

Ondes stationnaires et ondes progresasantes dans les antennes

Autor(en): **Metzler, E.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Technische Mitteilungen / Schweizerische Telegraphen- und Telephonverwaltung = Bulletin technique / Administration des télégraphes et des téléphones suisses = Bollettino tecnico / Amministrazione dei telegrafi e dei telefoni svizzeri**

Band (Jahr): **14 (1936)**

Heft 5

PDF erstellt am: **17.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-873456>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Technische Mitteilungen

Herausgegeben von der schweiz. Telegraphen- und Telephon-Verwaltung

Bulletin Technique

Publié par l'Administration des
Télégraphes et des Téléphones suisses



Bollettino Tecnico

Pubblicato dall'Amministrazione
dei Telegrafi e dei Telefoni svizzeri

Inhalt — Sommaire — Sommario: Ondes stationnaires et ondes progressantes dans les antennes. — Technische Neuerungen bei der Stromversorgung der PTT-Gebäudegruppe Bollwerk-Speichergasse, Bern. Perfectionnements techniques apportés à la distribution de l'énergie électrique dans le groupe de bâtiments des PTT Bollwerk-Speichergasse à Berne. — Telephon-Service. — Vom internationalen beratenden Ausschuss für Telegraphie. — Die schweizerische Telegraphie und Telephonie im zwanzigsten Jahrhundert. Les télégraphes et téléphones suisses dès le début du XX^{me} siècle. — Verschiedenes. Divers: Radiowesen und schweizerische Elektrizitätswirtschaft. — Nouvelles extensions du réseau téléphonique interurbain souterrain. Impianto sperimentale di caucciù sintetico. — L'installation de TSF à bord du s/s „Queen Mary“ de la „Cunard White Star Line“. — Par téléphone. — Der Kampf um die ersten und letzten Plätze. — Fachliteratur. Littérature professionnelle. — Mitteilung der Redaktion. Avis de la Rédaction. — Personalmeldungen. Personnel. Personale.

Ondes stationnaires et ondes progressantes dans les antennes.

Par E. Metzler, Berne.

Pour pouvoir réaliser des conditions favorables de radiation, il est indispensable de connaître la répartition du courant dans l'antenne, tant en ce qui concerne l'amplitude que la phase. En principe, cela revient à connaître l'impédance sur toute la longueur de l'antenne, impédance dont la composante réelle au point d'alimentation représente la résistance de rayonnement. Cette résistance fit déjà l'objet de nombreuses études alors que la technique de la télégraphie sans fil en était encore à ses débuts (Abraham, Rüdenberg, Zennek, v. d. Pol, etc.). Depuis lors, plusieurs auteurs se sont efforcés de la déterminer en partant d'hypothèses simplifiées. Pour calculer l'impédance, on peut employer différentes méthodes. Ainsi, l'intégrale linéaire $\int \mathcal{E}_z(z) i(z) dz$ donne les composantes de l'impédance dans l'antenne résultant du champ de surface \mathcal{E}_z se trouvant en phase ou décalé de 90° par rapport au courant.¹⁾ On admet généralement dans ce cas une répartition sinusoïdale du courant dans l'antenne. Par contre, en particulier pour les antennes plus longues qu'une demi-longueur d'onde, l'hypothèse d'une répartition sinusoïdale du courant est inadmissible à cause du courant circulant au nœud.

Dans les pages qui suivent, nous tenterons d'expliquer clairement le phénomène physique de la circulation du courant dans une antenne, par analogie à sa circulation dans une ligne ouverte. Bien qu'il soit nécessaire, pour plus de simplicité, de faire quelques restrictions, nous pensons pouvoir donner finalement une image assez exacte des conditions essentielles. La comparaison entre une antenne et un lacet ouvert et homogène n'est pas tout à fait correcte du fait que dans l'équation des télégraphistes, valable pour le lacet, on admet que la distance entre les fils est petite, alors que dans l'an-

tenne, en raison des phénomènes d'induction par radiation, chaque élément conducteur induit des résistances supplémentaires réactives et non réactives sur toute la longueur du conducteur.²⁾ Ainsi, on ne peut pas considérer absolument l'antenne comme une ligne homogène du fait que ses paramètres et par conséquent aussi son impédance caractéristique varient constamment. Nous avons donc adopté, pour les considérations qui suivent, une impédance caractéristique moyenne et mesuré les longueurs à l'échelle correspondant à la plus petite vitesse (fictive) de propagation dans l'antenne.

Nous verrons plus loin que l'image électrique de l'antenne réfléchi par la surface de la terre est un des facteurs dont dépend la répartition du courant dans les antennes alimentées au milieu. La surface terrestre est considérée comme conductrice parfaite, hypothèse qui, dans la pratique, se trouve suffisamment justifiée pour les environs immédiats de l'antenne, en raison du réseau de fils de terre.

Pour une ligne ouverte on obtient, en partant de l'extrémité libre,

$$\text{pour la tension: } \bar{v}_x = \bar{v}_e \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}$$

$$\text{et pour le courant: } \bar{i}_x = \frac{\bar{v}_e}{\bar{z}} \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2}$$

formules dans lesquelles

\bar{v}_e = tension à l'extrémité libre

$\gamma = \beta + j a$ = constante de vitesse de propagation

\bar{z} = impédance caractéristique.

En termes réels, on aura pour les ondes sinusoïdales un courant

$$(1) \quad i_x = J \left[e^{\beta x} \sin \left(\omega t + \frac{2 \pi x}{\lambda} \right) - e^{-\beta x} \sin \left(\omega t - \frac{2 \pi x}{\lambda} \right) \right]$$

Traduction de l'article qui paraît en allemand dans le N^o 21/1932 du Bulletin de l'ASE.

