

# Les poutres Tensairity, statique élémentaire

Autor(en): **Pedretti, Andrea / Pedretti, Mauro**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Tracés : bulletin technique de la Suisse romande**

Band (Jahr): **131 (2005)**

Heft 04: **Air structurel**

PDF erstellt am: **05.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-99365>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Les poutres *Tensairity*, statique élémentaire

Une analyse précise des structures conçues selon le concept de *Tensairity*<sup>®</sup> est assez compliquée et nécessite l'utilisation de programmes d'éléments finis sophistiqués (voir article pp. 18-19 et [1]<sup>1</sup>). Il est toutefois possible de décrire d'une façon simple et avec une bonne approximation les principes statiques fondamentaux de ces structures [2].

Pour cette démonstration, nous utiliserons une poutre *Tensairity* de longueur  $L$  avec une charge linéaire  $q_l$  (fig. 1).

Pour une poutre simple, le moment maximum  $M$  vaut :

$$M = \frac{q_l L^2}{8} \quad (1)$$

avec un élancement  $\gamma$  de :

$$\gamma = \frac{L}{2R_0} \quad (2)$$

La force maximale de traction  $T$  dans les deux câbles en spirale vaut donc :

$$T = \frac{M}{2R_0} = \frac{q_l L \gamma}{8} \quad (3)$$

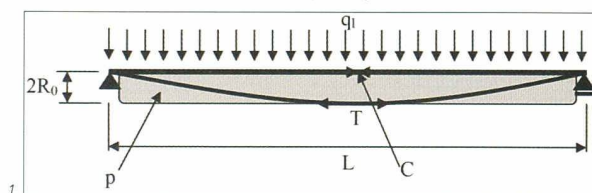
Par ailleurs, les deux câbles en traction pressent contre la membrane du tube sous pression. La tension dans la membrane du tube exerce de son côté une force normale  $f$  sur les deux câbles. La force totale induite dans les deux câbles correspond au produit de cette force normale  $f$  par le rayon de courbure  $\rho$  des câbles. La force de réaction dans les deux câbles sera donc :

$$T = 2 f \rho \quad (4)$$

La courbure des câbles  $\rho$  est donnée par :

$$\rho = R_0 \left( 1 + \frac{\gamma^2}{\pi^2} \right) \cong R_0 \frac{\gamma^2}{\pi^2} \quad (5)$$

l'approximation étant valable pour  $\gamma \gg 1$ .



Plus les tubes seront élancés, plus les deux câbles en spirale seront parallèles à l'axe du tube même. Compte tenu de la pression des câbles sur la membrane, celle-ci va se déformer en deux arcs de cercle, conduisant à la formation de deux cylindres de rayon  $R$  (fig. 2).

Le rayon  $R$  de ces arcs de cercle sera de :

$$R = R_0 \frac{1}{1 + \frac{2\phi}{\pi}} \quad (6)$$

La composante  $n$  d'un câble sur un cylindre de rayon  $R$  ayant une pression interne de  $p$  est de :

$$n = pR \quad (7)$$

La force normale  $f$  correspondant à l'effet des deux cylindres est alors de :

$$f = 2n \sin \phi \quad (8)$$

Pour une pression  $p$  constante, il est possible de combiner les équations 6, 7 et 8 pour écrire :

$$f = 2pR_0 \frac{\sin \phi}{1 + \frac{2\phi}{\pi}} \quad (9)$$

La déformation  $\delta$  est de :

$$\delta = R_0 - R \cos \phi \quad (10)$$

En première approximation, la force normale  $f$  est donnée par :

$$f = p\pi\delta \quad (11)$$

et en seconde par :

$$f = pR_0\pi \frac{\delta}{R_0} \left( 1 - \frac{\delta}{R_0} \right) \quad (12)$$

Pour des déformations assez petites ( $\delta/R_0 < 0,2$ ), la force normale  $f$  vaut approximativement :

$$f \cong \frac{1}{2} pR_0 \quad (13)$$

En combinant l'équation 13 avec les équations 4 et 5, on obtient pour la tension  $T$  dans les câbles :

$$T = pR_0^2 \frac{\gamma^2}{\pi^2} \quad (14)$$

<sup>1</sup> Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie en fin d'article.

