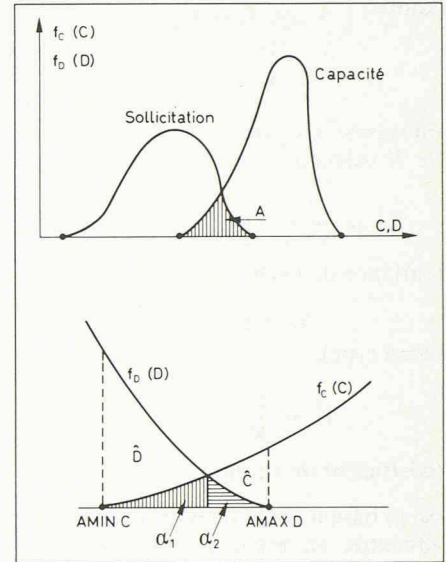


Fig. 2. — Modèle résistance-sollicitation (Capacity-Demand model)

$$pf = p [C \leq D] \tag{2}$$

$$\alpha_1 \cdot \alpha_2 \leq pf \leq \alpha_1 + \alpha_2 \tag{3}$$

pour  $C$  et  $D$  indépendants

$$pf = \int_{-\infty}^{+\infty} F_C(C) f_D(D) dD \tag{4}$$

Freudenthal, Garrelts, Shinozuka, 1966.

ner les paramètres présentant les plus grosses incertitudes. Il est habituel, dans ce but, de négliger la variabilité des efforts transmis par les structures (p. ex. les réactions d'appui). On considère donc uniquement les paramètres géotechniques comme:

- la résistance à la compression simple  $q_u$ ,
- la cohésion  $c$ ,
- le frottement  $\varphi$ ,
- le poids volumique apparent  $\gamma$  et
- la position de la nappe phréatique.

Des études statistiques menées sur des massifs de sols considérés comme homogènes, permettent d'éliminer  $\gamma$ , vu sa faible variabilité.

Dans le tableau 1 sont indiqués, pour quelques matériaux et selon différents auteurs, les coefficients de variation  $V\%$  des paramètres mécaniques.

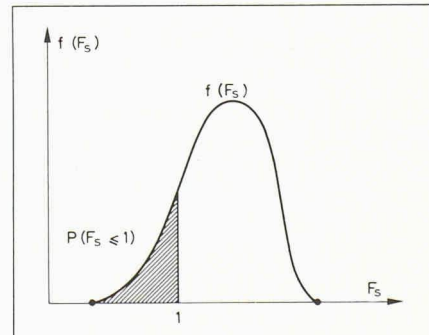


Fig. 1. — Calcul de la probabilité de rupture.  $pf = p [F_s \leq 1]$  (1)

TABLEAU 1: Variabilité des caractéristiques géotechniques pour différents sols

Matériaux	Poids volumique apparent $V\gamma$	Angle de frottement interne $V\varphi$	Cohésion $Vc$	Résistance à la compression simple $Vq_u$	Sources
Sable lâche Sable dense Sable graveleux Gravier		14% 18% 5,3% 6%			Singh (1972) Singh (1972) Schultze (1972) Harr (1977)
Argile plasticité faible Argile plasticité moyenne Argile plasticité élevée	1,9% 6,8% 2,5%			37 = 51% 30 = 40%	Hammitt (1966) Hammitt (1966) Hammitt (1966) Lumb (1972) Ladd et al. (1972)
Argile limoneuse molle naturellement consolidée	1,8%	13,6%	114%	57,3%	Recordon (1977)
Argile limoneuse et graveleuse compacte (moraine de fond)	3,1%	13%	77%		Recordon (1977)

Rappel:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N X_i \quad (5)$$

(moyenne ou espérance mathématique de  $N$  valeurs).

$$S_x^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \quad (6)$$

(variance de l'échantillon de taille  $N$ ).

$$S_x = \sqrt{S_x^2} \quad (7)$$

(écart type).

$$V_x = \frac{S_x}{\bar{X}} \cdot 100 \quad (8)$$

(coefficient de variation).