¹⁾ J. Labus, Z. f. Hochfrequenztechnik und Elektroakustik 41, 27 1933.

²⁾ H. Schmidt, Diss. H. F. Technik und Elektroakustik 40, 158 1932.

Cette formule donne par combinaison deux ondes stationnaires séparées et décalées de 90°³⁾

$$i_x = 2 J \left[\sinh \beta x \cos \frac{2 \pi x}{\lambda} \sin \omega t + \cosh \beta x \sin \frac{2 \pi x}{\lambda} \cos \omega t \right]$$

(Dans l'ouvrage mentionné, les signes des phases ont été intervertis par erreur de sorte que les deux ondes sont réunies par le signe moins.)

Cependant, l'analogie avec la ligne n'existe que si, grâce à une terminaison exacte de la ligne, on a exclusivement affaire à des ondes progressantes, c'est-à-dire que, dans le présent cas, l'antenne devrait être également alimentée par une onde progressive. Cela se comprend sans autre du fait que l'antenne accordée ne doit offrir au point d'alimentation qu'une résistance purement ohmique à laquelle il convient d'adapter la sortie de l'émetteur.

Comme on admet que l'amortissement (par radiation) est réparti uniformément sur toute la longueur de l'antenne (constante β), on peut remplacer la ligne ouverte par une ligne sans amortissement propre, terminée par une résistance ohmique correspondant à la résistance de rayonnement de l'antenne au point d'alimentation. Cette substitution de ligne remplit bien les conditions voulues au point d'alimentation, mais pour une ligne ouverte d'une longueur finie, on doit, pour remplir la condition limite ($x = 0, i = 0$), avoir une onde stationnaire passant par 0 au point d'alimentation ou n'ayant pas de composante réactive par rapport à l'onde progressive.

On peut facilement décomposer le courant dans l'antenne en ondes progressantes et en ondes stationnaires en posant:

$$i_x = J_{ix} \sin \omega t \cos \frac{2 \pi x}{\lambda} - J_{2x} \sin \left(\omega t + \frac{2 \pi x}{\lambda} \right) = J \left(e^{\beta x} \sin \left(\omega t + \frac{2 \pi x}{\lambda} \right) - e^{-\beta x} \sin \left(\omega t - \frac{2 \pi x}{\lambda} \right) \right)$$

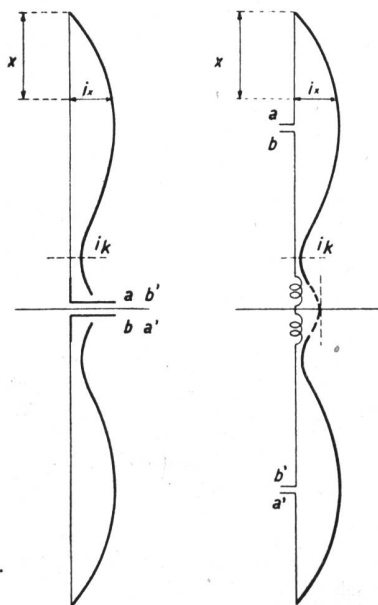


Fig. 1.

Fig. 3.

d'où

$$(2) i_x = 2 J_{01} \left[\cosh \beta x \sin \left(\omega t + \frac{2 \pi x}{\lambda} \right) - e^{-\beta x} \sin \omega t \cos \frac{2 \pi x}{\lambda} \right]$$

Pour $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}$, etc., l'onde stationnaire a des points nodaux, c'est-à-dire que l'antenne n'accuse en ces points qu'une résistance ohmique, comme c'est connu pour les antennes de la longueur $\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}$, etc. Pour l'alimentation au nœud, c'est-à-dire pour les longueurs d'antenne $\frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}$, etc., on a un courant de $2 J \sinh \beta \frac{\lambda}{2} \sin \omega t$; $- 2 J \sinh \beta \lambda \sin \omega t$, etc.

L'onde progressive et l'onde stationnaire ont des phases opposées, de sorte que l'antenne peut aussi être excitée en ces points sans l'adjonction de moyens de syntonisation accessoires.

Contrairement à ce qui se passe pour les antennes excitées à la base, dans lesquelles, à cause de la réflexion à la surface de la terre, les deux sources se superposent, on doit, pour les antennes excitées au sommet, tenir compte de l'influence de l'image réfléchie. Le meilleur moyen d'y parvenir est de superposer les deux répartitions de courant engendrées par le point d'alimentation réel et par celui de l'image, en tenant compte du fait qu'au point d'alimentation, on n'a qu'une onde progressive. Si l'on considère, sur la fig. 2, la partie $ab - l$ (dont la longueur électrique pour une antenne syntonisée est toujours $n \frac{\lambda}{4}$, n étant un nombre entier), on obtient,

en comptant à partir de l'extrémité de l'image, d'après la supposition ci-dessus, la représentation donnée par la figure. Si l'on calcule le courant correspondant à la partie $a'b' = 0$ à partir du point d'alimentation de l'image, on obtient la répartition du courant résultant pour la partie commune $ab - a'b'$.

Pour $\frac{l}{\lambda}$ quelconque, il faut veiller à ce qu'il ne se produise aucun saut de phase au point de mise à terre. On satisfait à cette exigence en insérant dans le circuit des moyens d'accord accessoires, soit pour $\frac{l}{2} < \frac{\lambda}{2}$ une inductance, pour $\frac{\lambda}{2} < \frac{l}{2} < \frac{3\lambda}{4}$ une capacité ou une inductance, suivant que l'on accorde

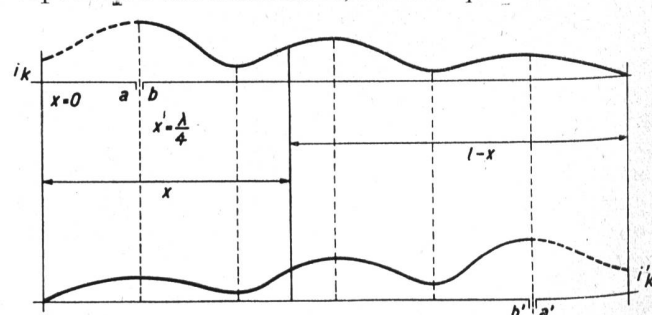


Fig. 2.

