

# Stabilitätsbetrachtungen mit Streuparameter für lineare aktive Vierpole (Transistoren). 1. Teil

Autor(en): **Hauri, Ernst R.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Technische Mitteilungen / Schweizerische Post-, Telefon- und Telegrafienbetriebe = Bulletin technique / Entreprise des postes, téléphones et télégraphes suisses = Bollettino tecnico / Azienda delle poste, dei telefoni e dei telegrafi svizzeri**

Band (Jahr): **49 (1971)**

Heft 1

PDF erstellt am: **16.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-874259>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Stabilitätsbetrachtungen mit Streuparametern für lineare aktive Vierpole (Transistoren) 1. Teil

Ernst R. HAURI, Meikirch

621.372.57.016.35  
621.382.3.016.35

Zusammenfassung. Für lineare aktive Vierpole, die durch «klassische» Vierpolparameter charakterisiert sind, sind allgemeine Stabilitätsbedingungen und Stabilitätsfaktoren, welche die Abschlüsse enthalten, abgeleitet worden. Bei der Darstellung mit Streuparametern fehlten die analogen Beziehungen. Ausgehend von der Schwingbedingung eines Vierpols mit Abschlüssen gelingt es, eine allgemeine Stabilitätsbedingung und einen allgemeinen Stabilitätsfaktor  $K_S$  abzuleiten. Es wird gezeigt, wie man einen Verstärker bei gegebener Leistungsverstärkung für optimale Stabilität dimensionieren kann. Der Darstellung wird die analoge mit  $y$ -Parametern gegenübergestellt. Es wird abschliessend das Vorgehen erläutert, wenn die Beträge der Parameter  $s_{22}$  oder  $s_{11}$  grösser oder gleich 1 sind.

## Conditions de stabilité des quadripôles linéaires actifs (transistors) dans la représentation avec paramètres de répartition

Résumé. Des conditions et facteurs généraux de stabilité ont été établis pour des quadripôles linéaires actifs, en tenant compte des terminaisons, lorsqu'ils sont caractérisés par les paramètres «classiques» des quadripôles. Des relations analogues manquaient jusqu'à présent pour la représentation avec paramètres de répartition. En partant de la condition d'oscillation d'un quadripôle avec terminaisons, on a pu déterminer une condition générale de stabilité et un facteur général de stabilité  $K_S$ . On montre comment on peut dimensionner un amplificateur pour une stabilité optimale avec une amplification de puissance donnée. Cette représentation est comparée à la représentation analogique utilisant les paramètres  $y$ . On explique enfin comment procéder lorsque les valeurs absolues des paramètres  $s_{22}$  ou  $s_{11}$  sont égales ou supérieures à 1.

## Esame della stabilità mediante parametri di diffusione per quadripoli attivi lineari (transistori)

Riassunto. Sono stati dedotti condizioni e fattori generali di stabilità per quadripoli attivi lineari caratterizzati da parametri «classici» dei quadripoli, tenendo conto delle terminazioni. Nella rappresentazione con parametri di diffusione mancavano le relazioni analoghe. Partendo dalla condizione di oscillazione di un quadripolo con terminazioni, si può dedurre una condizione generale di stabilità ed un fattore generale di stabilità  $K_S$ . Si dimostra come, in base ad una potenza d'amplificazione data, è possibile dimensionare un amplificatore per una stabilità ottima. Alla rappresentazione si raffronta quella analoga con parametri  $y$ . Per concludere si spiega come procedere se i valori assoluti dei parametri  $s_{22}$  o  $s_{11}$  sono uguali o superiori a 1.

## 1. Einleitung

Für lineare aktive Vierpole, die mit einer Generatoradmittanz  $Y_G = G_G + j B_G$  und einer Lastadmittanz  $Y_L = G_L + j B_L$  abgeschlossen sind, wurde von Stern [1] gefunden, dass unbedingte Stabilität der Schaltung erreicht werden kann, wenn die Bedingung

$$2(g_{11} + G_G)(g_{22} + G_L) > |y_{12} y_{21}| + \operatorname{Re}(y_{12} y_{21}) \quad (1)$$

erfüllt ist. Diese Ungleichung kann auch mit andern «klassischen» Vierpolparametern anstelle der  $y$ -Parameter ( $y_{ij} = g_{ij} + j b_{ij}$ ) angeschrieben werden (siehe zum Beispiel [2], Seite 473ff). Aus (1) wurden verschiedene Stabilitätsfaktoren abgeleitet, so von Stern [1]

$$k_y = \frac{2(g_{11} + G_G)(g_{22} + G_L)}{|y_{12} y_{21}| + \operatorname{Re}(y_{12} y_{21})} \quad (2)$$

oder von Rollett [3] und Venkateswaran (zuerst zitiert in [4])

$$K_Y = \frac{2(g_{11} + G_G)(g_{22} + G_L) - \operatorname{Re}(y_{12} y_{21})}{|y_{12} y_{21}|} \quad (3)$$

Damit die Schaltung stabil ist, müssen  $k_y$  oder  $K_Y > 1$  sein. Setzt man  $G_G = 0$  und  $G_L = 0$ , so werden die Bedingungen für unbedingte Stabilität des nicht mit Wirkleitwerten abgeschlossenen Vierpols erhalten. Insbesondere ist

$$K = \frac{2g_{11}g_{22} - \operatorname{Re}(y_{12}y_{21})}{|y_{12}y_{21}|} \quad (4)$$

ein nur von den Vierpolparametern abhängiger, invarianter Stabilitätsfaktor, dessen Wert in den vier möglichen Matri-

zensystemen nicht ändert [3], [4], [5], wohl aber im allgemeinen beim Wechsel der Grundsaltung des Vierpols. Ferner ist  $C = 1/K$  ein invarianter Stabilitätsfaktor, der von Linvill [6] eingeführt wurde. Es müssen drei Bedingungen erfüllt sein, nämlich

$$K > 1 \quad (5)$$

$$g_{11} > 0 \quad (6)$$

$$g_{22} > 0 \quad (7)$$

damit der Vierpol unbedingt stabil ist.

