Zeitschrift: Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri

Herausgeber: Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafenbetriebe

Band: 48 (1970)

Heft: 4

Artikel: Nebenwellen an Trägersignalen

Autor: Pfyffer, Hans Karl

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-876051

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Nebenwellen an Trägersignalen

Hans Karl PFYFFER, Bern

621.395.44:621.391.827

Zusammenfassung. *In der vorliegenden Arbeit werden die Auswirkungen von Nebenwellen an Grundfrequenzen der Trägerversorgungen auf die durch die Trägerfrequenzsysteme übertragenen Signale untersucht. Der Einfluss von Frequenzvervielfachern und -teilern und von Modulatoren wird analysiert und die Resultate mit einigen Messwerten verglichen. Basierend auf einigen Voraussetzungen werden sodann anhand von Bezugsstromkreisen, wie sie vom CCITT empfohlen werden, die durch die Übertragung eines Signals über Trägerfrequenzsysteme resultierenden Seitenbänder berechnet. Aus den Resultaten lassen sich Schlussfolgerungen über die Anforderungen an die Grundfrequenzausrüstungen ziehen. Im Vordergrund steht die Brummodulation durch die Netzfrequenz, doch lassen sich analoge Überlegungen für beliebige Nebenwellen durchführen.*

Ondes perturbatrices sur signaux à courants porteurs

Résumé. *L'article qui suit traite des effets des ondes perturbatrices émises par les générateurs des fréquences porteuses fondamentales sur les signaux transmis par les systèmes à courants porteurs. L'influence des multiplicateurs et diviseurs de fréquence ainsi que des modulateurs est analysée, et les résultats comparés avec quelques valeurs obtenues par des mesures. Partant de quelques hypothèses, on calcule ensuite à l'aide de circuits de référence tels que les recommande le CCITT les bandes latérales résultant de la transmission d'un signal par des systèmes à courants porteurs. Les résultats permettent de tirer des conclusions sur les exigences imposées aux équipements générateurs des fréquences fondamentales. La modulation ronflée produite par la fréquence du réseau à courant fort figure au premier plan, mais des considérations analogues s'appliquent à des ondes perturbatrices quelconques.*

Onde spurie su segnali a correnti portanti

Riassunto. *Il presente lavoro esamina le conseguenze che hanno le onde spurie di frequenze fondamentali degli impianti a correnti portanti sui segnali trasmessi da questi sistemi. L'influsso dei moltiplicatori e dei demoltiplicatori di frequenza nonché dei modulatori vien analizzato ed i risultati confrontati con alcuni valori ottenuti con misurazioni. Partendo da alcune premesse si calcolano quindi, sulla base di circuiti di riferimento, come li raccomanda il CCITT, le bande laterali che risultano dalla trasmissione di un segnale su sistemi a correnti portanti. Dal risultato si possono dedurre conclusioni riguardanti le esigenze da imporre agli equipaggiamenti generatori di frequenze fondamentali. In primo luogo emerge il ronzio di rete però analoghe considerazioni sono applicabili a qualsiasi onda spuria.*

1. Einleitung

Bei Trägerfrequenzsystemen muss der Nebenwellenfreiheit der für die Umsetzung benötigten Trägersignale besondere Beachtung geschenkt werden.

Weisen nämlich die dem Modulator zugeführten Trägersignale Nebenwellen auf, dann werden diese vom Modulator auf das Nutzsignal übertragen. Als Nebenwellen werden hier solche Signale bezeichnet, deren Frequenzen nicht in einem harmonischen Verhältnis zur Trägergrundwelle stehen. Es können dies Seitenbänder mit einem Frequenzabstand von $\pm k \cdot 50$ Hz bezüglich der Trägerfrequenz sein, die eine «Brummodulation» des Signales verursachen, oder solche mit einem Abstand von $\pm k \cdot$ (4, 12 oder 124) kHz, die verständliches Nebensprechen erzeugen können (k ist ein ganzzahliger Koeffizient).

Einige theoretische Betrachtungen sollen über den Einfluss der Frequenzvervielfachung auf die Nebenwellen Aufschluss geben. Weiter wird untersucht, wie die Nebenwellen bei der Modulation auf das Nutzsignal übertragen werden. Ferner werden einige Messresultate erwähnt, die die theoretischen Überlegungen bestätigen. Zum Abschluss werden unter Verwendung der Bezugsstromkreise des CCITT die auf langen Verbindungen zu erwartenden Nebenwellenpegel errechnet.

2. Frequenzvervielfachung

2.1 Allgemeines

Bei den Trägerfrequenzsystemen ist es weitgehend üblich (abgesehen von einigen Spezialfällen) die für die Umsetzung benötigten Trägersignale durch Frequenzvervielfachung von sogenannten Grundfrequenzen, zum Beispiel 4, 12 und 124 kHz, herzuleiten. Wenn die Grundfrequenzen mit Nebenwellen behaftet sind, dann werden diese an die Trägersignale übertragen.

Die Frequenzvervielfachung geschieht grundsätzlich mit einer Nichtlinearität, die in der Praxis oft den einer Begrenzercharakteristik ähnlichen Verlauf aufweist. Aus der Sinuswelle der Grundfrequenz wird ein Rechtecksignal erzeugt. Durch weitere Verarbeitung der Rechtecksignale werden Impulse abgeleitet, deren Frequenzspektrum vorwiegend die erwünschten Trägersignale enthält. Die unerwünschten Spektrallinien werden möglichst weitgehend unterdrückt, damit der Filteraufwand klein gehalten werden kann.

In [1] wurde eine Beziehung hergeleitet, die den Einfluss einer nichtlinearen Übertragungsfunktion beschreibt, und die sich speziell für die nachfolgenden Betrachtungen eignet.