³⁾ W. Berndt und A. Gothe, Telefunkenzeitung 72, S. 8.

l'antenne sur demi-onde ou quart d'onde. Le cas le plus intéressant en pratique concerne les longueurs d'antennes $\frac{\lambda}{2} \leq \frac{l}{2} < \frac{3\lambda}{4}$

Il est facile de démontrer que la phase, à la base, pour la partie de l'antenne qui nous intéresse $x = \frac{\lambda}{4} \div \frac{l}{2}$, n'a de l'importance que dans les expressions relatives aux ondes partant du point réel d'alimentation.

Pour la phase qui doit être corrigée à la base de l'antenne, il est évident qu'on doit avoir

$$\frac{2\pi \frac{l}{2}}{\lambda} + \psi = \frac{3\pi}{2} \text{ d'où } \psi = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi l}{\lambda}$$

On obtient la même valeur pour l'image réfléchie ce qui nous donne:

(3) a) $i_x' = J' \left[e^{\beta x} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda} \right) - e^{-\beta x} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right]$ pour l'image;

b) $i_x'' = J' \left[e^{\beta(l-x)} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}(l-x) + 2\psi \right) - e^{-\beta(l-x)} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(l-x) - 2\psi \right) \right]$ pour l'antenne.

En introduisant dans cette équation la valeur de ψ , on simplifie (3b) en

(5) $i_x = 2J' \left[e^{\beta x} \left(1 + e^{-\beta l} \right) \sin \omega t \cos \frac{2\pi x}{\lambda} - \left(\cosh \beta x + \cosh \beta (x-l) \right) \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right]$

Cette expression doit remplir certaines conditions:

1° D'après les constatations précédentes (nous mesurons avec la longueur d'onde raccourcie), l'onde stationnaire au point d'alimentation doit passer par 0 ou bien être en phase ou en opposition de phase avec l'onde progressante, ce qui se produit sans autre du fait que

$$i_{\frac{\lambda}{2}} = 2J' \left[-e^{\beta \frac{\lambda}{2}} \left(1 + e^{-\beta l} \right) \sin \omega t + \left(\cosh \beta \frac{\lambda}{2} + \cosh \beta \left(\frac{\lambda}{2} - l \right) \right) \sin \omega t \right]$$

$$= -J' \left[\left(\sinh \beta \frac{\lambda}{2} + \sinh \beta \left(\frac{\lambda}{2} - l \right) \right) \sin \omega t \right].$$

3° Pour $l = \lambda$ (antenne demi-onde alimentée au milieu), il ne circule aucun courant à la base $x = \frac{\lambda}{2}$ $i_{\frac{\lambda}{2}} = -J' \left(\sinh \beta \frac{\lambda}{2} + \sinh \beta \left(-\frac{\lambda}{2} \right) \right) \sin \omega t = 0$.

Etant partis d'une équation fondamentale sans conditions finales déterminées, nous devons fixer le rapport des amplitudes maximum pour (2) et (5); ceci équivaut à exiger que les amplitudes au point d'alimentation soient égales, et, naturellement, que les deux courants soient en phase.

De (2) on obtient:

$$i_x = -J \left(e^{\beta \frac{\lambda}{4}} + e^{-\beta \frac{\lambda}{4}} \right) \cos \omega t = -2J \cosh \beta \frac{\lambda}{4} \cos \omega t.$$

$$i_x'' = J' \left[e^{-\beta(l-x)} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda} \right) - e^{\beta(l-x)} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right]$$

Le courant total devient (4)

$$i_x = J' \left[e^{\beta x} \left(1 + e^{-\beta l} \right) \sin \left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda} \right) - e^{-\beta x} \left(1 + e^{\beta l} \right) \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right]$$

Les équations concernant les deux images de courant (fig. 2) ne doivent pas être appliquées au delà du point d'alimentation correspondant, ce qui reviendrait à déplacer le point d'alimentation. Si, par extrapolation, on va plus loin que le point d'alimentation effectif jusqu'à l'extrémité de l'antenne ou de l'image réfléchie, on obtient un courant

$i_K = i_{K'} = J' \sinh \beta \frac{3\lambda}{2}$ qui correspondrait à une alimentation au nœud, ce qui n'est pas le cas.

Le courant sur les sections $x = 0 \div \frac{\lambda}{4}$ et

$(l-x) = \left(l - \frac{\lambda}{4} \right) \div l$ se déduit simplement de l'équation (2), les équations (2) et (5) devant donner au point d'alimentation le même courant en phase et en amplitude.