Seit einigen Jahren werden für Transistoren bei Frequenzen oberhalb von etwa 100 MHz die Streuparameter ( $s$ -Parameter) verwendet (siehe z. B. [7]). (Im folgenden gelten die Voraussetzungen der Abschnitte 3.1 und 3.2 von [7].)

Die Voraussetzungen für unbedingte Stabilität, ausgedrückt durch die  $s$ -Parameter, wurden nach verschiedenen Methoden von Kurokawa [8], Bodway [9] und Hauri [7] abgeleitet. Sie lauten, mit  $\Delta = s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21}$ :

$$1 - |s_{11}|^2 - |s_{22}|^2 + |\Delta|^2 > 2|s_{12}s_{21}| \quad (8)$$

$$\beta_1 = 1 + |s_{11}|^2 - |s_{22}|^2 - |\Delta|^2 > 0 \quad (9)$$

$$\beta_2 = 1 + |s_{22}|^2 - |s_{11}|^2 - |\Delta|^2 > 0 \quad (10)$$

Diese drei Bedingungen sind gleichwertig mit (5) bis (7).

Aus (8) wurde der Stabilitätsfaktor

$$K = \frac{1 - |s_{11}|^2 - |s_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|s_{12}s_{21}|} \quad (11)$$

abgeleitet; es muss  $K > 1$  sein für unbedingte Stabilität. Für sich allein betrachtet ist  $K > 1$  lediglich die Bedingung, dass der Vierpol beidseitig konjugiert-komplex angepasst werden kann. Mit Hilfe der Umrechnungsgleichungen von s- zu y-Parametern findet man, dass K nach (11) gleich dem invarianten Stabilitätsfaktor K nach (4) ist.

Für Vierpole mit  $K \leq 1$ , welche potentiell instabil sind, wurde, soweit dem Verfasser bekannt, bis jetzt mit *Streu-parametern* keine Stabilitätsbedingung, die analog zu (1) wäre, und/oder kein Stabilitätsfaktor, der analog zu (2) oder (3) wäre, abgeleitet. Lediglich für unbedingt stabile Vierpole und für bedingt stabile Vierpole mit  $K > 1$  wurde in [7] angegeben, dass man den Kreisen konstanter Leistungsverstärkung g in der  $r_L$ -Ebene einen Stabilitätsfaktor  $\Sigma_g$  gemäss  $\Sigma_g = (|s_{21}/s_{12}|)/g$  zuweisen kann; das Analoge gilt für die Kreise konstanter verfügbarer Leistungsverstärkung  $g_v$  in der  $r_G$ -Ebene.

Auf der Grundlage der von Bodway [9] angegebenen Stabilitätskreise hat Froehner [10] eine Methode, Stabilität zu gewährleisten, angegeben, die auf Probieren beruht. Im folgenden wird nun gezeigt, wie man quantitative Stabilitätsbedingungen mit s-Parametern für potentiell instabile Vierpole ableiten kann.

## 2. Die Stabilitätsbedingung und der allgemeine Stabilitätsfaktor

Die Schwingbedingung eines beidseitig mit dem Generator-Reflexionsfaktor  $r_G$  beziehungsweise dem Last-Reflexionsfaktor  $r_L$  abgeschlossenen Vierpols kann nach Anderson [11] als Streurelation

$$S_1 \cdot r_G = 1 \quad (12)$$

geschrieben werden. Hierbei ist

$$S_1 = \frac{s_{11} - \Delta r_L}{1 - s_{22} r_L} \quad (13)$$

der Eingangs-Reflexionsfaktor des Vierpols, der von der Last  $r_L$  abhängt. Mit y-Parametern ausgedrückt lautet die Schwingbedingung

$$Y_1 + Y_G = 0 \quad (14)$$

wobei  $Y_1 = G_1 + j B_1$  die Eingangsadmittanz ist:

$$Y_1 = y_{11} - \frac{y_{12} y_{21}}{y_{22} + Y_L} = G_1 + j B_1 \quad (15)$$

Ist hingegen  $|S_1| < 1/|r_G|$ , so ist die Schaltung unbedingt stabil, bei beliebigem Phasenwinkel von  $r_G$ . Die Gleichung

$$|S_1| \cdot |r_G| = 1 \quad (16)$$

gibt die Grenze zwischen Stabilität und Unstabilität an. Aus (13) und (16) resultiert:

$$|s_{11} - \Delta r_L|^2 \cdot |r_G|^2 = |1 - s_{22} r_L|^2 \quad (17)$$

Dies ergibt die Gleichung eines Kreises in der  $r_L$ -Ebene mit dem Mittelpunkt  $c_{LG}$  und dem Radius  $\varrho_{LG}$  gemäss:

$$c_{LG} = \frac{s_{22}^* - |r_G|^2 s_{11} \cdot \Delta^*}{|s_{22}|^2 - |r_G \Delta|^2} \quad (18)$$

$$\varrho_{LG} = \left| \frac{|r_G| \cdot |s_{12} s_{21}|}{|s_{22}|^2 - |r_G \Delta|^2} \right| \quad (19)$$

Ist  $|r_G| = 1$ , so erhält man aus (18) und (19) den Mittelpunkt  $c_{Ls}$  und den Radius  $\varrho_{Ls}$  des Stabilitätskreises nach Bodway [9] in der  $r_L$ -Ebene:

$$c_{Ls} = \frac{\gamma_2^*}{|s_{22}|^2 - |\Delta|^2} \quad (20)$$

$$\varrho_{Ls} = \left| \frac{|s_{12} s_{21}|}{|s_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| \quad (21)$$

mit

$$\gamma_2 = s_{22} - \Delta s_{11}^* \quad (22)$$

Ändert sich  $|r_G|$  im Bereich von  $1 \rightarrow 0$ , so liegen die Mittelpunkte  $c_{LG}$  der erhaltenen Kreise auf einer Geraden, welche die Punkte  $c_{Ls}$  und  $s_{22}^*/|s_{22}|^2 = 1/s_{22}$  verbindet, während die Radien  $\varrho_{LG}$  zwischen den Werten  $\varrho_{Ls}$  und 0 variieren.