En se basant sur la littérature, on pourra admettre, en première approximation,  $V_\varphi = 10\%$  et  $V_c = 50\%$  pour évaluer les performances d'une structure au stade d'avant-projet.

Le calcul probabiliste peut donc être appliqué même si une analyse statistique des caractéristiques du massif n'est pas économiquement possible.

### 3. Application aux calculs de stabilité d'un massif homogène limité par un plan de glissement

Cet exemple d'application, volontairement simple (fig. 3), se prête bien à montrer l'influence des incertitudes sur les différents paramètres de la stabilité.

Données géométriques:

$$H [m], \alpha, \beta [^\circ]$$

Données géotechniques:

$$c [\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}], V_c [\%]$$

$$\varphi [^\circ], V_\varphi [\%]$$

$$\gamma [\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}]$$

Données hydrauliques:  
pas de nappe phréatique.

#### 3.1 Calcul déterministe

$$F_s = \frac{c \cdot L}{W \cdot \sin \alpha} + \frac{\text{tg} \varphi}{\text{tg} \alpha} \quad (9)$$

avec:

$$W = \frac{\gamma \cdot H^2}{2} \left( \frac{1}{\text{tg} \alpha} - \frac{1}{\text{tg} \beta} \right) \quad (10)$$

$$L = \frac{H}{\sin \alpha} \quad (11)$$

en posant:

$$a = \frac{L}{W \cdot \sin \alpha} \quad (12)$$

$$b = \frac{1}{\text{tg} \alpha} \quad (13)$$

$$p = \text{tg} \varphi \quad (14)$$

on trouve:

$$F_s = a \cdot c + b \cdot p \quad (15)$$

#### 3.2 Calcul probabiliste

Les variables aléatoires sont:

$c$  et  $p = \text{tg} \varphi$ .

Dans le cas d'une relation du type

$$y = \alpha_1 \cdot x_1 + \alpha_2 \cdot x_2 \quad (16)$$

on trouve:

$$\bar{y} = \alpha_1 \cdot \bar{x}_1 + \alpha_2 \cdot \bar{x}_2 \quad (17)$$

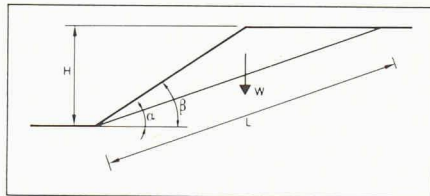


Fig. 3. — Géométrie de l'exemple.

et

$$S_y^2 = \alpha_1^2 \cdot S_{x_1}^2 + \alpha_2^2 \cdot S_{x_2}^2 + 2 \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \rho_{x_1 x_2} \cdot S_{x_1} \cdot S_{x_2} \quad (18)$$

où

$\rho_{x_1 x_2}$  = corrélation entre  $x_1, x_2$

en appliquant (17) on trouve

$$\bar{F}_s = a \cdot \bar{c} + b \cdot \bar{p} \quad (19)$$

$$S_{F_s}^2 = a^2 \cdot S_c^2 + b^2 \cdot S_p^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \rho_{cp} \cdot S_c \cdot S_p \quad (20)$$

$$S_{F_s} = \sqrt{S_{F_s}^2} \quad (21)$$

En connaissant la moyenne et l'écart type du facteur de sécurité  $F_s$ , et en admettant qu'il suive une distribution normale (ou de Gauss), on peut calculer  $pf = p [F_s \leq 1]$  à l'aide du tableau 2 (tiré de Harr, 1977). L'hypothèse concernant la distribution de  $F_s$  n'est acceptable que si

$$\bar{F}_s - 3 \cdot S_{F_s} > 0 \quad (22)$$

Dans tous les autres cas l'utilisation d'une distribution empirique (p. ex. Bêta [4]) est recommandée.