Fig. 1 : Poutre Tensairity sous une charge linéaire

Fig. 2 : Interactions membrane - câbles

Fig. 3 : Pressions pour différentes sections des éléments en compression

Fig. 4 : Différentes formes pour des poutres Tensairity

(Tous les documents illustrant cet article ont été fournis par les auteurs)

En admettant que la charge linéaire  $q_l$  soit répartie sur la surface plane du tube pour conduire à une charge surfacique  $q$  :

$$q = \frac{q_l}{2R_0} \quad (15)$$

et en combinant avec les équations 3 et 14, nous pouvons écrire pour la pression  $p$  :

$$p = \frac{\pi^2}{2} q \quad (16)$$

Ce résultat est très surprenant et montre que la pression interne  $p$  d'une poutre Tensairity est indépendante des dimensions ( $L$  et  $R_0$ ) de la poutre même. Pour une charge externe de  $q = 1 \text{ kN/m}^2$ , la pression nécessaire à l'intérieur du tube n'est que de  $p = 5 \text{ kN/m}^2$ , soit 50 mbar !

### Compression sans flambage

Les deux câbles introduisent une force de compression  $C=T$  dans l'élément supérieur (fig. 1). Cet élément en compression est relié sur toute sa longueur avec la membrane du tube gonflé et se comporte ainsi comme une poutre comprimée sur un sol élastique. La charge de flambage d'une telle poutre est donnée par l'équation suivante [3] :

$$P = 2\sqrt{kEI} \quad (17)$$

où  $k$  représente la constante de ressort du sol élastique (en  $\text{N/m}^2$ ),  $E$  le module élastique et  $I$  l'inertie de la poutre. A partir de l'équation 11, nous obtenons :

$$k = \frac{\partial f}{\partial \delta} = p\pi \quad (18)$$

ce qui permet d'écrire pour la charge critique de flambage de notre élément en compression :

$$C = 2\sqrt{p\pi EI} \quad (19)$$

La charge de flambage augmente avec la racine carrée de la pression  $p$ , mais elle est indépendante de la longueur  $L$  de la poutre.

Pour un profil à section mince comme celui idéalisé sur la figure 3, avec une hauteur et une largeur  $a$ , une épaisseur des ailes  $t$  et une résistance à la compression  $\sigma$ , nous pouvons écrire, en partant de l'équation 19 :

$$2\sqrt{p\pi EI} \geq A\sigma = 2at\sigma \quad (20)$$

ce qui conduit à une pression intérieure minimale  $p$  de :

$$p \geq \frac{2\sigma^2 t}{\pi E a} \quad (21)$$

Un élément en compression en bois de section carrée ( $t/a=0,5$ ) est stabilisé contre tout flambement par une pression intérieure de  $p=60 \text{ mbar}$  seulement. Un profil métallique à parois mince nécessite une pression de environ 300 mbar.

### Variation des formes

Si la poutre Tensairity de la figure 1 avait une forme cylindrique, il est possible d'envisager d'autres formes comme celles présentées sur la figure 4.

Différentes poutres de section variable ont été vérifiées par des calculs par éléments finis [1]. Ceux-ci ont montré qu'une poutre en forme de cigare (fig. 4b) est plus rigide que celle de forme cylindrique (fig. 4a). Les formes des figures 4c et 4d - avec des extrémités convergeant vers un point - sont encore plus favorables et rigides. Dans ces cas, la géodésique des câbles dégénère en une ligne droite et les deux câbles peuvent être remplacés par une barre en tension. C'est ainsi que l'on en est arrivé aux formes utilisées par les applications les plus récentes, notamment pour la toiture du parking de la gare à Montreux.

Andrea Pedretti, ing. civil EPFZ  
Mauro Pedretti, dr. sc. tech., ing. civil EPFL  
Airlight Ltd, via Croce 1, CH - 6710 Biasca

### Bibliographie

- [1] A. PEDRETTI, P. STEINGRUBER, M. PEDRETTI AND R.H. LUCHSINGER : « The new structural concept Tensairity : FE-modeling and applications », in A. ZINGONI (éd.) : *Proceedings of the Second International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation*, Lisse (The Netherlands), A.A. Balkema/Swets Zeitlinger, 2004
- [2] R.H. LUCHSINGER, A. PEDRETTI, P. STEINGRUBER AND M. PEDRETTI : « The new structural concept Tensairity : Basic Principles », in A. ZINGONI (éd.) : *Proceedings of the Second International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation*, Lisse (The Netherlands), A.A. Balkema/Swets Zeitlinger, 2004
- [3] I. SZABO : « Höhere Technische Mechanik », Berlin, Springer, 1977