Die Kreise ( $c_{LG}, \varrho_{LG}$ ) teilen die  $r_L$ -Ebene in zwei Bereiche, nämlich einen mit  $|S_1| \cdot |r_G| > 1$  (Unstabilität) und einen mit  $|S_1| \cdot |r_G| < 1$  (Stabilität). Im folgenden wird zunächst  $|s_{11}| < 1$  angenommen, das heisst die Eingangs-Immittanz (-Impedanz oder -Admittanz), wenn der Ausgang mit der Bezugs-Immittanz abgeschlossen ist, habe einen positiven Realteil. Dann ist jener Bereich stabil, der den Nullpunkt der  $r_L$ -Ebene enthält, denn mit  $r_L = 0$  wird  $S_1 = s_{11}$ , und gemäss der obigen Annahme resultiert dann Stabilität mit einem passiven  $r_G$  ( $|r_G| \leq 1$ ).

Es müssen zwei Fälle unterschieden werden.

Im Fall I ist

$$|s_{22}|^2 - |r_G \Delta|^2 > 0 \quad (23)$$

Der Nullpunkt der  $r_L$ -Ebene liegt dann ausserhalb der Kreise ( $c_{LG}, \varrho_{LG}$ ), und das Kreisinnere ist der instabile Bereich.

Diese Situation ist in *Figur 1* dargestellt. Wenn  $|r_G|$  vom Wert 1 aus abnimmt, werden die Kreise kleiner. Bei einem gewissen Wert  $|r_G| = |r_{GK}|$  berührt der Kreis gerade den Einheitskreis  $|r_L| = 1$ , und für  $|r_G| < |r_{GK}|$  liegen die Kreise ausserhalb des Einheitskreises (siehe Abschnitt 3 sowie *Figur 9*).

Damit bei beliebigem Phasenwinkel von  $r_L$  unbedingte Stabilität herrscht, muss  $r_L$  im schraffierten Teil des stabilen Gebiets liegen, das heisst es muss folgende Bedingung erfüllt sein:

$$|r_L| < |c_{LG}| - \varrho_{LG} \quad (24)$$

Dies kann wie folgt geschrieben werden:

$$|s_{22}^* - |r_G|^2 s_{11} \Delta^*| > |r_L| \cdot (|s_{22}|^2 - |r_G \Delta|^2) + |r_G| \cdot |s_{12} s_{21}| \quad (25)$$

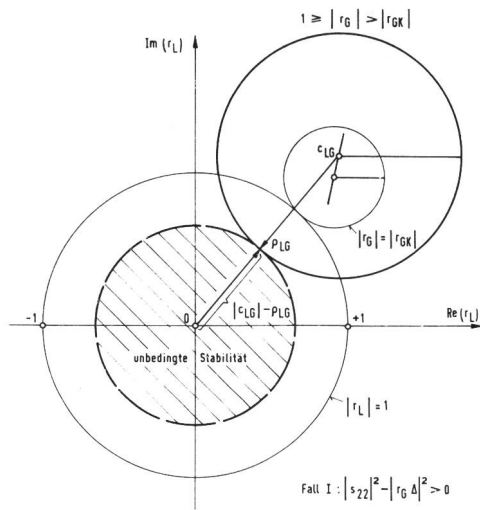


Fig. 1  
Im Fall I ist das Innere der Kreise ( $c_{LG}, \rho_{LG}$ ) instabil. Für  $|r_G| < |r_{GK}|$  liegen diese Kreise ausserhalb des Einheitskreises  $|r_L| = 1$

Nach Quadrieren und einigem Umformen erhält man folgende Bedingung:

$$1 - |r_G s_{11}|^2 - |r_L s_{22}|^2 + |r_G r_L \Delta|^2 > 2 |r_G r_L| \cdot |s_{12} s_{21}| \quad (26)$$

Im Fall II ist

$$|s_{22}|^2 - |r_G \Delta|^2 < 0 \quad (27)$$

Der Nullpunkt der  $r_L$ -Ebene liegt nun innerhalb der Kreise ( $c_{LG}, \rho_{LG}$ ): das Kreisinnere ist der stabile Bereich. Diese Situation ist in *Figur 2* dargestellt. Wenn  $|r_G|$  vom Wert 1 aus abnimmt, so werden die Kreise zuerst grösser. Bei einem gewissen Wert  $|r_G| = |r_{GK}|$  berührt der Kreis gerade den Einheitskreis  $|r_L| = 1$ , und für  $|r_G| < |r_{GK}|$  liegt der Einheitskreis ganz innerhalb dieser Kreise. Beim Wert  $|r_G| = |s_{22}/\Delta|$  nehmen Mittelpunkt  $c_{LG}$  und Radius  $\rho_{LG}$  den Wert unendlich an, und für noch kleinere  $|r_G|$  werden die Kreise wieder kleiner. Der Wert  $|r_G| = |s_{22}/\Delta|$  markiert den Übergang vom Fall II zum Fall I. Es kann vorkommen, dass dieser Übergang für  $|r_G| > |r_{GK}|$  eintritt; vergleiche *Figur 3* (nach einem tatsächlich aufgetretenen Beispiel; man beachte, dass hier die Kreise ( $c_{GL}, \rho_{GL}$ ) in der  $r_G$ -Ebene gezeichnet sind).