En séparant (4) en une onde progressante et une onde stationnaire, on obtient, d'après la formule déjà utilisée:

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = 0.$$

2° Le courant au nœud ($x = \frac{\lambda}{2}$) est en phase ou en opposition de phase avec l'onde progressante

De (5) on obtient:

$$i_x = -2J' \left(\cosh \beta \frac{\lambda}{4} + \cosh \beta \left(\frac{\lambda}{4} - l \right) \right) \cos \omega t;$$

les conditions de phase sont réalisées. Si l'on adopte J' comme unité, J devient $1 + \frac{\cosh \beta \left(\frac{\lambda}{4} - l \right)}{\cosh \beta \frac{\lambda}{4}}$

On peut alors vérifier l'exactitude de l'équation de courant ainsi obtenue. Si nous posons $l = \lambda$ correspondant à l'antenne demi-onde, nous devons, en comptant depuis le point d'alimentation, obtenir, dans les deux directions, pour des distances égales a , des courants égaux, à cause de la symétrie. On a donc

$$2 \left(1 + \frac{\cosh \beta \left(-\frac{3\lambda}{4} \right)}{\cosh \beta \frac{\lambda}{4}} \right) \left[\cosh \beta \left(\frac{\lambda}{4} - a \right) \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{4} - a \right) \right) - e^{-\beta \left(\frac{\lambda}{4} - a \right)} \sin \omega t \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{4} - a \right) \right]$$

$$= 2 \left[e^{\beta \frac{\lambda}{4}} \left(1 + e^{-\beta \lambda} \right) \sin \omega t \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{4} + a \right) - \left(\cosh \beta \left(a - \frac{3\lambda}{4} \right) \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{\lambda}{4} + a \right) \right) \right) \right]$$

La résolution de cette équation donne la symétrie cherchée. Sur la base de ces résultats, on peut facilement représenter graphiquement les conditions de phase et d'amplitude dans l'antenne.

Nous reprenons à cet effet une proposition présentée par Schulz⁴). Les fig. 4—6 montrent des instantanés de l'état oscillatoire d'une antenne de la longueur $\frac{l}{2} = \frac{3\lambda}{2}$ alimentée à sa base. Les deux

corps de révolution avec leur génératrice $e^{-\beta x}$ et $\cosh \beta x$ présentent une section commune perpendiculaire à l'axe ($x = 0$). Au temps t , l'oscillation stationnaire a la forme d'une onde sinusoidale plane amortie dont le plan d'oscillation est décalé de ωt par rapport à la surface 0. L'onde progressante, qui est également une onde sinusoidale amortie, tourne autour de l'axe x avec l'angle de phase spacial par rapport à l'onde stationnaire. La résultante de ces deux ondes obtenues par addition vectorielle indique l'état momentané du courant dans l'antenne. Par projection sur une surface perpendiculaire à l'axe, on obtient

une représentation conforme aux diagrammes de Breisig.

Du fait qu'aucune onde stationnaire ne doit se manifester au point d'alimentation, on peut déduire la phase φ qui est donnée par l'équation.

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{1}{2} \frac{e^{-\beta x} \sin \left(\frac{4\pi x}{\lambda} \right)}{\cosh \beta x - e^{-\beta x} \cos^2 \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right)} \quad (6)$$

Les fig. 4—6 indiquent la variation de la phase lorsqu'on additionne au vecteur de l'onde progressante la composante de même phase de l'onde stationnaire. L'angle compris entre le vecteur en résultant et la composante restante de l'onde stationnaire doit être égal à φ .

On peut aussi chercher à déterminer la variation de la résistance de rayonnement R_s en se basant sur la condition

$$\int_{ab}^2 R_s = \int_0^{l/2} \int_x^2 r dx = \text{const.}$$

L'intégration donne une forme implicite en β qui se-

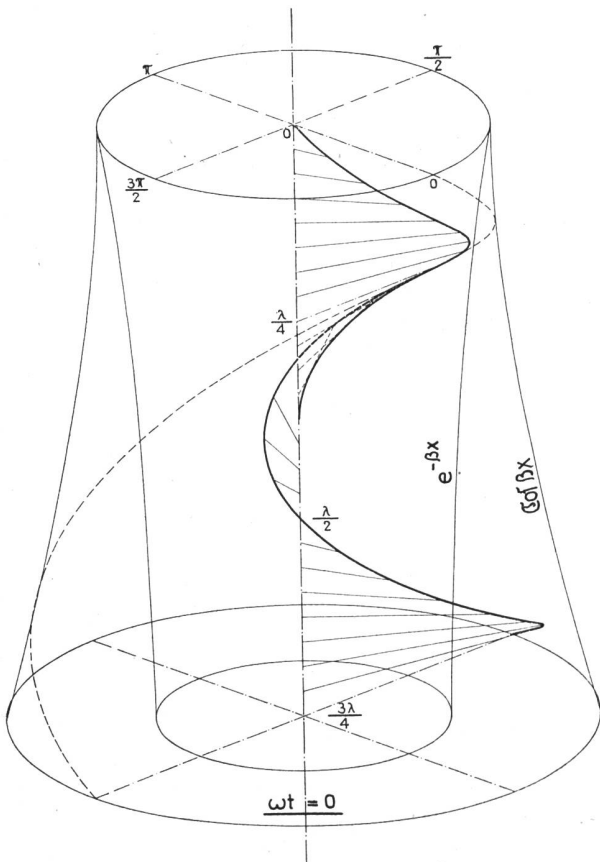


Fig. 4.

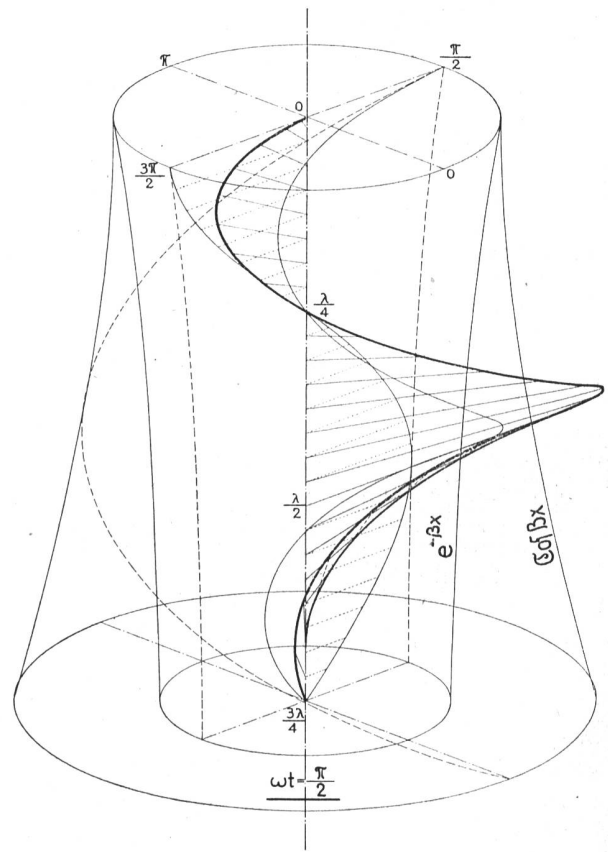


Fig. 5.

