

Zeitschrift: Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

Band: 28 (1950)

Heft: 9

Artikel: Neue Entwicklung in der Nachrichtentheorie

Autor: Shannon, C. E.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-874388>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

TECHNISCHE MITTEILUNGEN

HERAUSGEGEBEN VON DER SCHWEIZERISCHEN POST-, TELEGRAPHEN- UND TELEPHONVERWALTUNG

BULLETIN TECHNIQUE / BOLLETTINO TECNICO

PUBLIÉ PAR L'ADMINISTRATION DES POSTES, TÉLÉGRAPHES ET TÉLÉPHONES SUISSES

PUBBLICATO DALL'AMMINISTRAZIONE DELLE POSTE, DEI TELEGRAFI E DEI TELEFONI SVIZZERI

Neuere Entwicklungen in der Nachrichtentheorie*)

Von C. E. Shannon, Murray-Hill, New Jersey

621.392

Die neueren Modulationssysteme, wie zum Beispiel Frequenzmodulation (FM), Impulslagemodulation (PPM) und Impulscodemodulation (PCM), besitzen die interessante Eigenschaft, dass es bei ihnen möglich ist, einen Verlust an Bandbreite gegen eine Vergrößerung des Verhältnisses von Nutzsignal zu Störsignal (im folgenden kurz Nutz-Störverhältnis genannt) einzutauschen. Dies bedeutet nichts anderes als die Möglichkeit, dieselbe Nachrichtenmenge mit einem Sender kleinerer Leistung zu übertragen, vorausgesetzt, dass wir eine Vergrößerung der Bandbreite in Kauf nehmen wollen. Andererseits ist es mit PCM möglich, eine geringere Bandbreite durch eine Vergrößerung der Leistung zu erreichen. Die Entwicklungen dieser Modulationssysteme haben eine Überprüfung der gesamten Nachrichtentechnik nach sich gezogen. Die wichtigsten Arbeiten auf diesem Gebiete stammen von *Gabor*, *Wiener*, *Tuller*, *Sullivan* und vom Verfasser.

Die Grundideen der Nachrichtentheorie sind nicht neu. Wichtige Pionierarbeit wurde schon durch *Nyquist* und *Hartley* in den zwanziger Jahren geleistet, und einzelne Wurzeln gehen sogar bis auf den Physiker *Boltzmann* ins 19. Jahrhundert zurück. Bei den neueren Entwicklungen dagegen wurden Faktoren in Betracht gezogen, die früher unbeachtet geblieben waren. Ganz besonders haben wir heute ein bedeutend grösseres Verständnis über den Einfluss von Störungen auf den Übertragungskanal und über die Bedeutung der statistischen Eigenschaften der zu übermittelnden Nachrichten.

Im vorliegenden Artikel soll das Wesentliche der neueren Arbeiten mit möglichst wenig Mathematik beschrieben werden. Da diese Theorie jedoch aus

der Mathematik hervorgegangen ist, bedeutet dies eine Einbusse an logischer Strenge. Für das eingehende Studium sei der Leser auf die Bibliographie verwiesen.

Den Aufbau des Nachrichtensystems, das die Grundlage der meisten Untersuchungen bildet, zeigt Fig. 1. Es besteht aus einer Nachrichtenquelle, die die zu übermittelnde Information (im nachrichtentheoretischen Sinne bedeutet Information das Vorhandensein der Nachricht und die gleichzeitige Kenntnis des Schlüssels zu deren Interpretation) in Rohform produziert, einem Sender, der diese Information chiffriert bzw. moduliert, um sie so in eine für den Übertragungskanal geeignete Form zu bringen, durch welchen die chiffrierte bzw. modulierte Nachricht

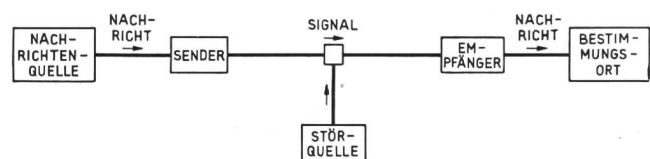


Fig. 1. Allgemeines Nachrichtensystem

dem Empfangsort zugeführt wird. Während des Übertragungsvorganges kann das Signal durch Störungen beeinträchtigt werden (in der Figur schematisch durch eine Störquelle dargestellt). Das empfangene Signal wird durch den Empfänger, der das ankommende Signal dechiffriert bzw. demoduliert, dem Bestimmungsort der Nachricht zugeführt.

Es ist offensichtlich, dass dieses System allgemein genügend ist, um den Grossteil aller Übertragungsprobleme einzuschliessen, sofern die verschiedenen Elemente entsprechend interpretiert werden. So ist zum Beispiel beim Fernsehen die Nachrichtenquelle die Bühne, die Nachricht selbst wird dargestellt durch den Ausgang der Kamera, und das Signal befindet sich am Ausgang des Senders.