Damit im Fall II bei beliebigem Phasenwinkel von  $r_L$  unbedingte Stabilität herrscht, muss wieder  $r_L$  im schraffierten Teil des stabilen Gebiets liegen, das heisst, es muss folgende Bedingung erfüllt sein:

$$|r_L| < \rho_{LG} - |c_{LG}| \quad (28)$$

Wegen (27) muss man schreiben:

$$||s_{22}|^2 - |r_G \Delta|^2| = |r_G \Delta|^2 - |s_{22}|^2 \quad (29)$$

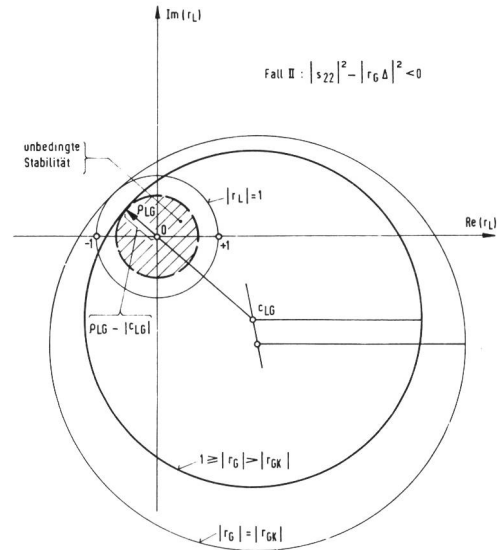


Fig. 2  
Im Fall II ist das Innere der Kreise ( $c_{LG}, \rho_{LG}$ ) stabil. Für  $|r_G| < |r_{GK}|$  liegt der Einheitskreis gänzlich innerhalb dieser Kreise

Damit erhält man aus (28):

$$(30)$$

$$|s_{22}^* - |r_G|^2 s_{11} \Delta^*| < |r_L| \cdot (|r_G \Delta|^2 - |s_{22}|^2) + |r_G| \cdot |s_{12} s_{21}|$$

Nach Quadrieren und einigem Umformen erhält man wieder die Bedingung (26) auch für Fall II. Nach Einführung des allgemeinen Stabilitätsfaktors («overall stability factor»)  $K_S$

$$K_S = \frac{1 - |r_G s_{11}|^2 - |r_L s_{22}|^2 + |r_G r_L \Delta|^2}{2 |r_G r_L| \cdot |s_{12} s_{21}|} \quad (31)$$

kann man (26) auch in der Form

$$K_S > 1$$

schreiben.

Der allgemeine Stabilitätsfaktor  $K_S$  erlaubt die Beurteilung der Stabilität eines potentiell instabilen Vierpols, der durch die  $s$ -Parameter beschrieben ist und dessen Abschlüsse die Reflexionsfaktoren  $r_G$  und  $r_L$  haben. Für  $|r_G| = 1$  und  $|r_L| = 1$  (Generator und Last sind reine Blindwiderstände oder Leerlauf oder Kurzschluss) wird aus  $K_S$  der invariante Stabilitätsfaktor  $K$  nach (11). Man folgert daher, dass  $K_S$  das Analogon zu  $K_V$  nach (3) und nicht zu  $k_V$  nach (2) ist.

Diese Ableitung kann man auch ausgehend von  $|S_2| \cdot |r_L| = 1$  durchführen, indem man in allen Gleichungen von (12) an die Indizes «1» mit «2» und «G» mit «L» vertauscht und umgekehrt, und die Bezeichnungen sinngemäss ändert. Die Gleichungen (26) und (31) bleiben nach diesen Vertauschungen unverändert.

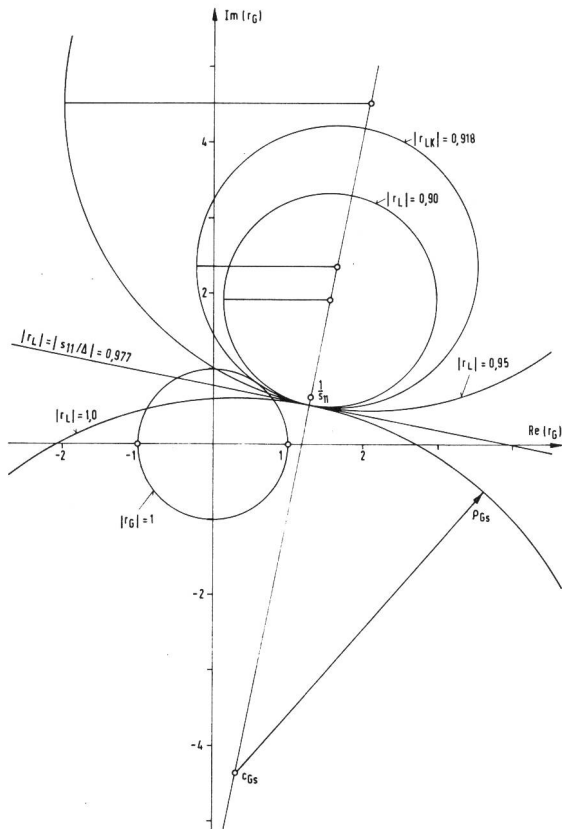


Fig. 3 Kreise ( $C_{GL}$ ,  $Q_{GL}$ ) in der  $r_G$ -Ebene für den Transistor 2N 3570 ( $I_C = 5 \text{ mA}$ ,  $U_{CE} = 6 \text{ V}$ ) bei 100 MHz in Emitterschaltung. Der Übergang von Fall II:  $|s_{11}|^2 - |r_L|^2 < 0$  zu Fall I:  $|s_{11}|^2 - |r_L|^2 > 0$  tritt für  $|r_L| = |s_{11}| = 0,977$  ein, während  $|r_{LK}| = 0,918$  beträgt

Eine analoge Ableitung für «klassische» Vierpolparameter sei am Beispiel der  $y$ -Parameter vorgeführt. Der Realteil  $G_1$  von  $Y_1$  nach (15) hat mit den Abkürzungen

$$M + jN = y_{12} y_{21} = \text{Re}(y_{12} y_{21}) + j \text{Im}(y_{12} y_{21}) \quad (33)$$

$$L = \sqrt{M^2 + N^2} = |y_{12} y_{21}| \quad (34)$$

folgenden Wert:

$$G_1 = g_{11} - \frac{M(g_{22} + G_L) + N(b_{22} + B_L)}{(g_{22} + G_L)^2 + (b_{22} + B_L)^2} \quad (35)$$