Ein nichtlineares Element habe die Übertragungsfunktion

$$\left.\begin{array}{lll} g(x) = a\,x^{\nu} & \text{für} & x > 0 \\ g(x) = 0 & \text{für} & x = 0 \\ g(x) = -a\,(-x)^{\nu} & \text{für} & x < 0 \end{array}\right\} \qquad (1)$$

Der Exponent ν kann eine beliebige reelle Zahl sein, mit der Bedingung, dass $\nu \geq 0$. Für $0 \leq \nu \leq 1$ hat die Übertragungsfunktion eine amplitudenbegrenzende Wirkung auf das Signal.

Für einige Werte von ν sind entsprechende Kurven in *Figur 1* dargestellt. Es sei nun ein Eingangssignal der Form

$$x(t) = V(t) \cdot \cos(\omega_c t + \Phi(t)) \tag{2}$$

betrachtet. $V(t)$ stellt die Funktion der Umhüllenden der Amplitude dar. Entsprechend den Ausführungen in [1] wird das Ausgangssignal

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} 2\,C(\nu, n) \cdot V^{\nu}(t) \cdot \cos[n\,\omega_c t + n\,\Phi(t)] \tag{3}$$

wobei für die gewählte Übertragungsfunktion (1) der Frequenzvervielfachungsfaktor n nur ungerade ganzzahlige Werte annehmen darf. Für geradzahlige Werte von n (oder um die Einschränkung vollständig zu beseitigen) muss der Übertragungsfunktion $g(x)$ eine etwas andere Form gegeben werden.

C ist eine Konstante; ihr Wert ist für die hier angestellten Betrachtungen ohne wesentliche Bedeutung. Es sei lediglich erwähnt, dass für $\nu = 0$ (scharfe Begrenzung) und $n = 1$ (Grundwelle) folgendes gilt:

$$2\,C = a\,\frac{4}{\pi} \tag{4}$$

Dieser Wert entspricht der Amplitude der Grundwelle einer Rechteckschwingung, wie er auch mit Hilfe der Fourieranalyse errechnet werden kann.

2.2 Ursache des Auftretens von Nebenwellen an Grundfrequenzen

Wird einem reinen Sinussignal der Frequenz f_o ein Störsignal additiv beigegeben, das zum Beispiel eine Frequenz von 50 Hz aufweisen kann, dann entsteht beim Durchlaufen eines nichtlinearen Elementes eine Störmodulation; das Sinussignal ist mit Seitenbändern im Abstand $\pm$ 50 Hz bezüglich f_o behaftet. Jeder Verstärker ist prinzipiell ein nichtlineares Element und kann somit bei der Entstehung einer Störmodulation mitwirken. Das 50-Hz-Störsignal kann beispielsweise bei ungenügender Glättung im Speisegleichrichterkreis über die Verstärkerspeisung zum Sinussignal gelangen.

Einzelne Nebenwellen, die oft mit einem Frequenzabstand entsprechend einem Vielfachen der Grundfrequenz auftreten, können durch ungenügende Filterwirkung oder durch Erdpfade additiv zum Signal gelangen und wie noch gezeigt werden wird, eine Modulation verursachen.

2.3 Amplitudenmodulation

Das Eingangssignal (Grundfrequenz) sei wie folgt gegeben

$$x(t) = (1 + m \cdot \cos\omega_1 t) \cdot \cos\omega_c t \tag{5}$$

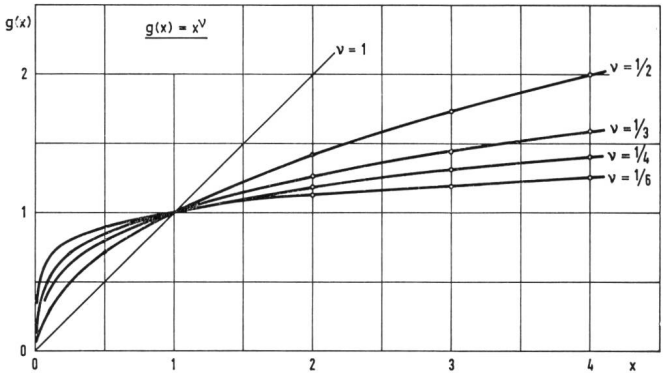

Fig. 1
Darstellung der Funktion $g(x) = x^{\nu}$

Die als Einheit angenommene Amplitude ist moduliert mit $m \cdot \cos\omega_1 t$.

Ein mathematisch gleichwertiger Ausdruck kann in bekannter Weise durch Umformung wie folgt erhalten werden

$$x(t) = \cos\omega_c t + \frac{m}{2} \cdot \cos(\omega_c + \omega_1)\,t + \frac{m}{2} \cdot \cos(\omega_c - \omega_1)\,t \tag{6}$$

Das Nutzsignal der Frequenz f_c (es gilt durchwegs $\omega = 2\pi f$) ist von Seitenbändern bei $f_c + f_1$ und $f_c - f_1$ begleitet, deren Amplitude bezüglich der Amplitude des Nutzsignales je $\frac{m}{2}$ beträgt. Der Nebenwellenabstand kann somit zu $20 \log\left(\frac{m}{2}\right)$ angegeben werden.