*) Mit freundlicher Erlaubnis der McGraw-Hill Publishing Company Inc., New York, und der Redaktion entnehmen wir den Artikel der «Electronics» 23 (1950), Nr. 4, S. 80...83. Die Übersetzung aus dem Amerikanischen besorgte Herr Harry Laett, dipl. Ing. ETH, Generaldirektion PTT, Bern.

Eine der Grundideen der Nachrichtentheorie besteht in der Annahme, dass die Nachrichtenmenge ähnlich den physikalischen Grössen, wie zum Beispiel der Masse oder Energie, behandelt werden kann. Der Aufbau des Systems nach Fig. 1 zeigt eine grosse Verwandtschaft mit einer Transportanlage. So können wir zum Beispiel eine Holzschlagstelle annehmen, die an einem bestimmten Orte Bauholz bereitstellt und ein Transportsystem dazu benützt, um das Holz von einem Orte zum andern zu befördern. Bei dieser Annahme stossen wir auf zwei wichtige Grössen, nämlich die in der Zeiteinheit von den Holzfällern produzierte Holzmenge R (m^3/s) und die Kapazität C (m^3/s) des Transportsystems. Wenn R grösser als C ist, so wird es sicher unmöglich sein, die ganze Produktion wegzuführen. Ist hingegen R kleiner oder gleich C , so kann dieser Fall eintreten, je nachdem es möglich ist, das Holz auf eine für die vorhandene Transportanlage geeignete Art und Weise zu verpacken. Nehmen wir nun hingegen als Quelle eine Sägerei an, so besteht die Möglichkeit, das Holz in kleine Stücke so zu zersägen, so dass man die zur Verfügung stehende Kapazität des Transportmittels voll ausnützen kann. Bei dieser Annahme würden wir natürlich am Empfangsort eine Zimmerei vorsehen, damit die einzelnen Stücke wieder zu einem Ganzen zusammengesetzt werden können, bevor sie an den Empfänger gelangen.

Sofern diese Analogie Gültigkeit besitzen soll, muss es also möglich sein, ein Mass R (in bestimmten Einheiten) zu finden, das uns über die in der Zeiteinheit produzierte Nachrichtenmenge Aufschluss gibt. Auch müssten wir in der Lage sein, ein Mass C so festzulegen, dass damit die Kapazität eines Nachrichten-Übertragungskanal eindeutig festgelegt ist. Weiterhin müsste die Möglichkeit bestehen, sofern uns ein geeignetes Chiffrier- bzw. Modulationssystem zur Verfügung steht, die Information dann, und nur dann über den Übertragungskanal zu schicken, sofern die Produktion R nicht grösser ist als die Kapazität C . Eine der fundamentalen Erkenntnisse der modernen Forschung besteht gerade darin, dass dem so ist, und wir wollen im folgenden kurz zeigen, wie das erreicht wurde.

Das Mass für die Information

Bevor wir überhaupt daran gehen können, die Information zu messen, ist es notwendig, die genaue Bedeutung des Begriffes Information im Sinne der Übertragungstechnik festzulegen. Im allgemeinen hat die zu übertragende Nachricht einen Sinn. Hingegen ist diese Eigenschaft ohne Belang für den eigentlichen Übertragungsvorgang. Es ist ebenso schwierig (in der Tat sogar schwieriger), eine Reihe von unzusammenhängenden Silben wie einen verständlichen Satz zu übertragen. Etwas Nachdenken auf diesem Gebiet überzeugt uns, dass die ausschlaggebende Eigenschaft der Information im Sinne der Übertragungstechnik durch die Tatsache

dargestellt wird, dass eine bestimmte Nachricht aus einer Menge von möglichen Nachrichten ausgewählt wird. Die Eigenschaft, welche übertragen werden muss, muss in der Angabe bestehen, welche von den möglichen Nachrichten durch die Quelle ausgelesen wurde. Nur wenn eine solche eindeutige Angabe übertragen wird, kann das Original der Nachricht am Empfangsort wieder hergestellt werden. Somit muss also die Information in unserem Sinne mit dem Begriff einer Auslese aus einer Menge von Möglichkeiten zusammenhängen.