Die Grenze zwischen Stabilität und Unstabilität ist durch den Realteil von (14) gegeben:

$$G_1 + G_G = 0 \quad (36)$$

Aus (35) und (36) resultiert die Gleichung eines Kreises in der  $Y_L$ -Ebene, dessen Mittelpunkt  $Y_{LG} = G_{LG} + jB_{LG}$  folgende Koordinaten hat:

$$G_{LG} = \frac{M}{2(g_{11} + G_G)} - g_{22} \quad (37)$$

$$B_{LG} = \frac{N}{2(g_{11} + G_G)} - b_{22} \quad (38)$$

Man kann auch schreiben:

$$Y_{LG} = \frac{y_{12} y_{21}}{2(g_{11} + G_G)} - y_{22} \quad (39)$$

Der Radius  $Q_{LG}$  wird:

$$Q_{LG} = \frac{L}{2(g_{11} + G_G)} = \frac{|y_{12} y_{21}|}{2(g_{11} + G_G)} \quad (40)$$

In Fig. 4 ist ein solcher Kreis in der  $Y_L$ -Ebene dargestellt. Das Innere des Kreises ist das instabile Gebiet, gemäss folgender Überlegung: Es sei  $g_{11} > 0$  vorausgesetzt (analog zu  $|s_{11}| < 1$ ). Man misst  $y_{11} = g_{11} + j b_{11}$  mit einem Kurzschluss auf der Ausgangsseite. Dies entspricht  $Z_L = 0$  oder  $Y_L = 1/Z_L = \infty$ . Der unendlich ferne Punkt der  $Y_L$ -Ebene liegt also im stabilen Gebiet, folglich ist das Kreisinnere instabil. Damit unbedingte Stabilität bei beliebigen Werten des Blindleitwerts  $B_L$  herrscht, muss man

$$G_L > G_{LG} + Q_{LG} \quad (41)$$

wählen. Mit (37) und (40) folgt daraus die Bedingung

$$2(g_{11} + G_G)(g_{22} + G_L) > L + M \quad (42)$$

Diese Gleichung ist mit (1) identisch, woraus man wiederum die Stabilitätsfaktoren nach (2) oder (3) ableiten kann.

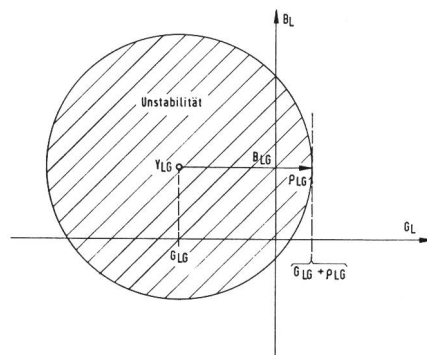


Fig. 4 Stabilität und Unstabilität dargestellt in der Ebene der Lastadmittanz  $Y_L = G_L + jB_L$

Eine analoge Darstellung in der Ebene der Generatoradmittanz  $Y_G$  ist ebenfalls möglich, die das gleiche Resultat (42) liefert.

### 3. Der Stabilitätsfaktor $K_{1S}$ für $|r_G| = 1$

Setzt man  $|r_G| = 1$ , so wird aus (26):

$$1 - |s_{11}|^2 - |r_L s_{22}|^2 + |r_L \cdot 1|^2 > 2 |r_L| \cdot |s_{12} s_{21}| \quad (43)$$

Definiert man den neuen Stabilitätsfaktor  $K_{1S}$

$$K_{1S} = \frac{1 - |s_{11}|^2 - |r_L|^2 (|s_{22}|^2 - |1|^2)}{2 |r_L| \cdot |s_{12} s_{21}|} \quad (44)$$

so kann (43) auch

$$K_{1S} > 1 \quad (45)$$

geschrieben werden. Diese Bedingung ist nach den Ausführungen von Abschnitt 2 mit

$$|S_1| < 1 \quad (46)$$

gleichwertig, das heisst, die entsprechende Eingangsimmittanz hat einen positiven Realteil.

In [7] wurde gezeigt, wie man den Eingangsreflexionsfaktor  $S_1$  in der  $S_1$ -Ebene darstellen kann. Für konstante Beträge des Lastreflexionsfaktors  $|r_L|$  ergeben sich Kreise mit dem Mittelpunkt  $c_{r1}$  und dem Radius  $\varrho_{r1}$  gemäss

$$c_{r1} = s_{11} + \frac{s_{12} s_{21} s_{22}^* |r_L|^2}{1 - |s_{22} r_L|^2} = \frac{s_{11} - |r_L|^2 \cdot 1 \cdot s_{22}^*}{1 - |s_{22} r_L|^2} \quad (47)$$

$$\varrho_{r1} = \frac{|r_L| \cdot |s_{12} s_{21}|}{1 - |s_{22} r_L|^2} \quad (48)$$

Für  $|r_L| = 1$  erhält man Mittelpunkt  $c_1$  und Radius  $\varrho_1$  gemäss

$$c_1 = \frac{\gamma_1}{1 - |s_{22}|^2} ; \quad \varrho_1 = \frac{|s_{12} s_{21}|}{1 - |s_{22}|^2} \quad (49)$$

mit

$$\gamma_1 = s_{11} - 1 \cdot s_{22}^* \quad (50)$$

Die Mittelpunkte  $c_{r1}$  dieser Kreise liegen auf einer Geraden, welche die Punkte  $c_1$  (für  $|r_L| = 1$ ) und  $s_{11}$  (für  $r_L = 0$ ) verbindet; die Radien  $\varrho_{r1}$  variieren von  $\varrho_1 \dots 0$ , wenn  $|r_L|$  von  $1 \dots 0$  abnimmt. Hierbei ist  $|s_{22}| < 1$  vorausgesetzt. Alle Kreise  $(c_{r1}, \varrho_{r1})$  liegen innerhalb des Kreises  $(c_1, \varrho_1)$ .