Das Signal mit der Frequenz $n\,f_c$ am Ausgang des nichtlinearen Netzwerkes ist gemäss (3) wie folgt gegeben:

$$y_n(t) = 2\,C \cdot (1 + m\,.\,\cos\omega_1 t)^{\nu} \cdot \cos n\,\omega_c t \tag{7}$$

Falls $m \ll 1$ (was hier in der Regel zutrifft) wird

$$y_n(t) \cong 2\,C \cdot (1 + \nu\,m \cdot \cos\omega_1 t) \cdot \cos n\,\omega_c t \tag{8}$$

Die trigonometrische Umformung liefert den Ausdruck

$$y_n(t) = 2\,C \cdot \left[\cos n\,\omega_c t + \frac{\nu\,m}{2} \cdot \cos(n\,\omega_c + \omega_1)\,t + \frac{\nu\,m}{2} \cdot \cos(n\,\omega_c - \omega_1)\,t\right] \tag{9}$$

Ein Vergleich mit (6) zeigt, dass das Nutzsignal der Frequenz $n\,f_c$ ebenfalls Seitenbänder im Abstand $\pm f_1$ aufweist, deren Amplitude nun aber mit dem Faktor ν der nichtlinearen Charakteristik multipliziert ist. Je nachdem ob $\nu < 1$ oder $\nu > 1$ ist, erfolgt eine Absenkung oder An-

hebung der Seitenbänder. Beim idealen, scharfen Begrenzer ($\nu = 0$) werden sie vollständig unterdrückt.

2.4 Phasenmodulation

Ein phasenmoduliertes Signal lässt sich wie folgt darstellen:

$$x(t) = \cos(\omega_c t + m \cdot \cos \omega_1 t) \tag{10}$$

Für kleine Werte von m (kleiner Phasenhub) gilt angenähert:

$$x(t) \cong \cos \omega_c t - \frac{m}{2}[\sin(\omega_c + \omega_1) t + \sin(\omega_c - \omega_1) t] \tag{11}$$

Unter Benützung von (3) für das Ausgangssignal kann auf Grund von (10) die Oberwelle der Ordnung n dargestellt werden durch

$$y_n(t) = 2C \cdot \cos(n \omega_c t + n m \cdot \cos \omega_1 t) \tag{12}$$

Da die Amplitude $V(t) \equiv 1$ ist, fällt der Einfluss von ν dahin.

Falls das Produkt $n \cdot m$ immer noch klein ist gegenüber eins, folgt wieder

$$y_n(t) \cong 2C \cdot \left\{\cos n \omega_c t - \frac{n m}{2}[\sin(n \omega_c + \omega_1) t + \sin(n \omega_c - \omega_1) t]\right\} \tag{13}$$

Das Nutzsignal der Frequenz $n f_c$ ist wieder von Seitenbändern im Abstand $\pm f_1$ begleitet, deren Amplitude nun jedoch um den Frequenzvervielfachungsfaktor n höher geworden ist. Dies gilt unabhängig vom Parameter ν der nichtlinearen Kennlinie.

2.5 Kombinierte Amplituden-/Phasenmodulation

Es sei ein Trägersignal mit einer einzelnen Nebenwelle betrachtet.

$$x(t) = \cos \omega_c t + m \cdot \cos(\omega_c \pm \omega_1) t \tag{14}$$

(Die Verwendung beider Vorzeichen in der Darstellungsart $\pm$ soll andeuten, dass die beiden Fälle einer einzelnen Nebenwelle oberhalb beziehungsweise unterhalb des Trägersignales berücksichtigt werden.)

Durch Umformung kann folgende Schreibweise erhalten werden (siehe (2)):

$$x(t) = \sqrt{1 + 2m \cdot \cos \omega_1 t + m^2} \cdot \cos\left(\omega_c t - \tan^{-1} \frac{m \cdot \sin(\mp \omega_1 t)}{1 + m \cdot \cos \omega_1 t}\right) \tag{15}$$

Für $m \ll 1$ ist folgende angenäherte Ausdrucksweise zulässig:

$$x(t) \cong (1 + m \cdot \cos \omega_1 t) \cdot \cos(\omega_c t \pm m \cdot \sin \omega_1 t) \tag{16}$$

Diese Formel zeigt, dass die Anwesenheit einer einzelnen Nebenwelle bei kleinen m in erster Näherung als kombinierte Amplituden-/Phasenmodulation interpretiert werden kann. Bei der Überlagerung der Amplitudenmodulationsseitenbänder und der Phasenmodulationsseitenbänder tritt eine Kompensation auf, so dass im Grenzfall nur noch eine Nebenwelle in Erscheinung tritt.

Unter Verwendung von (3) erhält man das Signal n. Ordnung

$$y_n(t) = 2C \cdot (1 + \nu m \cdot \cos \omega_1 t) \cdot \cos(n \omega_c t \pm m n \cdot \sin \omega_1 t) \tag{17}$$

Für $\nu = 0$ verbleibt eine reine Phasenmodulation, die wie folgt dargestellt werden kann:

$$y_n(t) \cong 2C \cdot \left\{\cos n \omega_c t \pm \frac{m n}{2} \cos(n \omega_c + \omega_1) t \mp \mp \frac{m n}{2} \cos(n \omega_c - \omega_1) t\right\} \tag{18}$$

Die massgebenden Vorzeichen der Seitenbänder sind bestimmt durch die Lage der einzelnen Nebenwelle am Signal, das in das nichtlineare Netzwerk eingespeist wird.

Der Ausdruck ist dahin zu interpretieren, dass die Seitenbänderamplituden bezüglich der Nutzsignalamplitude (Frequenz $n f_c$) um den Faktor $\frac{n}{2}$ grösser werden als die einzelne Nebenwelle bezüglich des Eingangssignales.

Für den Fall, dass $\nu \neq 0$, aber auch $\nu \neq 1$, folgt

$$y_n(t) \cong 2C \cdot \left\{\cos n \omega_c t + \frac{m n}{2}(\nu \pm 1) \cdot \cos(n \omega_c + \omega_1) t + \frac{m n}{2}(\nu \mp 1) \cdot \cos(n \omega_c - \omega_1) t\right\} \tag{19}$$

(Für $\nu = 1$, $n \neq 1$ verschwindet C, der Ausdruck $y(t)$ stellt eine lineare Beziehung des Ausgangssignales zum Eingangssignal dar, und es treten keine Harmonischen auf.)