#### 3.3 Application numérique sans corrélation

Données:

$$H = 5 \text{ m}$$

$$\alpha = 21,8^\circ (2/5)$$

$$\beta = 33,7^\circ (2/3)$$

$$\gamma = 20,0 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\bar{\varphi} = 15^\circ, V_\varphi = 10\%$$

$$\bar{p} = \tan \varphi = 0,268$$

$$\bar{c} = 5 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-2}, V_c = 50\%, \rho_{cp} = 0$$

Calculs:

$$L = 13,46 \text{ m}$$

$$W = 250 \text{ kN}$$

$$a = 0,144$$

$$b = 2,5$$

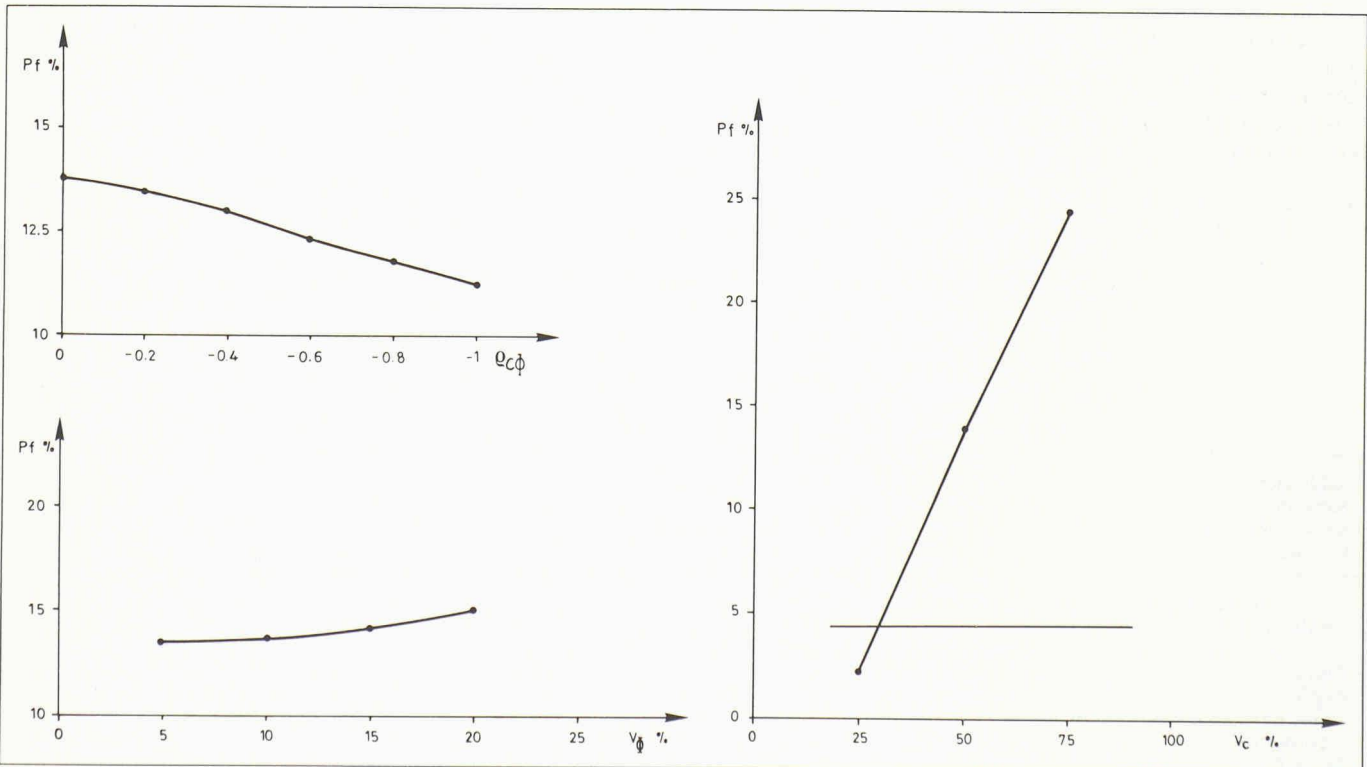
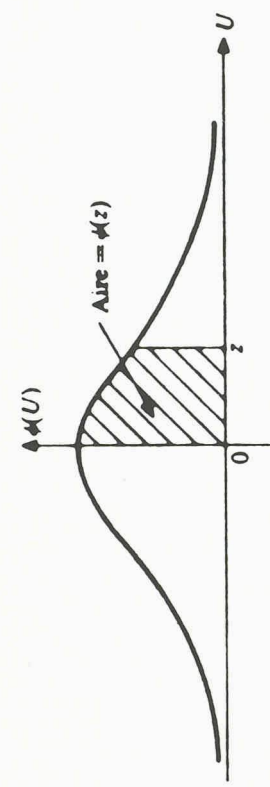