Die Kreise  $(c_{r1}, \varrho_{r1})$  in der  $S_1$ -Ebene für einen Transistor 2 N 3570 bei 800 MHz in Emitterschaltung ( $I_C = 5 \text{ mA}$ ;  $U_{CE} = 6 \text{ V}$ ) bei verschiedenen Werten von  $|r_L|$  sind in Figur 5 wiedergegeben. Dieser Transistor wird im folgenden als Mustertransistor verwendet; es wurden an ihm folgende Werte der Streuparameter gemessen:

$$\begin{aligned} s_{11} &= 0,21 \angle -59^\circ = 0,108\,158 - j\,0,180\,005 \\ s_{12} &= 0,118 \angle 103^\circ = -0,026\,544 + j\,0,114\,976 \\ s_{21} &= 1,83 \angle 62,5^\circ = 0,845\,000 + j\,1,623\,230 \\ s_{22} &= 0,825 \angle -35,5^\circ = 0,671\,645 - j\,0,479\,080. \end{aligned}$$

Die Berechnung von Realteil und Imaginärteil auf sechs Stellen nach dem Komma mag bei der ersichtlichen Messmöglichkeit von Betrag und Phasenwinkel mit dem Vektor-

voltmeter übertrieben erscheinen; dies erweist sich jedoch als nützlich, um die Genauigkeit verschiedener Formeln überprüfen zu können. Aus diesen Werten ergeben sich die Determinante und weitere Parameter wie folgt:

$$\begin{aligned} \Delta &= 0,299\,398 \angle -49,24^\circ = 0,195\,469 - j\,0,226\,783 \\ \gamma_1 &= -0,131\,775 - j\,0,121\,333; |\gamma_1| = 0,179\,127 \\ \gamma_2 &= 0,609\,681 - j\,0,490\,337; |\gamma_2| = 0,782\,395 \\ |s_{11}|^2 - |\Delta|^2 &= -0,045\,539; |s_{22}|^2 - |\Delta|^2 = 0,590\,986 \end{aligned}$$

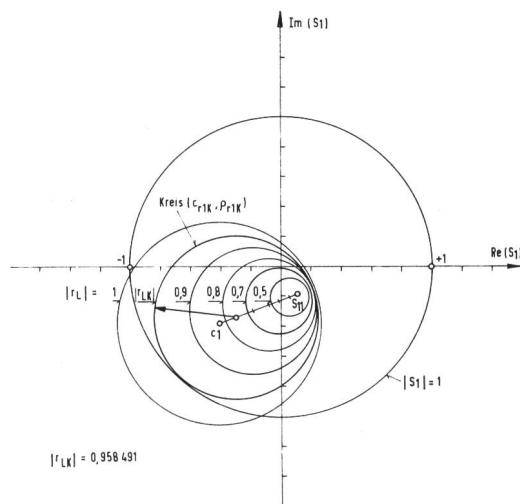


Fig. 5

Eingangs-Reflexionsfaktor  $S_1$  in der  $S_1$ -Ebene für den Transistor 2 N 3570 in Emitterschaltung bei 800 MHz mit den Daten gemäss Abschnitt 3, für verschiedene Beträge  $|r_L|$  des Last-Reflexionsfaktors

Der Stabilitätsfaktor  $K$  nach (11) und die Stabilitätsparameter  $\beta_1$  und  $\beta_2$  nach (9) und (10) haben folgende Werte:

$$K = 0,844\,943 < 1$$

$$\beta_1 = 0,273\,836$$

$$\beta_2 = 1,546\,886$$

Aus  $K < 1$  folgt, dass dieser Transistor beim verwendeten Arbeitspunkt bei 800 MHz potentiell instabil ist. Dies er sieht man auch aus Figur 5, denn der Kreis für  $|r_L| = 1$  verläuft teilweise ausserhalb des Einheitskreises  $|S_1| = 1$ .

Wie in [7] dargestellt, können die Bedingungen für unbedingte Stabilität daraus abgeleitet werden, dass der Kreis  $(c_1, \varrho_1)$  innerhalb des Einheitskreises liegen muss und diesen nicht berühren darf:

$$\varrho_1 + |c_1| < 1 \quad (51)$$

Bei einem bedingt stabilen Vierpol berührt der Kreis  $(c_{r1}, \varrho_{r1})$  für einen bestimmten kritischen Wert  $|r_{LK}| < 1$  gerade den Einheitskreis  $|S_1| = 1$ . Alle Kreise mit  $|r_L| < |r_{LK}|$  liegen innerhalb des Einheitskreises; für diese ist

$|S_{11}| < 1$ ; siehe (46). Demnach muss für sie die Bedingung (43) oder  $K_{1s} > 1$  erfüllt sein. Der Leser ist eingeladen nachzuprüfen, dass man die Bedingung (43) auch aus

$$\varrho_{r1} + |c_{r1}| < 1 \quad (52)$$

ableiten kann.

Der kritische Wert  $|r_{LK}|$  wird erhalten, wenn man in (43) ein Gleichheitszeichen oder  $K_{1s} = 1$  setzt; es resultiert die quadratische Gleichung:

$$|r_L|^2 (|s_{22}|^2 - |\Delta|^2) + 2|r_L| \cdot |s_{12} s_{21}| - (1 - |s_{11}|^2) = 0 \quad (53)$$

Sie hat zwei Lösungen:

$$(54)$$

$$|r_L|_{1,2} = \frac{-|s_{12} s_{21}| \pm \sqrt{|s_{12} s_{21}|^2 + (1 - |s_{11}|^2)(|s_{22}|^2 - |\Delta|^2)}}{|s_{22}|^2 - |\Delta|^2}$$

Da  $|r_L|$  als Absolutwert eine positive Zahl und  $< 1$  sein muss, kommt die Lösung mit dem Minuszeichen vor der Wurzel nicht in Frage. Man kann ferner zeigen, dass

$$|s_{12} s_{21}|^2 + (1 - |s_{11}|^2)(|s_{22}|^2 - |\Delta|^2) = |\gamma_2|^2 \quad (55)$$

ist, mit  $\gamma_2$  nach (22). Somit folgt der kritische Wert von  $|r_L|$  aus (54) zu:

$$|r_{LK}| = \frac{|\gamma_2| - |s_{12} s_{21}|}{|s_{22}|^2 - |\Delta|^2} \quad (56)$$