⁴) Schulz. Theorie des Fernsprechens T. F. T. 1927.

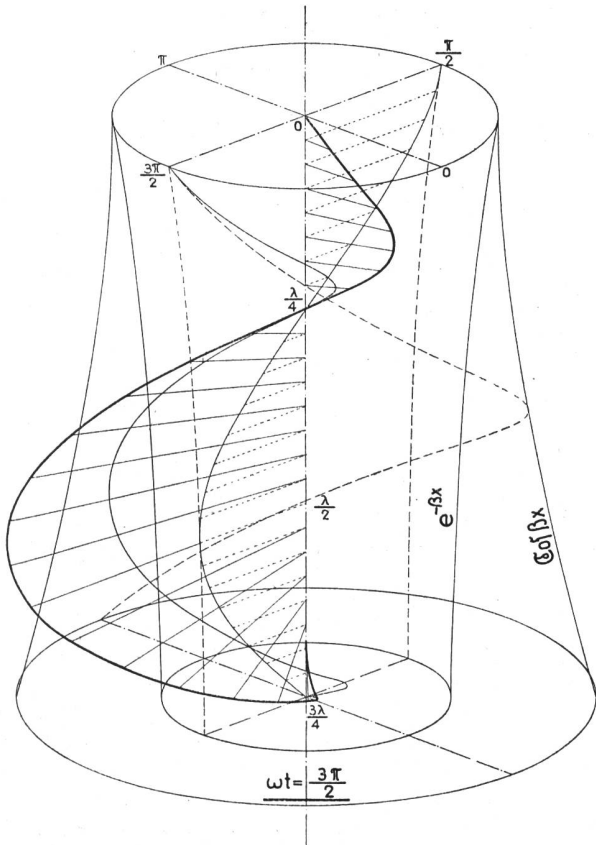


Fig. 6.

rait à résoudre graphiquement. Les difficultés rencontrées dans l'application de cette méthode de détermination de la résistance de rayonnement, partant de la répartition exacte du courant dans l'antenne, ont déjà été signalées.⁵⁾

Diagramme vertical du rayonnement.

La déduction la plus importante que le constructeur d'antenne peut tirer de la connaissance de la répartition du courant est la caractéristique verticale de rayonnement. Suivant Hertz, un élément de dipôle dx , parcouru par un courant

$$i_x = I_0 \sin \omega t$$

engendre à la distance r ($r >$ quelques longueurs d'ondes) une intensité de champ électrique de

$$d\mathcal{E}^m \text{ V/m} = \frac{2\pi \cdot c \cdot 10}{\lambda \cdot r} I_0 dx \cos \varphi \sin \left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda} \right)$$

$$\mathcal{E}(\varphi) = E_{00} \cos \varphi \left[\int_{x=0}^{l/2} \sinh \beta x \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \left(\frac{2\pi \left(\frac{l}{2} - x \right)}{\lambda} \sin \varphi \right) dx + j \int_{x=0}^{l/2} \cosh \beta x \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \left(\frac{2\pi \left(\frac{l}{2} - x \right)}{\lambda} \sin \varphi \right) dx \right] \quad (8)$$

Il est relativement facile de faire l'intégration en introduisant les fonctions hyperboliques et trigonométriques sous forme exponentielle.

On a

$$\sinh \beta x = \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{2} \quad \cosh \beta x = \frac{e^{\beta x} + e^{-\beta x}}{2}$$

(c = vitesse de la lumière)

(φ = angle de direction)

r étant fonction de la hauteur de l'élément de dipôle au-dessus du sol, les diverses fractions de radiation du dipôle parviennent au poste récepteur en phases différentes. Il est facile de saisir les conditions de phase si, avec la représentation de chaque élément de dipôle, on considère également la représentation de son image réfléchie. Toutes les radiations partielles en résultant ont ainsi la phase du point de base⁶⁾, l'amplitude, ainsi qu'on peut le constater facilement, étant proportionnelle à

$$\cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \sin \varphi \right).$$

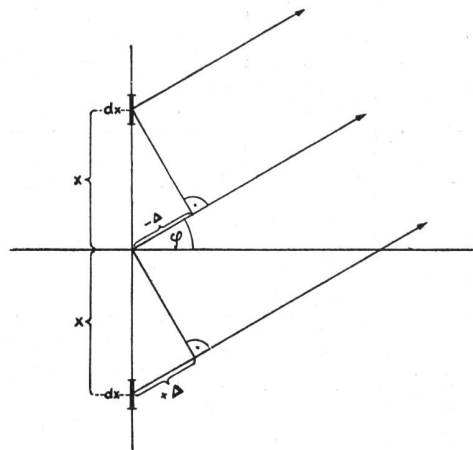


Fig. 7.