Fig. 4. — Variation de  $pf$  en fonction de la corrélation  $\rho$  entre  $c$  et  $\varphi$ ; (a), en fonction de  $V_c\%$  (b) et en fonction de  $V_\varphi\%$  (c).

TABLEAU 2: Table d'intégrales de la distribution normale



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	003969	007978	011966	015953	019939	023922	027903	031881	035856
.1	039828	043795	047758	051717	055670	059618	063559	067495	071424	075345
.2	079260	083166	087064	090954	094835	098706	102568	106420	110251	114092
.3	117911	121720	125516	129300	133072	136831	140576	144309	148027	151732
.4	155422	159097	162757	166402	170031	173645	177242	180829	184396	187933
.5	191462	194974	198466	201944	205401	208840	212260	215661	219043	222405
.6	225747	229069	232371	235653	234914	242154	245373	248571	251748	254903
.7	258036	261148	264238	257305	270350	273373	276373	279350	282305	285236
.8	288145	291030	293892	296731	299546	302337	305105	307850	310570	313267
.9	315940	318589	321214	323814	326391	328944	331472	333977	336457	338913
1.0	341345	343752	346136	348495	350830	353141	355428	357690	359929	362143
1.1	364334	366500	368643	370762	372857	374928	376976	379000	381000	382977
1.2	384930	386861	388768	390651	392512	394350	396165	397958	399727	401475
1.3	403200	404902	406582	408241	409877	411492	413085	414657	416207	417736
1.4	419243	420730	422196	423641	425066	426471	427855	429219	430563	431888
1.5	433193	434476	435745	436992	438220	439429	440620	441792	442947	444083
1.6	445201	446301	447384	448449	449497	450529	451543	452540	453521	454486
1.7	455435	456367	457284	458185	459070	459941	460796	461636	462462	463273
1.8	464070	464852	465620	466375	467116	467843	468557	469258	469946	470621
1.9	471283	471933	472571	473197	473810	474412	475002	475581	476148	476705
2.0	477250	477784	478308	478822	479325	479818	480301	480774	481237	481691
2.1	482136	482571	482997	483414	483823	484222	484614	484997	485371	485738
2.2	486097	486447	486791	487126	487455	487776	488089	488396	488696	488989
2.3	489276	489556	489830	490097	490358	490613	490863	491109	491344	491576
2.4	491802	492024	492240	492451	492656	492857	493053	493244	493431	493613
2.5	493790	493963	494132	494297	494457	494614	494766	494915	495060	495201
2.6	495339	495473	495604	495731	495855	495975	496093	496207	496319	496427
2.7	496533	496636	496736	496833	496928	497020	497110	497197	497282	497365
2.8	497445	497523	497599	497673	497744	497814	497882	497948	498012	498074
2.9	498134	498193	498250	498305	498359	498411	498462	498511	498559	498605
3.0	498650	498694	498736	498777	498817	498856	498893	498930	498965	498999
3.1	499032	499065	499096	499126	499155	499184	499211	499238	499264	499289
3.2	499313	499336	499359	499381	499402	499423	499443	499462	499481	499499
3.3	499517	499534	499550	499566	499581	499596	499610	499624	499638	499651
3.4	499663	499675	499687	499698	499709	499720	499730	499740	499749	499758
3.5	499767	499776	499784	499792	499800	499807	499815	499822	499828	499835
3.6	499841	499847	499853	499858	499864	499869	499874	499879	499883	499888
3.7	499892	499896	499900	499904	499908	499912	499915	499918	499922	499925
3.8	499928	499931	499933	499936	499938	499941	499943	499946	499948	499950
3.9	499952	499954	499956	499958	499959	499961	499963	499964	499966	499967