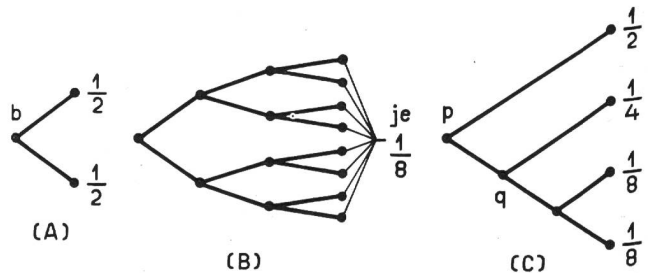


Fig. 2. Schematische Darstellung von gleichen und ungleichen Wahrscheinlichkeiten

Die einfachste Art dieser Auslese ist die Alternative, d. h. zwei Möglichkeiten, jede mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$. Diese Situation finden wir zum Beispiel beim Werfen einer Münze vor, wobei die beiden Möglichkeiten, Kopf oder Zahl, die gleiche Wahrscheinlichkeit aufweisen. Es ist vorteilhaft, die Nachrichtenmenge, die durch eine solche Alternative dargestellt wird, als Grundeinheit zu wählen. Der Wahlprozess, der sich aus einer Grundeinheit ergibt, ist schematisch in Fig. 2 (A) dargestellt. Von b aus haben wir zwei Möglichkeiten (entsprechend den zwei Linienzügen), jede mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$. Haben wir N Möglichkeiten, die alle gleichermaßen wahrscheinlich sind, so ist die damit verbundene Informationsmenge gegeben durch ${}_2\log N$. Der Grund für diese Feststellung geht aus Fig. 2 (B) hervor, wo acht Möglichkeiten mit je einer Wahrscheinlichkeit $1/8$ vorliegen. Diesen Auswahlprozess können wir uns in drei Stufen ausgeführt vorstellen, wobei jede Wahl einer Grundeinheit entspricht. Die erste Einheit entspricht der Wahl von entweder den ersten vier oder den zweiten vier Möglichkeiten. Die zweite Einheit entweder dem ersten oder dem zweiten Paar der vier schon gewählten, und die letzte Einheit bestimmt eine der beiden in dem gewählten Paar. Hier ist also die Zahl der Einheiten, die notwendig ist, gegeben durch ${}_2\log N = {}_2\log 8 = 3$.

Sofern die Wahrscheinlichkeiten nicht gleich gross sind, kompliziert sich vorstehende Formel. Ein immer noch einfacher Fall zeigt Fig. 2 (C). Hier finden wir vier Möglichkeiten mit den dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten von $1/2, 1/4, 1/8, 1/8$. Diese können wir auch als eine Folge von Alternativen darstellen, wie das aus der Figur hervorgeht. Die dazugehörige Information ist gegeben durch $1 + 1/2 + 1/4$; hier rührt die 1 von der ersten Wahl (Punkt p) her, welche immer,

die $\frac{1}{2}$ von der Alternative am Punkt q , welche nur halb so oft (sofern die Wahl auf den untern Linienzug fällt) eintritt usw. Durch eine analoge Aufstellung erhalten wir die Informationsmenge, sofern die einzelnen Wahrscheinlichkeiten gegeben sind durch $p_1, p_2 \dots p_n$ zu

$$H = - \sum_1^n p_i \cdot {}_2 \log p_i. \quad (1)$$

Diese Formel ergibt also die Nachrichtenmenge, welche durch einen einzelnen Ausleseprozess versinnbildlicht wird. Eine Informationsquelle hingegen erzeugt eine Nachricht, welche sich auf eine Folge von Ausleseprozessen aufbaut, wie zum Beispiel die Buchstaben von lesbarem Text oder die elementaren Worte oder Klänge der Sprache. In diesem Falle können wir, unter Anwendung der Gleichung (1), die Nachrichtenmenge, welche pro Zeiteinheit oder pro Symbol erzeugt wird, berechnen. In diesem Zusammenhang ist es interessant festzustellen, dass die Nachrichtenproduktion für gewöhnlichen Text ungefähr 2 Grundeinheiten pro Buchstabe beträgt, sofern wir die Erfassung des statistischen Aufbaus nur bis auf Worte beschränken. Würden wir weitere statistische Beziehungen in Betracht ziehen, so liesse sich diese Grösse noch wesentlich verkleinern.

Das Chiffrieren der Information

Die grosse Bedeutung des Nachrichtenmasses H liegt darin, dass es die Einsparungen in Übertragungszeit, welche durch ein geeignet gewähltes Chiffriersystem ermöglicht werden, auf Grund der statistischen Eigenschaften der Nachricht zu berechnen gestattet. Um dies zu verdeutlichen, wählen wir eine Sprache, in welcher nur die 4 Buchstaben A, B, C, D vorkommen. Nehmen wir an, dass diese Buchstaben die Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{8}$, wie in Fig. 2(C), aufweisen. Unter Zugrundelegung eines längeren Textes in dieser Sprache werden wir A während der Hälfte der Zeit finden, B während eines Viertels der Zeit usw. Wir stellen uns nun die Aufgabe, diese Sprache in duale Ziffern, 0 und 1, zu chiffrieren. Dies liesse sich zum Beispiel durch ein Impulssystem mit zwei Arten von Impulsen verwirklichen. Das nahelegendste Chiffriersystem wäre gegeben durch