Eine allgemeine Schreibweise eines Signales mit Phasen- und Amplitudenmodulation lautet:

$$x(t) = (1 + m \cdot \sin[\omega_1 t + \varphi_1]) \cdot \left\{\cos[\omega_c t + \Phi \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_2)]\right\} \tag{20}$$

Werden nur Glieder 1. Ordnung berücksichtigt, dann wird durch Umformung folgender Ausdruck erhalten:

$$x(t) \cong \cos \omega_c t - \frac{\Phi}{2} \cdot [\sin(\omega_c t + \omega_1 t + \varphi_2) + \sin(\omega_c t - \omega_1 t - \varphi_2)] + \frac{m}{2}[\sin(\omega_c t + \omega_1 t + \varphi_1) - \sin(\omega_c t - \omega_1 t - \varphi_1)] \tag{21}$$

Wird nun zum Beispiel $\Phi = m$ und $\varphi_1 = \varphi_2$ gesetzt, dann zeigt die Formel, dass in diesem Fall das Seitenband mit der Frequenz $f_c + f_1$ verschwindet.

Mit obigem Ausdruck lässt sich zeigen, dass im Fall, wo die Seitenbänder ungleichen Phasenverschiebungen unterworfen werden (zum Beispiel in hochselektiven Trägerfiltern), aus der kombinierten Modulation eine reine Amplituden- oder eine reine Phasenmodulation entstehen kann. Diese beiden Modulationen können somit als Spezialfälle betrachtet werden, bei denen die Seitenbänder gewisse spezielle Phasenlagen bezüglich dem Trägersignal aufweisen.

2.6 Diskussion

Aus den vorangehenden Ausführungen geht hervor, dass die Amplitude von Seitenbändern, die eine Phasenmodulation verursachen, bei der Frequenzvervielfachung um den Faktor n der Frequenzmultiplikation bezüglich der Amplitude des Nutzsignales verstärkt werden.

Im Fall der Amplitudenmodulation kann eine Reduktion der Seitenbandamplitude erfolgen, sofern die zur Frequenzmultiplikation verwendete Schaltung eine begrenzerartige Charakteristik aufweist.

Da in den Trägerversorgungsanlagen schmalbandige Filter mit steilem, jedoch keinen speziellen Anforderungen genügendem Phasenverlauf verwendet werden, muss mit dem Vorhandensein der kombinierten Phasen-/Amplitudenmodulation gerechnet werden. Der Fall der Phasenmodulation muss somit bei der Dimensionierung berücksichtigt werden.

3. Modulation

3.1 Allgemeines Verhalten

Bei den in der Trägerfrequenztechnik gebräuchlichen Modulatoren wird das Eingangssignal $a(t)$ im Takte der Frequenz des Trägersignals ein- und ausgeschaltet oder umgetastet. Dieser Vorgang lässt sich folgendermassen darstellen:

$$b(t) = a(t) \cdot z(t) \tag{22}$$

wobei $b(t)$ das am Ausgang des Modulators erscheinende umgesetzte Nutzsignal darstellt. Die Modulationsfunktion $z(t)$ kann näherungsweise in derselben Form dargestellt werden, wie dies in (3) geschah. Dabei ist hier besonders der Fall $n = 1$ von Interesse; im Gegensatz zu Abschnitt 2 stellt hier f_c die Frequenz des modulierenden Trägers und nicht mehr jene der Grundfrequenz dar.

Ein Modulator muss beispielsweise die Anforderung erfüllen, dass eine Trägerpegelvariation von 3 dB eine Variation des Ausgangspegels um weniger als 0,5 dB verursacht. Diese Aussage ist gleichbedeutend mit $\nu = 1/6$. In vielen praktischen Fällen ist $\nu \ll 1$. Es sei hier jedoch erwähnt, dass die verwendete Formel für $z(t)$ nicht im ganzen Kennlinienbereich des Modulators Gültigkeit hat. Dies äussert sich darin, dass für verschiedene Trägerpegel ν nicht als konstante Grösse in Erscheinung tritt.

Es soll nun untersucht werden, wie Nebenwellen am Trägersignal auf das Nutzsignal übertragen werden.

3.2 Amplitudenmodulierter Träger

Das Trägersignal $x(t)$ sei gegeben durch

$$x(t) = V \cdot (1 + m \cdot \cos \omega_1 t) \cdot \cos \omega_c t \tag{23}$$

Die Modulationsfunktion $z(t)$ wird dann (durch Einwirkung der Modulatorcharakteristik)

$$z(t) = 2\,C \cdot V^\nu \cdot (1 + m \cdot \cos \omega_1 t)^\nu \cdot \cos \omega_c t \tag{24}$$

Für $m \ll 1$ gilt die Näherungsformel

$$z(t) \cong 2\,C \cdot V^\nu\,(1 + \nu\, m \cdot \cos \omega_1 t) \cdot \cos \omega_c t \tag{25}$$

Das Eingangssignal sei $a \cdot \cos \omega_s t$.

Das umgesetzte Nutzsignal lässt sich dann durch

$$b(t) = 2\,C \cdot V^\nu\,(1 + \nu\, m \cdot \cos \omega_1 t) \cdot \cos \omega_c t \cdot a \cdot \cos \omega_s t$$

darstellen. (26)

Es sei beispielsweise das untere Seitenband betrachtet:

$$b_-(t) = C\,V^\nu \cdot a \cdot (1 + \nu\, m \cdot \cos \omega_1 t) \cdot \cos (\omega_c - \omega_s)\, t \tag{27}$$

Durch Umformung wird erhalten:

$$b_-(t) = C\,V^\nu \cdot a \cdot \Big\{\cos (\omega_c - \omega_s)\, t + \tag{28}$$

$$+ \frac{\nu\, m}{2} \cdot \cos (\omega_c - \omega_s + \omega_1)\, t + \frac{\nu\, m}{2} \cdot \cos (\omega_c - \omega_s - \omega_1)\, t\Big\}$$

Das Nutzsignal ist ebenfalls amplitudenmoduliert, das heisst, es ist von Seitenbändern im Abstand $\pm f_1$ begleitet.