donc:

$$\begin{aligned} \bar{F}_S &= 0,144 \cdot 5 + 2,5 \cdot 0,268 = 1,39 \\ S_{F_S}^2 &= 0,128 \\ S_{F_S} &= 0,358 \end{aligned}$$

en utilisant le tableau 2:

$$z = \frac{\bar{F}_S - 1}{S_{F_S}} = \frac{1,39 - 1}{0,358} \cong 1,09$$

$$\psi_{(z)} \cong 0,362$$

$$pf = 0,5 - 0,362 = 0,138$$

$$pf\% = 13,8\%$$

### 3.4 Etude paramétrique

En utilisant les données de base de l'exemple précédent, il est possible d'étudier la variation de *pf* en fonction de la corrélation  $\rho(c\varphi)$  (fig. 4a) et des dispersions sur la cohésion (fig. 4b) et le frottement (fig. 4c). L'influence de chaque paramètre est étudiée en gardant les deux autres constants, ainsi:

4a:  $\rho(c\varphi)$  varie  $V_c = 50\%$   $V_{\varphi} = 10\%$

4b:  $\rho(c\varphi) = 0$   $V_c$  varie  $V_{\varphi} = 10\%$

4c:  $\rho(c\varphi) = 0$   $V_c = 50\%$   $V_{\varphi}$  varie

## 4. Construction d'un abaque $F_S$ - $pf$

Pour des cas simples comme celui présenté au paragraphe précédent il est

possible de compiler des abaques utiles pour le dimensionnement (fig. 5). L'intérêt de ce type d'abaque réside en outre dans le fait de permettre une comparaison aisée entre un indicateur de sécurité classique,  $F_S$ , et un nouveau, beaucoup plus sensible, la probabilité de rupture *pf*.

## 5. Conclusions

Après une brève présentation des méthodes probabilistes et des incertitudes intervenant dans les calculs géotechniques, une application au calcul de stabilité d'un massif homogène, limité par un

### Bibliographie

- [1] ALONSO, E. E., *Risk analysis of slopes and its application to slopes in canadian sensitive clays*. Géotechnique 26, n° 3, 453-472, 1976.
- [2] BOURDEAU, P. L., RECORDON, E., *Dimensionnement des chaussées souples*. Séminaire sur les méthodes probabilistes en géotechnique, EPFL-Ecublens, 1983.
- [3] CHOWDHURY, R. N., ATHANASIOU-GRIVAS, D., *Probabilistic model of progressive failure of slopes*. J. of Geotechnical Eng. Div. ASCE, Vol. 108, n° GT6, pp. 803-819, June, 1982.
- [4] HARR, M. E., *Mécanique des milieux formés de particules*. Presses polytechniques romandes, 1977.
- [5] LOCHER, H. G., *Probabilistische Methoden bei Stabilitätsproblemen in der Geotechnik*, Schweizer Ing. und Architektur, n° 16, 429-434, 1983.
- [6] OBONI, F., BOURDEAU, P. L., *Determination of the critical slip surface in stability problems*. Proc. ICASP-4, Vol. 2, Florence, Italy, 1983.
- [7] RECORDON, E., DESPOND, J. M., *Dispersion des caractéristiques des sols considérés comme homogènes*. IX ICSMFE, Session spéciale n° 6, Tokyo, 1977.
- [8] RECORDON, E., *Dimensionnement des fondations superficielles*. Séminaire sur les méthodes probabilistes en géotechnique, EPFL-Ecublens, 1983.
- [9] SHULTZE, E., *Frequency distributions and correlation of soil properties*. Proc. ICASP 1, Hong-Kong University Press, Hong-Kong, 1972.

plan de glissement et sans nappe phréatique, a été présentée.

En gardant les caractéristiques moyennes  $c, \varphi$  constantes une analyse paramétrique a été effectuée sur:

- la corrélation  $\rho (c\varphi)$
- le coefficient de variation  $V_c$  de la cohésion
- le coefficient de variation  $V_\varphi$  du frottement.