$$A = 00, B = 01, C = 10, D = 11.$$

Dieses System benötigt zwei duale Einheiten pro Buchstabe der Nachricht. Sofern wir nun die statistischen Eigenschaften noch berücksichtigen, können wir eine bedeutend bessere Chiffrierart finden:

$$A = 0, B = 10, C = 110, D = 111.$$

Es ist offensichtlich, dass diese Chiffriermethode umkehrbar eindeutig ist. Weiterhin erkennen wir, dass die Zahl der dualen Einheiten im Mittel kleiner wird. Wir können dies auf folgende Art und Weise berechnen:

$$\frac{1}{2}(1) + \frac{1}{4}(2) + \frac{1}{8}(3) + \frac{1}{8}(3) = 1\frac{3}{4},$$

wobei der erste Summand dem Buchstaben A entspricht, welcher während der Hälfte der Zeit auf-

tritt und eine Dualstelle benötigt. Auf ähnliche Weise sind die anderen Summanden entstanden. Wir bemerken, dass $1\frac{3}{4}$ genau dem Wert von H für die Konfiguration nach Fig. 2(C) entspricht.

Das Resultat, das wir für diesen speziellen Fall gefunden haben, hat allgemeine Gültigkeit. Beträgt die Informationsmenge pro Zeit der Nachricht H Einheiten pro Buchstabe, so ist es möglich, diese in Dualziffern zu chiffrieren und im Mittel nur H Dualstellen pro Buchstabe des Textes zu brauchen. Es gibt keine Chiffriermethode, für welche weniger Stellen benötigt würden.

Die Kapazität des Kanals

Betrachten wir jetzt das Problem, die Kapazität C eines Kanals für die Übertragung von Nachrichten zu definieren. Da wir die Ergiebigkeit der Nachrichtenquelle in Dualeinheiten pro Zeit messen, so wäre es wünschenswert, die Kapazität C in den gleichen Einheiten festzulegen. Mit anderen Worten stellt sich nun die Frage, welches die maximale Zahl von dualen Einheiten pro Sekunde ist, welche über einen gegebenen Übertragungskanal übermittelt werden kann.

In einigen Fällen fällt die Antwort leicht. Bei einer Fernschreiberverbindung zum Beispiel haben wir 32 mögliche Symbole. Jedes Symbol stellt deshalb 5 duale Einheiten dar, unter der Voraussetzung, dass die möglichen Symbole die gleiche Wahrscheinlichkeit aufweisen. Sofern wir n pro Sekunde übermitteln können und sofern die Störungen so klein sind, dass keine Fehler während der Übertragung dazu kommen, dann sind wir in der Lage, $5n$ Einheiten pro Sekunde zu übermitteln.

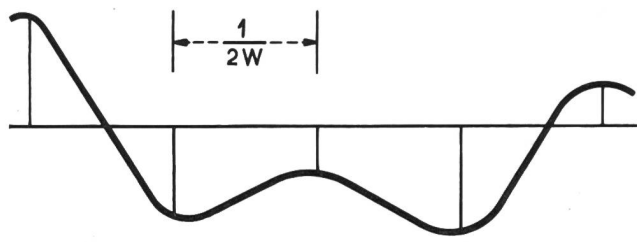


Fig. 3. Funktionen, deren Frequenzspektrum W Hz breit ist, lassen sich durch die Ordinatenwerte an einer Folge von äquidistanten Punkten mit gegenseitigem Abstand $\frac{1}{2W}$ Sekunden vollständig angeben

Denken wir uns nun einen Übertragungskanal auf folgende Weise definiert: Als Signal seien alle Funktionen $f(t)$ zugelassen, welche innerhalb eines gewissen, W Hz breiten Frequenzbandes liegen. Es ist eine bekannte Tatsache, dass eine Funktion dieser Art bestimmt ist, sofern wir nur die Werte an einer Reihe von äquidistanten Punkten mit gegenseitigem Abstand $\frac{1}{2W}$ Sekunden kennen (vergl. Fig. 3). Wir

können auch sagen, dass eine derartige Funktion $2W$ Freiheitsgrade bzw. Dimensionen pro Sekunde besitzt.

Treffen wir überhaupt keine Störungen bei unserem Übertragungskanal an, so sind wir in der Lage, eine unendliche Vielfalt von Amplitudenstufen jederzeit zu unterscheiden. Demzufolge könnten wir grundsätzlich eine unendliche Zahl von Dualziffern pro Sekunde übermitteln. Dabei wäre die Kapazität C unendlich.