Die Amplitude der Seitenbänder, bezogen auf die Signalamplitude $C\,V^\nu\,a$, unterscheidet sich gegenüber den Seitenbändern am Trägersignal um den Faktor ν. Da in der Regel, wie vorerwähnt, $\nu \ll 1$, ist eine Verbesserung des relativen Seitenbandpegels zu erwarten.

3.3 Phasenmodulierter Träger

In diesem Fall ist das Trägersignal

$$x(t) = V \cdot \cos (\omega_c t + m \cdot \cos \omega_1 t) \tag{29}$$

das heisst, es sind Seitenbänder mit dem relativen Pegel $\frac{m}{2}$ vorhanden. Es folgt für das umgesetzte Nutzsignal

$$b(t) = 2\,C \cdot V^\nu \cdot a \cdot \cos (\omega_c t + m \cdot \cos \omega_1 t) \cdot \cos \omega_s t \tag{30}$$

Durch Umformung werden das Nutzsignal und die benachbarten Störseitenbänder wie folgt erhalten:

$$b_{-}(t) = a\,C\,V^{\nu}\Big\{\cos(\omega_c - \omega_s)\,t + \frac{m}{2}\,[\sin(\omega_c - \omega_s + \omega_1)\,t + \sin(\omega_c - \omega_s - \omega_1)\,t]\Big\} \tag{31}$$

Die das Trägersignal phasenmodulierenden Seitenbänder werden somit mit gleicher relativer Amplitude an das Nutzsignal übertragen; der störende Nebenwellenabstand am Träger und am Nutzsignal bleibt erhalten.

3.4 Einzelne Nebenwelle am Träger

Das Trägersignal sei gegeben durch

$$x(t) = V \cdot [\cos\omega_c\,t + m \cdot \cos(\omega_c + \omega_1)\,t] \tag{32}$$

Für kleine Werte von m gilt die Näherungsformel (siehe auch Abschnitt 2.4)

$$x(t) \cong V \cdot (1 + m \cdot \cos\omega_1\,t) \cdot \cos(\omega_c\,t + m \cdot \sin\omega_1\,t) \tag{33}$$

Die Modulationsfunktion wird somit unter Berücksichtigung kleiner Werte von m:

$$z(t) \cong 2\,C\,V^{\nu}\Big\{\cos\omega_c\,t + m\frac{\nu+1}{2} \cdot \cos(\omega_c + \omega_1)\,t + m\frac{\nu-1}{2} \cdot \cos(\omega_c - \omega_1)\,t\Big\} \tag{34}$$

Das Nutzsignal und die Störseitenbänder werden dann

$$b_{-}(t) = a\,C\,V^{\nu}\Big\{\cos(\omega_c - \omega_s)\,t + m\frac{\nu+1}{2} \cdot \cos(\omega_c - \omega_s + \omega_1)\,t + m\frac{\nu-1}{2} \cdot \cos(\omega_c - \omega_s - \omega_1)\,t\Big\} \tag{35}$$

Für $\nu \ll 1$ ist das Nutzsignal von Seitenbändern im Frequenzabstand $\pm f_1$ begleitet, deren Amplitude $m/2$ beträgt. Das bedeutet, dass der Nebenwellenabstand um 6 dB besser ist als vor der Modulation. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass die Anwesenheit einer einzelnen Nebenwelle am Trägersignal das Auftreten eines Nebenwellenpaares am Nutzsignal zur Folge hat. Diese Tatsache verdient besondere Beachtung im Fall, wo $f_c + f_1$ der Frequenz eines Trägers eines benachbarten Kanales entspricht. Dadurch kann im betroffenen Kanal verständliches Nebensprechen und im dazu symmetrisch gelegenen Kanal unverständliches Nebensprechen auftreten.

4. Frequenzteilung

Für Frequenzteiler der Analogtechnik, wie sie in Grundfrequenzversorgungen verwendet werden, können die Erkenntnisse der vorangehenden Abschnitte sinngemäss angewendet werden. Das Grundprinzip der Frequenzteilung ist aus dem in *Figur 2* dargestellten Blockschema ersichtlich. Seine Funktionsweise wird als bekannt vorausgesetzt.

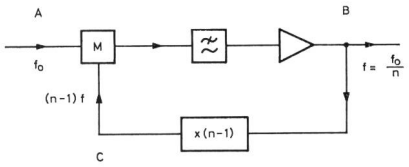

Fig. 2
Prinzipschema eines Frequenzteilers

Die Untersuchung sei auf den Fall einer Phasenmodulation des Eingangssignales beschränkt. Folgende Annahmen seien für das Eingangssignal bei A und das Ausgangssignal bei B gültig:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{A:} & \cos[\omega_0\,t + \Phi(t)] \\ \text{B:} & \cos[\omega\,t + \varphi(t)] \end{array}\right\} \tag{36}$$

ω und φ sind zunächst unbekannte Grössen.