L'intensité de champ totale en mV/m à une distance de r km du poste émetteur sous l'angle d'élevation φ par rapport à l'horizontale est

$$\mathcal{E}(\varphi) = \frac{120\pi}{\lambda \cdot r} \cos \varphi \int_0^{l/2} i_x \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \sin \varphi \right) dx \quad (7)$$

formule dans laquelle λ représente la longueur d'onde en m, et i le courant en ampères.

Calculons maintenant la caractéristique verticale d'une antenne excitée à sa base en tenant compte de la répartition de courant donnée dans l'équation (2). On transforme l'équation en groupant les valeurs effectives des termes de même phase et on obtient suivant (7)

⁵⁾ E. Siegel und J. Labus, Z. f. Hochfr. und El. Akustik 43, 166. 1934.

⁶⁾ Balth v. d. Pol, Ueber die Wellenlängen und Strahlung mit Kapazität und Selbstinduktion beschwerter Antennen. Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie 13, 1918.

$$\sin \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{e^{j\frac{2\pi x}{\lambda}} - e^{-j\frac{2\pi x}{\lambda}}}{2j} \quad \cos \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{e^{j\frac{2\pi x}{\lambda}} + e^{-j\frac{2\pi x}{\lambda}}}{2}$$

$$\frac{l}{2} = l' \quad \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} (l' - x) \sin \varphi \right) = \frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (l' - x) \sin \varphi} + e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (l' - x) \sin \varphi}}{2}$$

posons en outre

$$\frac{2\pi l'}{\lambda} \sin \varphi = k_0 \quad \frac{2\pi}{\lambda} (1 + \sin \varphi) = k_1 \quad \frac{2\pi}{\lambda} (1 - \sin \varphi) = k_2 \quad \frac{2\pi l'}{\lambda} = k_3$$

Par l'intégration, les termes réels et imaginaires se mêlent et après quelques calculs accessoires, on obtient:

$$\int_0^{l'} (\xi(x) + j\chi(x)) dx = \frac{1}{2} \left[\frac{\cosh(\beta x + j(k_1 x - k_0))}{\beta + jk_1} + \frac{\cosh(\beta x + j(k_2 x + k_0))}{\beta + jk_2} \right]_0^{l'} + \bar{C}$$

Du fait que $\cosh(a + jb) = \cosh a \cos b + j \sinh a \sin b$, la parenthèse devient

$$\frac{1}{2} \left[\frac{\cosh \beta x \cos(k_1 x - k_0) + j \sinh \beta x \sin(k_1 x - k_0)}{\beta + jk_1} + \frac{\cosh \beta x \cos(k_2 x + k_0) + j \sinh \beta x \sin(k_2 x + k_0)}{\beta + jk_2} \right]$$

En multipliant les expressions entre parenthèses par $\beta - jk_1$ et $\beta - jk_2$ respectivement et en groupant les termes réels et imaginaires, on obtient en posant les limites:

$$\int_0^{l'} (\xi(x) + j\chi(x)) dx = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\beta^2 + k_1^2} \left\{ \beta \cosh \beta l' \cos k_3 + k_1 \sinh \beta l' \sin k_3 - \beta \cos k_0 \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{\beta^2 + k_2^2} \left\{ \beta \cosh \beta l' \cos k_3 + k_2 \sinh \beta l' \sin k_3 - \beta \cos k_0 \right\} \right. \\ \left. + \frac{j}{\beta^2 + k_1^2} \left\{ \beta \sinh \beta l' \sin k_3 - k_1 \cosh \beta l' \cos k_3 + k_1 \cos k_0 \right\} \right. \\ \left. + \frac{j}{\beta^2 + k_2^2} \left\{ \beta \sinh \beta l' \sin k_3 - k_2 \cosh \beta l' \cos k_3 + k_2 \cos k_0 \right\} \right] \quad (9) a$$

La constante d'intégration devient 0 du fait que pour $l = 0$ on a $E = 0$ et la caractéristique verticale cherchée est ainsi

$$(9) \quad \mathcal{E}(\varphi) = E_{00} \cos \varphi \int_0^{l'} (\xi(x) + j\chi(x)) dx$$

En considérant la formule (9), on constate que en (9a), la partie réelle et la partie imaginaire de l'intégrale ne peuvent pas passer ensemble par 0; on peut en tirer la conclusion importante que le champ disparaît seulement pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Jusqu'à présent cependant, on n'a jamais tenu compte de ce fait dans les calculs d'antennes.⁷⁾

Pour les antennes alimentées au milieu, le courant des deux côtés du point d'alimentation est repré-

senté par des expressions différentes. Il faut en tenir compte lors de l'intégration de l'intensité de champ pour cette antenne; par ailleurs, on procède de la même manière que pour l'antenne alimentée à la base.

La déduction donnée ci-dessous pour le cas du diagramme vertical de l'antenne alimentée au milieu se borne aux points principaux. On fait l'intégration pour $0 \div \frac{\lambda}{4}$ (point d'alimentation) et $\frac{\lambda}{4} \div l'$; l'équa-

tion (2) s'appliquant pour $0 \div \frac{\lambda}{4}$ et l'équation (4)

pour $\frac{\lambda}{4} \div l'$. On introduit encore dans l'équation (2)

le facteur d'adaptation de l'amplitude et l'intégrale prend la forme:

$$\int_0^{l'} (\xi_1(x) + j\chi_1(x)) dx = \left[\frac{\cosh(\beta x + j(k_1 x - k_0))}{\beta + jk_1} + \frac{\cosh(\beta x + j(k_2 x + k_0))}{\beta + jk_2} \right]_0^{\frac{\lambda}{4}} \left(1 + \frac{\cosh \beta \left(\frac{\lambda}{4} - l' \right)}{\cosh \beta \frac{\lambda}{4}} \right)$$

⁷⁾ Voir, même auteur, Z. f. H. und El. Ak. 47, 155.