Selbst wenn wir Störungen haben, jedoch die Sendeleistung unbegrenzt lassen, so wird die Kapazität unendlich bleiben, da wir in jedem Prüfzeitpunkt eine unbeschränkte Zahl von Amplituden-Niveaux unterscheiden können. Nur wenn sowohl Störungen vorhanden sind, als auch die Sendeleistung als begrenzt angenommen wird, erhalten wir eine endliche Kapazität C . Letztere hängt natürlich sowohl von den statistischen Eigenschaften der Störung als auch von der Art der Leistungsbeschränkung im Sender ab.

Die einfachste Störungsgattung bildet das Widerstandsrauschen. Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Amplituden gehorcht hier der Gauss'schen Verteilung, und das Frequenzspektrum ist über das betrachtete Frequenzband konstant. Ausserhalb diesem können wir es als verschwindend annehmen. Dieses Rauschen ist eindeutig bestimmt durch das mittlere Amplitudenquadrat N , die Leistung, welche in einem Einheitswiderstand verbraucht würde. Die einfachste Beschränkung, die wir der Sendeleistung auferlegen können, besteht in der Annahme, dass die mittlere Leistung (oder besser, das mittlere Amplitudenquadrat des Signals), welche der Sender abgibt, den Wert P nicht überschreitet.

Sofern wir unseren Kanal durch diese 3 Parameter W , P und N charakterisieren, dann sind wir in der Lage, die Kapazität C zu berechnen. Wir finden

$$C = W \cdot {}_2\log \frac{P + N}{N}. \quad (2)$$

Es ist leicht einzusehen, dass diese Formel für grosse Werte von $\frac{P}{N}$ ungefähr stimmt. Das empfangene Signal weist eine Leistung $P + N$ auf, und somit sind wir in der Lage, in der Grössenordnung von $\sqrt{(P + N)/N}$ verschiedene Amplitudenwerte zu jedem Prüfzeitpunkt zu unterscheiden. Der Grund dafür liegt darin, dass die Amplituden des empfangenen Signales proportional $\sqrt{P + N}$ sind, während das Rauschen eine Unsicherheit proportional \sqrt{N} in sich schliesst. Die Nachrichtenmenge, welche mit einem Prüfzeitpunkt übertragen werden kann, ist gegeben durch ${}_2\log \frac{P + N}{N}$. Da wir nun $2W$ unabhängige Prüfzeitpunkte pro Sekunde haben, lässt sich die Kapazität nach Gleichung (2) berechnen. Diese Formel hat eine viel tiefere und viel schärfere Bedeutung, als es die obigen Beispiele vermuten lassen würden. Es lässt sich in der Tat zeigen, dass es durch eine geeignete Auswahl unserer Signalfunktionen möglich

ist, $W {}_2\log \frac{P + N}{N}$ Einheiten pro Sekunde mit beliebig kleiner Fehlerhäufigkeit zu übertragen. Hingegen ist es nicht möglich, mehr Nachricht pro Zeit, bei beliebig kleiner Fehlerhäufigkeit, zu übertragen. Das bedeutet nichts anderes, als dass die Kapazität, trotz des Rauschens, eine scharf definierte Grösse ist.

Die Formel für C gilt für alle Werte von $\frac{P}{N}$. Selbst wenn $\frac{P}{N}$ sehr klein, das heisst die mittlere Rauschleistung viel grösser als die mittlere Sendeleistung ist, ist es noch möglich, Dualziffern mit der Geschwindigkeit $W \cdot {}_2\log \frac{(P + N)}{N}$ mit beliebig kleiner Fehlerhäufigkeit zu übermitteln. In diesem Falle ist ${}_2\log (1 + \frac{P}{N})$ ungefähr gleich $\frac{P}{N} {}_2\log e = 1,443 \frac{P}{N}$, und somit gilt ungefähr $C = 1,443 \frac{PW}{N}$.

Es muss noch einmal betont werden, dass es nur dann möglich ist, Informationen mit der Geschwindigkeit C zu übertragen, sofern die Nachricht geeignet chiffriert wird. Im allgemeinen wird man die Geschwindigkeit C nicht erreichen können. Verwenden wir immer kompliziertere Chiffriersysteme und längere Laufzeiten, sowohl beim Sender als auch beim Empfänger, dann nähern wir uns C als Grenzwert. Im Falle des Widerstandsrauschens erhalten wir als optimale Chiffriermethode eine solche, welche das übertragende Signal derart darstellt, dass es selbst denselben Leistungsverlauf wie das Rauschen besitzt.