Das Ausgangssignal wird über einen $(n-1)$-Frequenzvervielfacher an den Punkt C zurückgeführt, wo das Signal wie folgt dargestellt werden kann:

$$\text{C:} \qquad \cos[(n-1)\,\omega\,t + (n-1)\,\varphi(t)] \tag{37}$$

Die Signale bei A und C werden moduliert und die Analyse folgt dem in Abschnitt 3.3 angegebenen Vorgehen. Am Modulatorausgang erscheint somit ein Signal, dessen hier interessierende Eigenschaften wie folgt dargestellt werden können:

$$\cos[\omega_0\,t + \Phi(t)] \cdot \cos[(n-1)\,\omega\,t + (n-1)\,\varphi(t)] \tag{38}$$

Bei der trigonometrischen Umformung wird nur die Differenz der beiden Argumente berücksichtigt (in der Praxis werden die unerwünschten Produkte durch Filter unterdrückt).

Durch Identifizierung des Modulatorausgangsignales mit dem Signal bei B kann dieses nun wie folgt dargestellt werden:

$$\cos\left(\frac{\omega_0\,t}{n} + \frac{\Phi(t)}{n}\right) \tag{39}$$

Es ist ersichtlich, dass Frequenz und Phase durch n dividiert werden; dies bedeutet, dass durch die Frequenzteilung ein phasenmodulierendes Seitenband um denselben Faktor wie die Frequenz in seiner relativen Amplitude reduziert wird.

5. Messergebnisse

Um die dargestellten auf theoretischen Überlegungen basierenden Resultate zu verifizieren, wurden einige Messungen durchgeführt.

5.1 Frequenzvervielfacher

Die Messungen sind an einer Kanalträgerversorgung durchgeführt worden. Die Grundfrequenz von 4 kHz wurde mit Seitenbändern versehen im Frequenzabstand von $f_1 = 200$ Hz und einem Pegelabstand von 40 dB.

5.1.1 Phasenmodulation

Die nachstehende *Tabelle I* gibt Aufschluss über die gemessene Verschlechterung des Nebenwellenabstandes bei verschiedener Vervielfachungszahl n. In der letzten Kolonne sind die aufgrund der in Abschnitt 2.3 aufgeführten Überlegungen zu erwartenden Werte eingetragen.

Tabelle I: Verschlechterung des Nebenwellenabstandes, Phasenmodulierte Grundfrequenz

Trägerfrequenz kHz	Messwerte dB	Theoretische Werte 20. log n dB
12	10.5	9.6
16	13.0	12.0
20	14.7	14.0
24	16.5	15.6
28	17.8	17.0
32	19.0	18.0
80	27.0	26.0

Die gemessenen Werte liegen innerhalb von 1 dB bezüglich der berechneten Nebenwellenpegel.

5.1.2 Einzelnes Störseitenband

Dem Grundfrequenzsignal von 4 kHz wurde ein Störsignal bei 3800 Hz beigemischt mit einem Pegelabstand von 40 dB. Die *Tabelle II* ermöglicht wieder einen Vergleich zwischen den Messresultaten und den anhand von (18) berechneten Werten unter der Annahme, dass $\nu \ll 1$. Dass diese Annahme gerechtfertigt ist, folgt aus den noch folgenden Resultaten (siehe 5. 1. 3).

Tabelle II: Verschlechterung des Nebenwellenabstandes. Einzelne Störfrequenz

Trägerfrequenz kHz	Messwerte dB	Theoretische Werte (20. log n – 6) dB
12	3.4	3.6
16	5.9	6.0
20	8.1	8.0
24	9.7	9.6
28	10.8	11.0
32	12.0	12.0
80	20.3	20.0

Die Übereinstimmung der theoretischen und praktischen Resultate ist gut.

5.1.3 Amplitudenmodulation

Das Grundfrequenzsignal wurde amplitudenmoduliert mit einem Seitenbandabstand von 30 dB. In *Tabelle III* sind die Messresultate und die berechneten Werte eingetragen.

Tabelle III: Verbesserung des Nebenwellenabstandes bei Amplitudenmodulation durch Einfluss der Begrenzung

Trägerfrequenz kHz	Verbesserung Messwert dB	Theoret. 20. log n dB	Begrenzerwirkung dB
12	12.5	9.5	22.0
16	10.4	12.0	22.6
20	8.3	14.0	22.2
24	6.9	15.6	22.6
28	5.5	17.0	22.4
32	4.3	18.0	22.6
80	— 3.7	26.0	22.3

Die zweite Kolonne zeigt zunächst keine offensichtliche Systematik. Ein Frequenzvervielfacher enthält nun aber Amplitudenbegrenzer, Filter und Vervielfachungsstufen. Es lässt sich folgendes Verhalten darstellen: Das Signal fliesst zunächst über den Begrenzer, wo die amplitudenmodulierenden Seitenbänder in ihrem Pegel reduziert werden. Im Filter erfolgt durch Phasendrehung der Seitenbänder eine Umwandlung der restlichen Amplitudenmodulation in eine Phasenmodulation. Die phasenmodulierenden Seitenbänder werden dadurch um den Frequenzvervielfachungsfaktor n angehoben. In Tabelle III ist die Begrenzerwirkung eingetragen; sie ist erwartungsgemäss bei allen Frequenzen praktisch gleich gross.

Als Beispiel sei das Signal mit der Frequenz 12 kHz betrachtet. Am Eingang ist das Grundfrequenzsignal von Seitenbändern im Abstand von — 30 dB begleitet. Durch die Begrenzung wird der Pegel auf $-30 - 22 = -52$ dB reduziert. Nach der Umwandlung in Phasenmodulation erfolgt eine Anhebung um 9,5 dB entsprechend der Frequenzvervielfachung auf — 42,5 dB. Dieser Wert ist um 12,5 dB tiefer als der am Eingang vorhandene Pegel.

5.2 Modulation

5.2.1 Allgemeines

An einem Ringmodulator wurde untersucht, wie die Seitenbänder (oft auch als Nebenwellen bezeichnet) am Trägersignal an das Nutzsignal übertragen werden. Im gewählten Arbeitsbereich des Modulators entspricht die Beziehung zwischen Trägerpegelvariation und Signalpegelvariation einem Wert von $\nu \sim 1/10$.