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \frac{\cosh(\beta x + j(k_1 x - k_0))}{\beta + j k_1} + \frac{\cosh(\beta x + j(k_2 x + k_0))}{\beta + j k_2} \right\}^{\frac{l'}{4}} \\
 & + \left\{ \frac{\cosh\{\beta(x-l) + j(k_2 x - k_0)\}}{\beta + j k_1} + \frac{\cosh\{\beta(x-l) + j(k_2 x + k_0)\}}{\beta + j k_2} \right\}^{\frac{l'}{4}} + \bar{C}
 \end{aligned}$$

Introduisons encore les abréviations :

$$k_1 \frac{\lambda}{4} - k_0 = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 + \left(1 - \frac{4l'}{\lambda}\right) \sin \varphi \right\} = k_4 \quad k_2 \frac{\lambda}{4} + k_0 = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{4l'}{\lambda}\right) \sin \varphi \right\} = k_5$$

et nous obtenons

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{l'} (\xi_1(x) + j \chi_1(x)) dx \tag{10. a} \\
 & = \left[\frac{1}{\beta^2 + k_1^2} \left\{ k_1 \sin k_4 \sinh 2\beta l' - \beta \left(\cosh \beta \frac{\lambda}{4} + \cosh \beta \left(\frac{\lambda}{4} - l \right) \right) \cos k_0 + 2\beta \cos k_3 \cosh \beta l' \cosh \beta \frac{\lambda}{4} \right\} \right. \\
 & + \frac{1}{\beta^2 + k_2^2} \left\{ k_2 \sin k_5 \sinh 2\beta l' - \beta \left(\cosh \beta \frac{\lambda}{4} + \cosh \beta \left(\frac{\lambda}{4} - l \right) \right) \cos k_0 + 2\beta \cos k_3 \cosh \beta l' \cosh \beta \frac{\lambda}{4} \right\} \\
 & + \frac{j}{\beta^2 + k_1^2} \left\{ \beta \sin k_4 \sinh 2\beta l' + k_1 \left(\cosh \beta \frac{\lambda}{4} + \cosh \beta \left(\frac{\lambda}{4} - l \right) \right) \cos k_0 - 2k_1 \cos k_3 \cosh \beta l' \cosh \beta \frac{\lambda}{4} \right\} \\
 & \left. + \frac{j}{\beta^2 + k_2^2} \left\{ \beta \sin k_5 \sinh 2\beta l' + k_2 \left(\cosh \beta \frac{\lambda}{4} + \cosh \beta \left(\frac{\lambda}{4} - l \right) \right) \cos k_0 - 2k_2 \cos k_3 \cosh \beta l' \cosh \beta \frac{\lambda}{4} \right\} \right] \cdot \frac{1}{\cosh \beta \frac{\lambda}{4}} + \bar{C}
 \end{aligned}$$

Le diagramme vertical de l'antenne alimentée au milieu devient ainsi :

$$(10) \quad \mathcal{E}(\varphi) = E_{01} \cos \varphi \int (\xi_1(x) + j \chi_1(x)) dx$$

Comme nous nous y attendions, l'expression est, dans sa forme, la même que pour l'antenne alimentée à la base. Comme cas limite, pour $l = 2l' = \frac{\lambda}{2}$ ($\frac{\lambda}{4}$ antenne), l'antenne alimentée au milieu passe dans l'antenne alimentée à la base. Si l'on pose dans les équations (9) et (10) $l = \frac{\lambda}{2}$, on obtient en fait, en tenant compte que

$$\sinh \beta \frac{\lambda}{2} = 2 \sinh \beta \frac{\lambda}{4} \cdot \cosh \beta \frac{\lambda}{4}$$

la concordance des deux diagrammes verticaux.

Exemples numériques de la répartition du courant et des diagrammes verticaux des antennes alimentées à la base et au milieu.

A titre de comparaison, on a calculé, au moyen des formules obtenues, le courant et le diagramme vertical d'une antenne de chacun des types considérés. La technique des lignes nous enseigne que, pour les hautes fréquences, la valeur approximative de β est représentée par l'expression

$$\beta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Pour les antennes, on peut encore simplifier et

poser $\beta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{2 Z_A}$ expression dans laquelle

R = résistance/unité de longueur et Z_A = impédance caractéristique moyenne. Pour la fonction

de la résistance, on trouve des données dans la littérature.⁵⁾ Comme impédance caractéristique, nous choisissons $Z_A = 210$ ohms. Les fig. 8 et 9 représentent les répartitions de courant trouvées pour une antenne alimentée à la base et pour une antenne alimentée au milieu (d'après les équations (2) et (5) en choisissant I_{max} égal dans les deux cas). On reconnaît aisément que le courant au nœud est plus élevé dans l'antenne alimentée à la base. A ces deux figures correspondent les deux diagrammes verti-

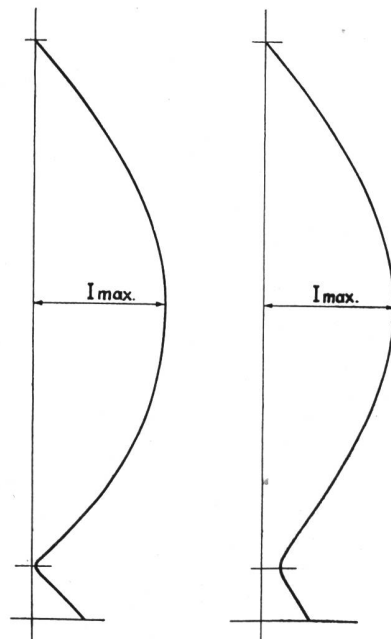


Fig. 8 et 9.