Enfin, à titre d'exemple, un abaque de dimensionnement a été présenté.

L'étude paramétrique a mis en évidence la faible influence sur la probabilité de rupture, pour l'exemple considéré, de la variation de  $\rho (c\varphi)$  et de  $V_\varphi$  en opposition avec les gros changements de  $pf$  en fonction de  $V_c$ . Ces résultats montrent que la pente d'un talus dans un massif cohésif devrait être dimensionnée, du point de vue déterministe, avec un coefficient de sécurité plus grand que celui utilisé pour un massif granulaire. Le facteur de sécurité a été admis distribué normalement pour des raisons pratiques de calcul. Tous les calculs, à l'exception de l'abaque, ont été exécutés à l'aide d'une machine à calculer de poche.

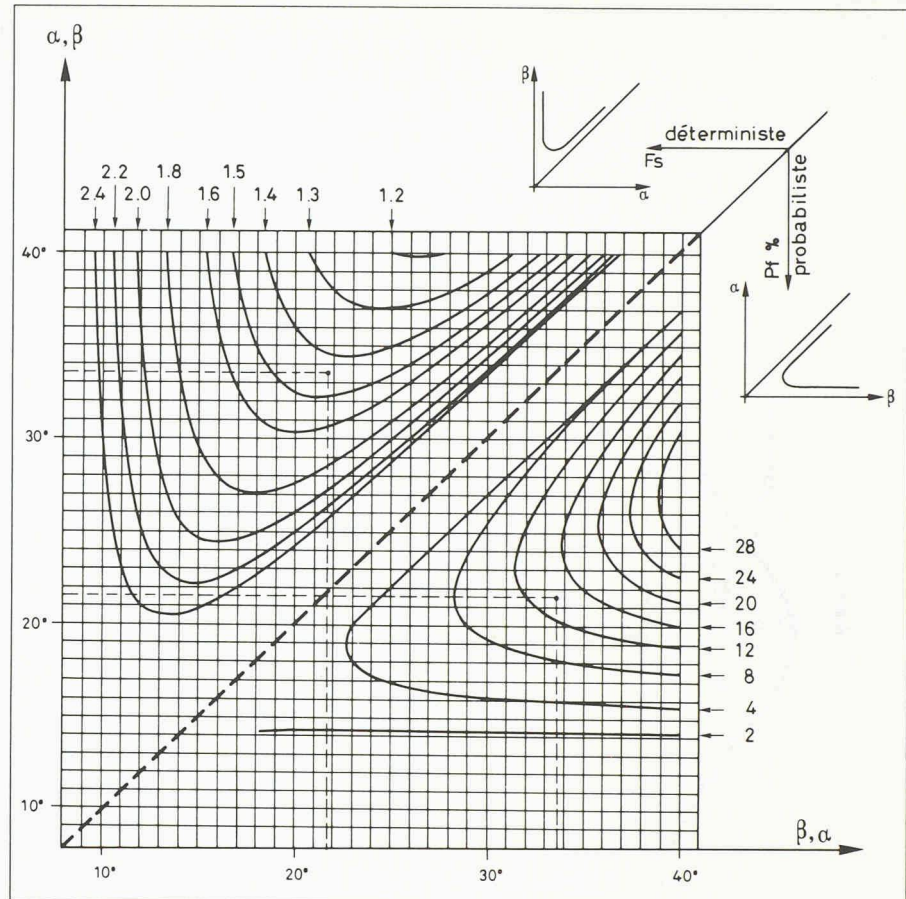


Fig. 5. — Abaque pour la comparaison entre  $F_s$  et  $pf$  pour le cas étudié ( $\rho (c\varphi) = 0$ )

En pointillé: solution pour le cas  $\alpha = 21,8^\circ, \beta = 33,7^\circ$

$F_s = 1,42$  (erreur = +2,15% par rapport à 1,39)

$pf = 14\%$  (erreur = +1,45% par rapport à 13,8%)

N.B. — Pour des raisons d'économie, les courbes d'isovaleurs ont été obtenues par interpolation à partir d'un semis de points. L'erreur pouvant en résulter ne dépasse pas 5% de la valeur cherchée.