5.2.2 Einzelnes Seitenband

Die Trägerfrequenz von 80 kHz ist von einem Störsignal bei 75 kHz begleitet ($f_1 = 5$ kHz), dessen Pegel 26 dB unter-

halb des Trägerpegels liegt. Ein Eingangssignal von 30 kHz hat folgende, in *Tabelle IV* zusammengestellte Signale am Ausgang zur Folge.

Tabelle IV

Frequenz	Pegel dBm	Verbesserung des Seitenbandpegels dB	Berechneter Wert gemäss (35) dB
$f_c + f_s = 110$ kHz	— 26	—	—
$f_c + f_s + f_1 = 115$ kHz	— 58.5	6.50	6.85
$f_c + f_s - f_1 = 105$ kHz	— 57	5.0	5.20
$f_c - f_s = 50$ kHz	— 26	—	—
$f_c - f_s + f_1 = 55$ kHz	— 58.5	6.50	6.85
$f_c - f_s - f_1 = 45$ kHz	— 57	5.0	5.2

Die Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den berechneten Werten ist besser als 0,35 dB.

5.2.3 Amplitudenmodulierter Träger

Das Trägersignal von 80 kHz wurde mit 5 kHz derart amplitudenmoduliert, dass die Seitenbänder bezüglich der Trägeramplitude 26 dB tiefer liegen. Ein Eingangssignal bewirkt am Modulator die in *Tabelle V* zusammengestellten Resultate.

Tabelle V.

Frequenz	Pegel dBm	Verbesserung des Seitenbandabstandes dB
$f_c + f_s = 110$ kHz	— 26	—
$f_c + f_s + f_1 = 115$ kHz	— 71	19
$f_c + f_s - f_1 = 105$ kHz	— 72	20
$f_c - f_s = 50$ kHz	— 26	—
$f_c - f_s + f_1 = 55$ kHz	— 71	19
$f_c - f_s - f_1 = 45$ kHz	— 72	20

Gemäss (28) ist eine Seitenbandreduktion von 20 dB entsprechend $\nu = 1/10$ zu erwarten. Ein Vergleich mit der letzten Kolonne zeigt eine Übereinstimmung von 1 dB zwischen Rechnung und Messung.

5.2.4 Phasenmodulierter Träger

Ist das Trägersignal phasenmoduliert, dann ist gemäss den theoretischen Untersuchungen zu erwarten, dass die Seitenbänder am Nutzsignal mit dem gleichen relativen Pegel auftreten wie am Trägersignal. Die Messungen, die in analoger Weise wie unter 5.2.2 und 5.2.3 durchgeführt wurden, bestätigen die theoretischen Werte; die Übereinstimmung war $< 0{,}5$ dB.

6. Untersuchung auf Bezugsstromkreisen des CCITT

6.1 Allgemeines

Um über die Nebenwellenpegel Aufschluss zu erhalten, wie sie ein auf Trägerfrequenzsystemen übertragenes Signal aufweisen kann, wurden unter Benützung einiger Bezugsstromkreise (CCITT Weissbuch III) einige vereinfachte Berechnungen – bei ebenfalls vereinfachenden Annahmen – durchgeführt.

6.2 Voraussetzungen

6.2.1 Es handle sich um eine reine Phasenmodulation (zum Beispiel Netzbrumm-Modulation). Damit wird der ungünstigte Fall betrachtet. Wie in Abschnitt 2 erläutert worden ist, können oft um einige Dezibel bessere Resultate erwartet werden.

6.2.2 Alle Grundfrequenzen (4, 12, 124 und 440 kHz) haben überall die gleiche relative Seitenbandamplitude, die als Einheit angenommen wird.

6.2.3 Die Leistung der Seitenbänder der Trägersignale ist gegeben durch $n^2 \cdot 1$, wobei n das Verhältnis der betrachteten Frequenz zur Grundfrequenz darstellt. (Diese Annahme ist eine Konsequenz von 6.2.1 und 6.2.2.)

6.2.4 Die Durchschaltung der Gruppen an den Zwischenstellen geschieht völlig regellos; das bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit p der Benützung einer bestimmten Gruppenlage auf dem nachfolgenden Abschnitt für alle Gruppen gleich ist. Auf einem 960-Kanal-System mit 16 Sekundärgruppen ist bei Sekundärgruppen-Durchschaltung $p = 1/16$.

6.2.5 Die Nebenwellenkomponenten, herrührend von den verschiedenen Modulationsstufen in den End- und Zwischenstellen, werden leistungsmässig addiert.

6.2.6 Da es sich gemäss 6.2.1 um reine Phasenmodulation handelt, werden die Seitenbänder des Trägersignals im Modulator direkt an das Nutzsignal übertragen.

6.3 Berechnung

Aufgrund dieser Annahmen ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der in einer Umsetzerstufe (z. B. Kanalumsetzer) auftretenden Seitenbandleistungen bestimmt. Daraus kann die im Mittel zu erwartende Leistung $\overline{q}$ und die dazugehörende Varianz σ^2 berechnet werden.

In *Tabelle VI* sind die Resultate in den Kolonnen 2 und 3 für verschiedene Umsetzerstufen zusammengestellt.

Sodann kann unter Verwendung der Bezugsstromkreise die mittlere gesamte Seitenbandleistung $\overline{q}_t$ und die zugehörige Varianz bestimmt werden. Da eine grössere Zahl von Umsetzungen beteiligt ist, nähert sich die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Seitenbandleistung einer Normal-

Tabelle VI: Seitenbandpegel bei Übertragung auf CCITT. Bezugsstromkreisen und Bezugsverbindungen.