Ideale und wirkliche Systeme

In Fig. 4 ist die Funktion

$$\frac{C}{W} = \log (1 + \frac{P}{N})$$

in Abhängigkeit von $\frac{P}{N}$, gemessen in db, aufgezeichnet. Das stellt nichts anderes dar, als die Kanalkapazität pro Bandbreite im Falle des Widerstandsrauschens. Die weissen und schwarzen Punkte entsprechen dem PCM- und PPM-Verfahren, die für eine Fehlerhäufigkeit von einer Dualstelle in 10^5 bemessen sind. Im Falle von PCM bedeutet die dazugehörige Zahl die Anzahl der Amplituden-Niveaux. In allen Fällen werden sowohl positive als auch negative Amplituden zugelassen. Beim PPM-System haben wir eine Quantelung der Lagemöglichkeiten für den Impuls, mit einem Prüfzeitpunkt-Abstand $\frac{1}{2W}$, und die daneben geschriebene Zahl gibt die Zahl der möglichen Impulslagen an. Die Folge der Punkte ergibt eine Kurve der gleichen Art wie die theoretische Idealkurve, jedoch um ungefähr 8 db in der Horizontalen verschoben. Dies bedeutet

deshalb, dass mit komplizierteren Chiffrier- oder Modulations-Systemen noch ein Leistungsgewinn von 8 db über die dargestellten Systeme hinaus erreicht werden kann.

Leider werden beim Versuch, sich dem Idealfall noch besser anzunähern, sowohl Sender als auch Empfänger immer komplizierter und die Laufzeiten grösser. Aus diesem Grunde gibt es irgendwo dazwischen einen Punkt, wo ein wirtschaftliches Gleichgewicht unter den verschiedenen Faktoren existiert. Jedoch ist es möglich, dass selbst heute schon kompliziertere Systeme berechtigt wären.

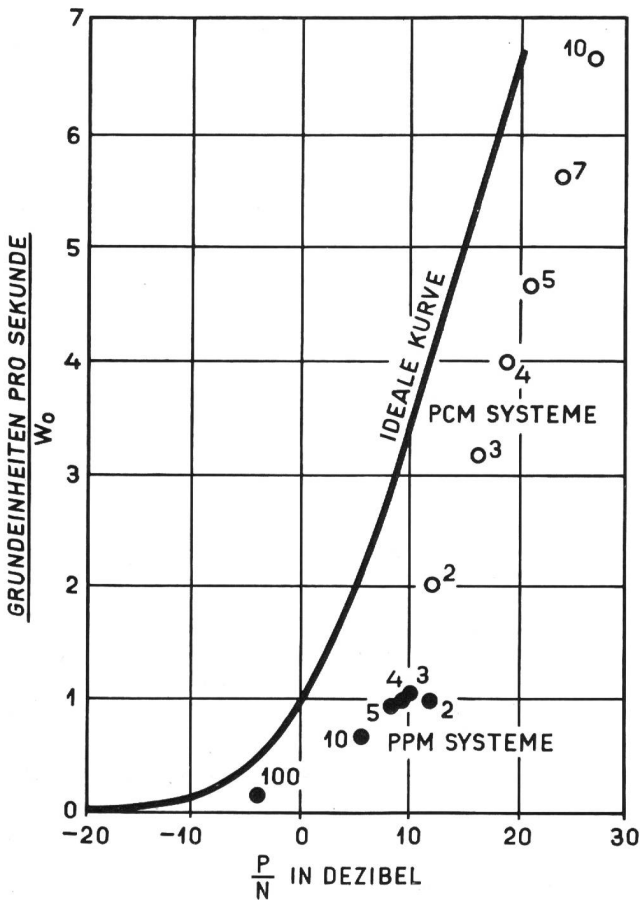


Fig. 4. Kapazität des Übertragungskanales pro Bandbreite in Funktion des Nutzstörverhältnisses für zwei Impulsmodulationssysteme

Ein eigenartiges Beispiel für das misanthropische Verhalten der Natur zeigt sich in den beiden Endlagen von $\frac{P}{N}$ (weit ausserhalb des für die Praxis in Betracht fallenden Gebietes), wo die Folge der Punkte der Fig. 4 sich immer mehr der idealen Kurve nähern.