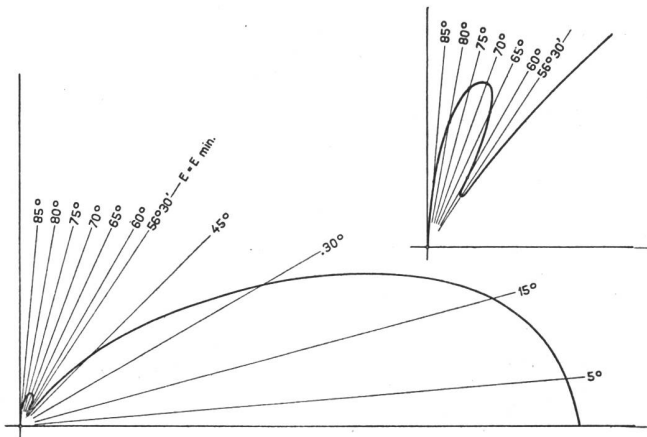


Fig. 10.

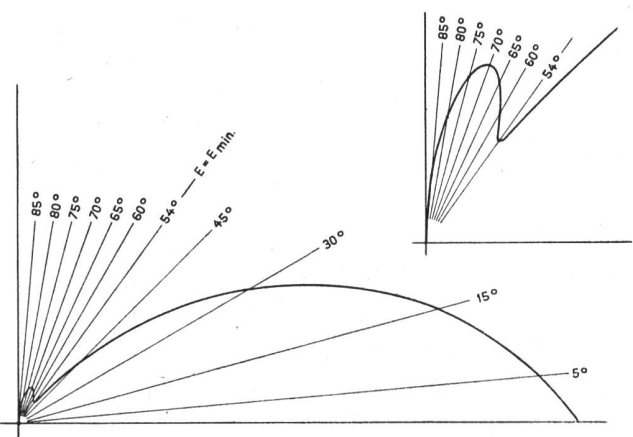


Fig. 11.

caux représentés aux fig. 10 et 11 qui indiquent les différentes valeurs des minimums d'intensité de champ correspondant aux différentes valeurs de courant au nœud. Pour établir une autre comparaison, on a calculé le diagramme correspondant en adoptant l'hypothèse ordinaire d'une répartition sinusoidale du courant (fig. 12).

A l'angle 0, qui dans la fig. 12 est déterminé par l'expression $\cos\left(\frac{2\pi h}{\lambda} \sin \varphi\right) = 0$, dans laquelle h représente la hauteur effective résultante, correspond, dans les fig. 10 et 11, un minimum d'intensité de champ $\frac{d}{d\varphi} E(\varphi) = 0$. Des résultats analogues sont publiés dans l'ouvrage déjà cité de Berndt et Gothe.³⁾

Résumé.

Le courant circulant dans les antennes alimentées à la base et au milieu est composé d'ondes progressives et d'ondes stationnaires. D'après les conditions créées par l'onde progressive pour le courant au point d'alimentation, on peut déterminer la phase et l'intensité du courant dans l'antenne. De la répartition du courant dans l'antenne alimentée à la base et au milieu, on a déduit le diagramme

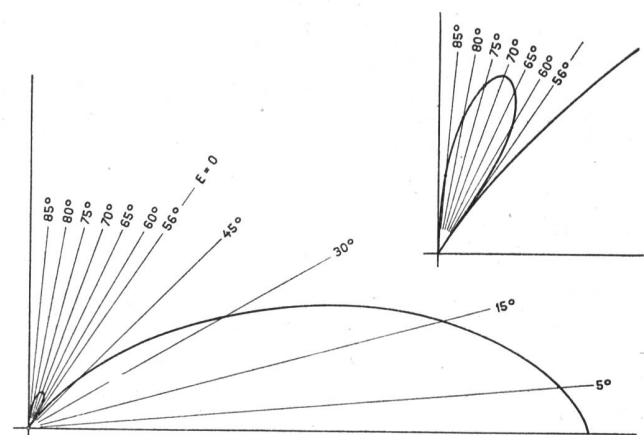


Fig. 12.

vertical de l'intensité de champ, calculé 2 exemples pratiques et comparé les résultats avec celui obtenu par la méthode usuelle. A la composition complexe du courant dans l'antenne correspond une composition identique du champ, ce que montre à l'évidence l'absence de l'angle avec rayonnement zéro (lors du changement de phase) pour les antennes surélevées.

Technische Neuerungen bei der Stromversorgung der PTT-Gebäudegruppe Bollwerk-Speichergasse, Bern.

(Fortsetzung und Schluss.)

Die Art der *Hauptmesseinrichtung* ist vertraglich festgelegt. Sie besteht aus zwei vollständig getrennten Meßsätzen mit je 3 Präzisionsstromwandlern und je einem Wirk- und einem Blindleistungszähler. Dem Wirkleistungszähler des Meßsatzes E. W. B. ist ein Maxigraph beigegeben worden, der die Fünfminutenmittelwerte registriert und das grösste aufgetretene Maximum (ebenfalls Fünfminutenmittelwert) anzeigt. Eine von diesem Instrument aufgezeichnete Tagesbelastungskurve ist in Abb. 11 wiedergegeben.

Perfectionnements techniques apportés à la distribution de l'énergie électrique dans le groupe de bâtiments des PTT Bollwerk-Speichergasse à Berne.

(Suite et fin.)

La nature de l'*installation principale de mesure* est fixée par contrat. Elle comprend deux dispositifs de mesure entièrement distincts, comportant chacun 3 transformateurs d'intensité de précision, un compteur de courant effectif et un compteur de courant dévatté. Le compteur de courant effectif du dispositif de mesure E. W. B. est complété par un maxigraphe, qui enregistre les valeurs moyennes des cinq minutes et indique le maximum atteint (également en valeur moyenne des cinq