Umsetzung	Umsetzerausrüstung (Modulation bzw. Demodulation)		N = 300			N = 1260			N = 2700 (Mastergruppen)			N = 2700 (3 × 15 Sek.gruppen)			Weltweite Verbindung		
	$\bar{q}$	σ^2	m	$\bar{q}$	σ^2	m	$\bar{q}$	σ^2	m	$\bar{q}$	σ^2	m	$\bar{q}$	σ^2	m	$\bar{q}$	σ^2
1. Kanal → Basis PG	474	22 303	6	2 844	133 818	6	2 844	133 818	6	2 844	133 818	6	2 844	133 818	24	11 376	535 272
2. Basis PG → Basis SG	1 881	237 388	12	22 572	2 848 656	12	22 572	2 848 656	6	11 286	1 424 328	6	11 286	1 424 328	44	82 764	10 445 072
3. Basis SG → 1...5	594	1 010 156	18	10 692	18 182 808												
4. Basis SG → SG 1...21 I	2 163	7 708 853	—	—	—	18	38 934	138 759 354	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5. Basis SG → SG 1...21 II	985	673 767															
6. Basis SG → SG 2...16	512	139 720	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18	9 216	2 514 960	72	36 864	10 059 840
7. Basis SG → Basis MG	233	7 244							12	2 800	86 928						
8. Basis MG → Basis SMG	735	17 514	—	—	—	—	—	—	18	13 230	315 252	—	—	—	—	—	—
9. SG 2...16 → Basis SMG	10 404	0															
10. Basis SMG → 3 SMG	786	356 934	—	—	—	—	—	—	18	14 150	6 424 812	—	—	— —	—	—	—
11. SG 2...16 → 3 × 15 SG	5 009	18 118 116										18	90 162	326 126 088			
12. Basis MG + SG 2...16 } 15 SG + 6 MG	287	109 894	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
				36 108	21 165 282		64 350	141 741 828		44 304	8 385 138		113 508	330 199 194		131 004	21 040 184
			$\sigma_t = 4600$			$\sigma_t = 11\,910$			$\sigma_t = 2895$			$\sigma_t = 18\,150$			$\sigma_t = 4590$		
			$10.\log \bar{q}_t = 45{,}5$ dB			$10.\log \bar{q}_t = 48$ dB			$10.\log \bar{q}_t = 46{,}5$ dB			$10.\log \bar{q}_t = 50{,}5$ dB			$10.\log \bar{q}_t = 51{,}2$ dB		
			$10.\log \hat{q}_t = 47$ dB			$10.\log \hat{q}_t = 50$ dB			$10.\log \hat{q}_t = 47$ dB			$10.\log \hat{q}_t = 52$ dB			$10.\log \hat{q}_t = 51{,}5$ dB		

$\bar{q}$ = im Mittel zu erwartende Seitenbandleistung
σ^2 = Varianz der Seitenbandleistung
$\hat{q}$ = $\bar{q} + 3\sigma$: Leistung, die mit einer Wahrscheinlichkeit $\sim 0.1\,\%$ überschritten wird.
m = Anzahl der beteiligten Umsetzerstufen (Modulation und Demodulation getrennt)

PG = Primärgruppe 12 Kanäle
SG = Sekundärgruppe 60 Kanäle
MG = Mastergruppe 300 Kanäle
SMG = Supermastergruppe 900 Kanäle

Die berücksichtigten Bezugsstromkreise und -Verbindungen sowie deren Frequenzpläne entsprechen den Empfehlungen des CCITT (Weissbuch Band III): G 110, G 232, G 233, G 333, G 344

verteilung. Somit kann mit $\overline{q_t} + 3\sigma$ diejenige Leistung angegeben werden, die mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 0,1 % überschritten wird.

Die Tabelle VI zeigt, dass je nach Modulationsschema die Seitenbänder am übertragenen Signal um 50 dB $\pm$ 3 dB höher zu liegen kommen als jene am Grundfrequenzsignal.

Bemerkenswert ist der kleine Beitrag, den die Kanalmodulatoren zum Gesamtwert liefern. Je nach Systemart sind die Primär- und unter Umständen die höheren Modulationsstufen massgebend für die resultierenden Seitenbandpegel.

6.4 Weitere Anwendungsmöglichkeiten

Die Untersuchungen sind unter besonderer Berücksichtigung der Brummodulation durchgeführt worden. Ähnliche Überlegungen lassen sich anwenden, um zum Beispiel das verständliche Nebensprechen zu untersuchen, das durch Nebenwellen an den Trägern entsteht, deren Frequenzabstand ein Vielfaches der Grundfrequenz beträgt.

6.5 Schlussfolgerung

Wie bereits erwähnt, ist auf den betrachteten Systemen mit einer Anhebung des Nebenwellenpegels, verglichen mit demjenigen bei den Grundfrequenzsignalen, um etwa 50 dB zu rechnen.

Im Rahmen des CCITT und des CMTT sind die zulässigen Werte noch im Studium. Zurzeit steht folgendes Verhalten zur Diskussion (Frage 37/XV des CCITT und Frage 5/CMTT):

«Wird ein sinusförmiges Testsignal mit einem Pegel von 0 dBmO in einem Kanal übertragen, dann darf das pegelmässig höchste Störseitenband (k . 50 Hz Abstand bezüglich der Signalfrequenz) einen Pegel von maximal — 45 dBmO aufweisen.»

Damit der Wert von — 45 dBmO auf dem Bezugsstromkreis eingehalten werden kann, müssen die Grundfrequenzen einen Nebenwellenabstand von 95 dB ($\sim$ 11 N) aufweisen.

Bibliographie

[1] *W. B. Davenport, W. L. Root:* An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise. Kapitel 13. McGraw Hill, Tokio, 1958.

[2] *H. S. Black:* Modulation Theory. Van Nostrand, Princeton, 1962, p. 221.