Die Beziehung $C = W \log \left(1 + \frac{P}{N} \right)$ lässt sich auch auffassen als ein Austauschgesetz zwischen den Parametern W und $\frac{P}{N}$. Halten wir die Kapazität des Übertragungskanales konstant, so können wir eine Einbusse an Frequenzband durch eine Erhöhung

von $\frac{P}{N}$ wettmachen. Andererseits erlaubt uns eine Vergrößerung der Bandbreite eine Verkleinerung des Nutzstörverhältnisses. Das erforderliche Nutzstörverhältnis in db ist in Fig. 5 als Funktion der

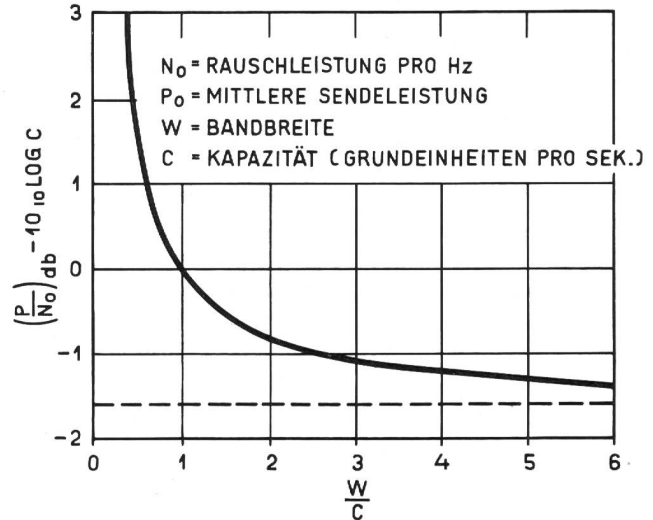


Fig. 5. Nutzstörverhältnis als Funktion der Bandbreite pro Kapazität des Übertragungskanales

Bandbreite W abgetragen. Voraussetzung ist hier, dass bei einer Vergrößerung der Bandbreite die Rauschleistung N proportional ansteigt, das heisst, dass $N = W \cdot N_0$, wobei N_0 die Rauschleistung pro Hz Bandbreite bedeutet. Wir beachten, dass bei grossen $\frac{P}{N}$ Werten eine Verkleinerung der Bandbreite leistungsmässig sehr teuer zu stehen kommt. Halbieren wir die Bandbreite, so entspricht das ungefähr einer Verdoppelung des erforderlichen Nutzstörverhältnisses in db.

Eine Methode, Bandbreite und Nutzstörverhältnis gegeneinander einzutauschen, zeigt Fig. 6. Die obere Kurve stellt eine Signalfunktion dar, deren Bandbreite durch die Ordinatenwerte an den eingezeichneten Punkten angegeben werden kann. Jeder Prüfungspunkt hat 5 Amplituden-Niveaux zur Verfügung. Die untere Kurve erhalten wir dadurch, dass wir immer ein Paar von Prüfungspunkten der ersten Kurve zusammenfassen. In diesem Falle haben wir 25 Amplituden-Niveaux, jedoch nur noch halb so viele Prüfungspunkte. Folglich halbieren wir die Bandbreite, müssen dies jedoch mit einer Verdoppelung des Nutzstörverhältnisses in db bezahlen. Der umgekehrte Prozess verdoppelt die Bandbreite und halbiert das erforderliche Nutzstörverhältnis.

Es gibt also drei grundlegend verschiedene Methoden, durch welche die Bandbreite in einem Übertragungssystem, wie zum Beispiel beim Fernsehen oder Rundfunk, vermindert werden kann. Die erste Methode besteht darin, die Bandbreite gegen das Nutzstörverhältnis, wie soeben angeführt, einzutauschen. Die zweite Methode macht sich die sta-

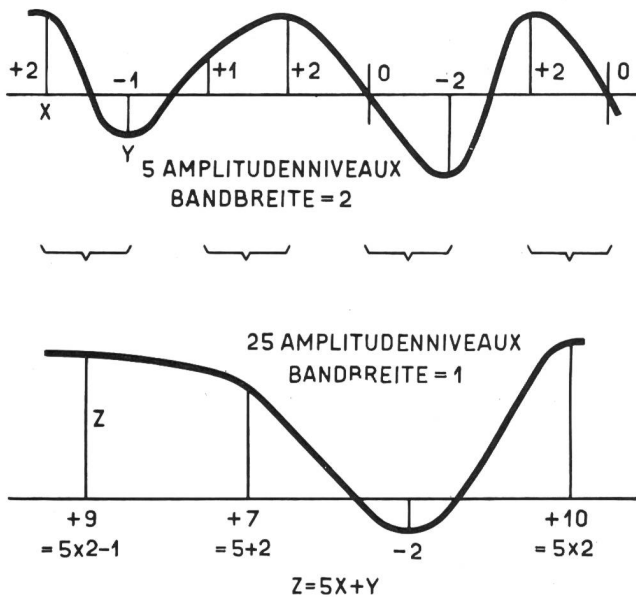


Fig. 6. Graphische Darstellung des Prinzips; eine Verringerung der Bandbreite mit einer Erhöhung der Sendeleistung zu erkaufen