Adresse des auteurs:

Franco Oboni, ing. civ. dipl. EPFL  
Tullio Martinenghi, ing. civ. dipl. EPFL  
EPFL-Laboratoire de mécanique des sols  
1015 Lausanne-Ecublens

## Industrie et technique

### Comment en finir avec les barrières de vapeur et rester crédible ?

IAS, N° 26/83 du 22 décembre 1983.

Monsieur le Rédacteur en chef, En introduisant l'article susmentionné de M. Barde, vous incitez vos lecteurs à vous soumettre leur avis «divergent ou pas».

Ayant lu avec attention l'intéressante contribution de M. Barde, je me permets de vous livrer les remarques ci-dessous:

1. Pour nous autres thermiciens, la barrière de vapeur a pour but essentiel la préservation des qualités thermiques de l'isolation, laquelle ne devrait pas

être «mouillée» par des condensations, venant soit par migration de vapeur d'eau, soit par transfert de vapeur par l'air d'inétanchéité.

2. Le «calcul» des barrières de vapeur, tel qu'il est généralement présenté, vérifie que l'eau «formée» en hiver dans les murs puisse être entièrement évacuée l'été. Cela est essentiellement un problème de bonne tenue ou de conservation des matériaux (physicien du bâtiment).
3. Il ne faut pas perdre de vue cependant que la condition nécessaire, mais non suffisante, pour qu'une barrière de vapeur soit efficace, est qu'elle soit étanche à l'air.
4. Cette étanchéité doit être vérifiée dans les deux sens: vers l'extérieur, en

hiver (condensation dans l'isolation); vers l'intérieur, en hiver (infiltrations d'air) et en été (apport d'humidité de l'extérieur, avec même, dans certains cas, des condensations à l'intérieur).

5. En résumé, je donnerais la définition suivante pour la barrière de vapeur: La barrière de vapeur a pour but d'empêcher la pénétration d'humidité, tant par diffusion de vapeur d'eau que par passage d'air. Elle doit donc être étanche aussi bien à l'air qu'à la vapeur d'eau.

En vous remerciant de votre attention, et souhaitant avoir répondu à votre appel, je vous prie de croire, Monsieur le Rédacteur en chef, à mes sentiments les plus cordiaux.

Samuel Rieben  
Chemin Bord d'Aire, 1213 Onex

### Surdimensionnons les chaudières

...mais pas les brûleurs

La plupart des gens s'accordent pour dire qu'il est nécessaire de dimensionner les chaudières au plus juste, d'éviter de les surdimensionner, si l'on tient à obtenir des installations à haut rendement. Or cette affirmation est parfaitement fautive.

Une chaudière n'est en effet rien d'autre qu'un échangeur de cha-

leur: elle permet de transférer la chaleur contenue dans les gaz de combustion à l'eau de chauffage; or chacun sait que plus un échangeur est surdimensionné, meilleur est son rendement. Contrairement à ce que pensent beaucoup de personnes, la chaudière ne produit pas de chaleur: elle ne fait que l'échanger, la production n'incombant qu'au brûleur qui, lui, devra être dimensionné et litré correctement.

Je connais plusieurs cas où le malheureux slogan «il faut di-

mensionner les chaudières au plus juste» a été appliqué. Quels ont été les résultats? tout simplement l'impossibilité d'obtenir une température des gaz de fumée correcte, l'échangeur de chaleur se faisant par trop mal. Ainsi, par exemple, pour une chaudière basse température, destinée à fonctionner avec une température de fumée de 120°C, on n'a pas réussi à descendre en dessous de 200°C! Dans un tel cas il aurait été nécessaire de choisir le modèle de chaudière de taille

supérieure.

En résumé, pour obtenir de bons rendements dans une installation, il faudrait adopter le slogan suivant:

«Surdimensionnons les chaudières, dimensionnons correctement les brûleurs et sous-dimensionnons le litrage de ces derniers... autant que possible!»

Lucien Keller,  
Bureau d'études  
Keller-Burnier,  
1171 Lavigny