Aus (20) und (21) sieht man, dass  $|r_{LK}|$  auch mit dem Bodwayschen Stabilitätskreis in der  $r_L$ -Ebene zusammenhängt; es ist nämlich auch

$$|r_{LK}| = ||c_{Ls}| - \varrho_{Ls}| \quad (57)$$

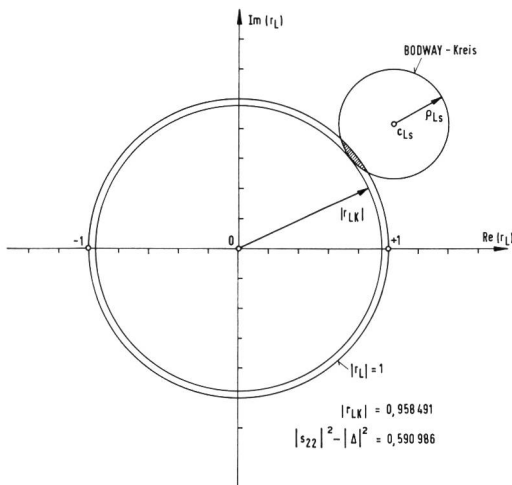


Fig. 6 Stabilitätskreis nach Bodway in der  $r_L$ -Ebene für Transistor 2 N 3570 bei 800 MHz in Emitterschaltung. Das «unstable» Gebiet im passiven Bereich ist schraffiert

Die rechte Seite von (57) muss als Betrag geschrieben werden für allgemeine Gültigkeit, denn es kommt vor, dass  $|c_{Ls}| < \varrho_{Ls}$  ist, wenn der Bodway-Kreis den Nullpunkt umschließt. Dies korrigiert sich in (56) selber aus, da dann  $|\gamma_2| < |s_{12} s_{21}|$  ist, jedoch auch  $|s_{22}|^2 - |\Delta|^2 < 0$ .

In Fig. 6 ist der Bodwaysche Stabilitätskreis in der  $r_L$ -Ebene für den Mustertransistor 2 N 3570 bei 800 MHz dargestellt. Aus (56) folgt numerisch  $|r_{LK}| = 0,958 491$ , was auch mit der Figur übereinstimmt. In Fig. 7 ist für den gleichen Transistor der Bodway-Kreis in der  $r_G$ -Ebene mit dem Mittelpunkt  $c_{Gs}$  und dem Radius  $\varrho_{Gs}$  gemäss

$$c_{Gs} = \frac{\gamma_1^*}{|s_{11}|^2 - |\Delta|^2} ; \quad \varrho_{Gs} = \left| \frac{|s_{12} s_{21}|}{|s_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right| \quad (58)$$

mit  $\gamma_1$  nach (50) – gezeichnet. Da  $|s_{11}|^2 - |\Delta|^2 = -0,045 539$  negativ ist, liegt der Nullpunkt der  $r_G$ -Ebene innerhalb des Bodway-Kreises. Man findet

$$|r_{GK}| = \frac{|\gamma_1| - |s_{12} s_{21}|}{|s_{11}|^2 - |\Delta|^2} = ||c_{Gs}| - \varrho_{Gs}| \quad (59)$$

Numerisch ist für den Mustertransistor  $|r_{GK}| = 0,808 398$ .

Aus Fig. 6 und Fig. 7 sieht man, dass die Kreise mit dem Radius  $|r_{LK}|$  oder  $|r_{GK}|$  das «stabile» Gebiet der  $r_L$ - oder  $r_G$ -Ebene vermindern, denn an und für sich ist auch das nicht

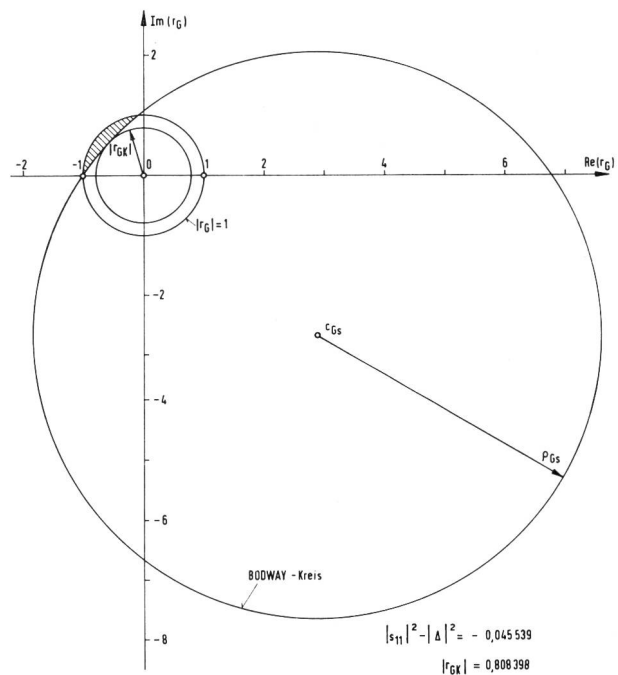


Fig. 7 Stabilitätskreis nach Bodway in der  $r_G$ -Ebene für Transistor 2 N 3570 bei 800 MHz in Emitterschaltung. Das «unstable» Gebiet im passiven Bereich ist schraffiert

schraffierte Gebiet zwischen diesen Kreisen und dem Einheitskreis «stabil». Wählt man  $|r_L| < |r_{LK}|$  oder  $|r_G| < |r_{GK}|$ , so wird für jeden beliebigen Phasenwinkel von  $r_L$  oder  $r_G$  verhindert, dass eine Last  $r_L$  oder ein Generator  $r_G$  ins schraffierte «unstable» Gebiet zu liegen kommt; die Bedingungen  $|S_1| < 1$  oder  $|S_2| < 1$  sind dann sicher erfüllt.