tistischen Eigenschaften der Nachricht zunutze. Dieses Ausschauen von besonderen Eigenschaften der Nachrichtenquellen kann als Problem der Anpassung der Quelle an den Übertragungskanal aufgefasst werden. Endlich können wir auch die besonderen Eigenschaften des Empfängers im weiteren Sinne verwenden. So ist zum Beispiel bei der Sprachübertragung das Ohr relativ unempfindlich auf Phasenverzerrungen. Folglich ist die Übertragung der Phaseninformation bedeutend unwichtiger als die der Amplitudeninformation. Dies lässt sich natürlich in eine Ersparnis von Frequenzband übersetzen, und so macht zum Beispiel heute schon der *Vocoder* davon Gebrauch. Im allgemeinen erfordert die Ausnutzung von besonderen Empfindlichkeiten oder Unempfindlichkeiten des Empfangssystems eine saubere Anpassung des Kanals an dieses.

Ein Kathodenstrahl-Oszillograph zur Untersuchung von Funktionen zweier Variablen

Von Selâhattin Genç, Bern

621.317.755

Zusammenfassung. Im folgenden wird ein Kathodenstrahl-Oszillograph beschrieben, der die Untersuchung von Funktionen zweier Variablen gestattet. Die Funktionen werden auf dem Leuchtschirm der Kathodenstrahlröhre axonometrisch als Fläche aufgezeichnet. Das Gerät kann so konstruiert werden, dass die Zusammenhänge elektrischer Größen ohne Zusatzeinrichtungen oder -schaltungen auf dem Leuchtschirm dargestellt werden können.

Mit Hilfe eines Zusatzgerätes kann auch der handelsübliche Kathodenstrahl-Oszillograph für die Untersuchung solcher Funktionen verwendet werden.

I. Allgemeines

Die Abbildung eines räumlichen Gegenstandes auf einer Ebene beruht auf einer Täuschung des Auges. Die in Wirklichkeit nicht vorhandene Tiefe kann durch verschiedene Mittel vorgetäuscht werden. Im vorliegenden Falle wird eine geometrische Dar-

Viele unserer heutigen Übertragungssysteme sind in dieser Hinsicht unwirksam, weil sie die statistischen Eigenschaften der Nachrichtenquelle unbenutzt lassen. Zum bessern Verständnis betrachten wir einmal ein System, das nur Sprache (keine Musik oder andere Geräusche) übermitteln soll und dessen Anforderungen an die Wiedergabe nur so weit gehen, als dass die Nachricht ihre Verständlichkeit nicht verliert. Persönliche Akzente, Tonlagen usw. dürfen bei der Übertragung verlorengehen. In einem solchen Falle würden wir, wenigstens im Prinzip, folgendermassen vorgehen: Zuerst konstruieren wir auf der Senderseite eine Vorrichtung, welche das gesprochene Wort druckt. Dieser Text wird nun in Dualziffern umgesetzt, und zwar so, dass im Mittel nicht mehr als 2 Stellen pro Buchstabe und nicht mehr als 9 pro Wort entstehen. Unter der Annahme von 100 Wörtern pro Minute für eine mittlere Redegeschwindigkeit erhalten wir auf diese Weise ungefähr 5 Grundeinheiten pro Sekunde als Richtwert für die Geschwindigkeit, mit welcher Information durch die Sprache¹⁾ erzeugt werden kann, sofern Verständlichkeit das alleinige Erfordernis ist. Aus der Fig. 4 geht nun hervor, dass eine solche Nachrichtenmenge auf einem Kanal mit einem Nutzstörverhältnis von 20 db eine Bandbreite von nur 2,3 Hz beansprucht!

Bibliographie

- Hartley, R. V. L. *Transmission of Information*. Bell Syst. Techn. J. 7, 1928, p. 535.
 Shannon, C. E. *A Mathematical Theory of Communication*. Bell Syst. Techn. J. 27, 1948, p. 379 and 623.
 Shannon, C. E. *Communication in the Presence of Noise*. Proc. Inst. Radio Eng. 37, 1949, p. 10.
 Feldman C. B. and W. R. Bennett. *Band Width and Transmission Performance*. Bell Syst. Techn. J. 28, 1949, p. 490.
 Fink, D. G. *Bandwidth vs Noise in Communication Systems*. Electronics 1948, January, p. 72.

¹⁾ In diesem Falle die englische Sprache. Im Deutschen liegen die Verhältnisse analog. Der Übersetzer.

stellung gewählt, die elektrisch einfach zu verwirklichen ist. Dazu eignet sich besonders die Isometrie als Sonderfall der allgemeinen Axonometrie.

Um ein isometrisches Achsenkreuz festzulegen, werden die Achsenbilder \bar{x} , \bar{y} und \bar{z} beliebig gewählt, während die Verkürzungen in allen Achsen gleich blei-