Der Wert von  $|r_L|$ , der einem bestimmten Wert des Stabilitätsfaktors  $K_{1S}$  entspricht, ergibt sich aus folgender Formel:

(60)

$$|r_L| = \frac{\sqrt{K_{1S}^2 |S_{12} S_{21}|^2 + (1 - |S_{11}|^2) (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)} - K_{1S} |S_{12} S_{21}|}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2}$$

Die Kurven  $K_{1S} = \text{konstant}$  in der  $r_L$ -Ebene sind konzentrische Kreise mit dem Nullpunkt als Mittelpunkt und dem Radius  $|r_L|$  nach (60). Solche Kreise für den Mustertransistor 2 N 3570 bei 800 MHz sind in der *Figur 8* wiedergegeben.

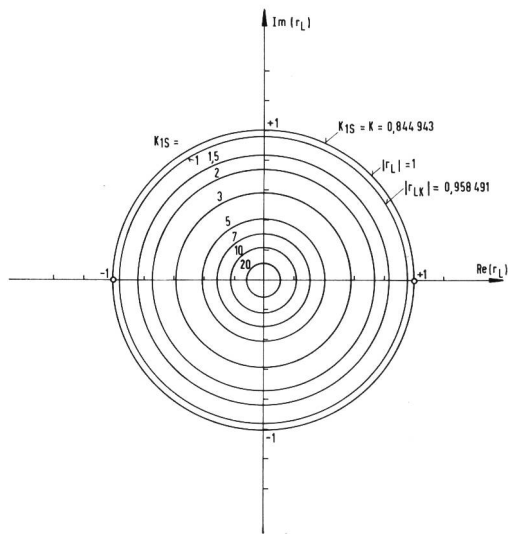


Fig. 8  
Kreise von konstantem Stabilitätsfaktor  $K_{1S}$  in der  $r_L$ -Ebene für Transistor 2 N 3570 bei 800 MHz in Emitterschaltung

Man kann auch den Kreisen ( $c_{r1}$ ,  $q_{r1}$ ) in der  $S_1$ -Ebene nach (47) und (48) einen Wert  $K_{1S}$  zuordnen, denn zu jedem Wert von  $|r_L|$  gehört nach (44) ein gewisser Wert von  $K_{1S}$ . Den in *Figur 5* angeführten Werten von  $|r_L|$  entsprechen folgende Werte von  $K_{1S}$  (vergleiche mit *Figur 8*):

$ r_L  = 1,000$	$ r_{LK} $	0,900	0,800	0,700	0,500
$K_{1S} = 0,845$	1,000	1,228	1,672	2,204	3,742

Setzt man in (26)  $|r_L| = 1$ , so erhält man

$$1 - |r_G S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |r_G \Delta|^2 > 2 |r_G| \cdot |S_{12} S_{21}| \quad (61)$$

worauf man den Stabilitätsfaktor  $K_{2S}$

$$K_{2S} = \frac{1 - |S_{22}|^2 - |r_G|^2 (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)}{2 |r_G| \cdot |S_{12} S_{21}|} \quad (62)$$

definieren kann, der  $> 1$  sein muss, damit (61) erfüllt ist. Weitere Resultate sind analog zu den im Abschnitt 3 angegebenen und werden durch Vertauschen der Indizes «1» mit «2» sowie «L» mit «G» und umgekehrt erhalten. Insbesondere wurde der kritische Wert  $|r_{GK}|$  von  $|r_G|$  schon in (59) angegeben. Sowohl  $|r_{GK}|$  als auch  $|r_{LK}|$  spielen eine Rolle in Darstellungen wie *Figur 1* und *Figur 2*, worauf bereits im Abschnitt 2 hingewiesen wurde. Die Bedeutung von  $|r_{LK}|$  wurde im Anschluss an (56) erklärt.

Den kritischen Wert  $|r_{GK}|$  von  $|r_G|$  kann man auch wie folgt herleiten: Man zeichnet die stabilen und unstabilen Gebiete in der  $r_L$ -Ebene mit Hilfe der Kreise ( $c_{LG}$ ,  $q_{LG}$ ), wie in *Figur 9*, wobei die Fälle I und II nach (23) und (27) zu unterscheiden sind. Im Fall I ist das Kreisinnere unstabil, im Fall II das Gebiet ausserhalb des Kreises. Damit im Fall I alle passiven Werte von  $r_L$  ( $|r_L| \leq 1$ ) im stabilen Gebiet

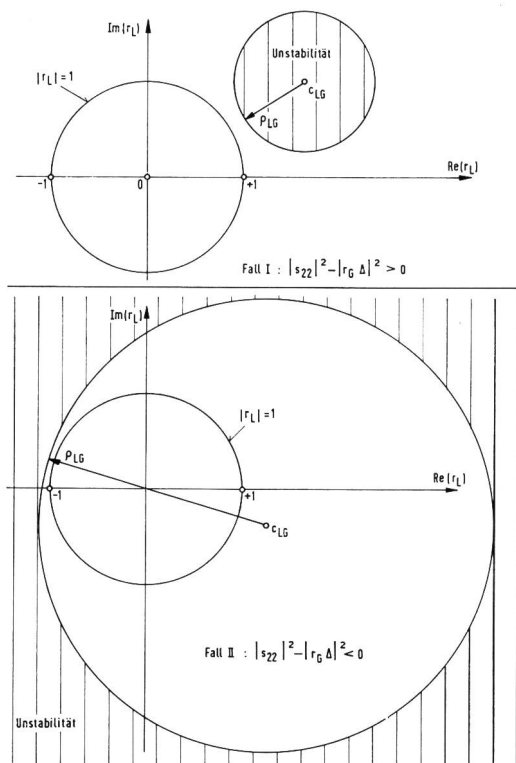


Fig. 9  
Zur Ableitung des kritischen Wertes  $|r_{GK}|$  von  $|r_G|$ ; Fälle I und II



liegen, muss der Kreis ( $c_{LG}, \varrho_{LG}$ ) ausserhalb des Kreises  $|r_L| = 1$  liegen, und er darf diesen nicht berühren. Es muss also die Bedingung

$$|c_{LG}| - \varrho_{LG} > 1 \quad (63)$$

erfüllt sein.

Damit im Fall II alle passiven Werte von  $r_L$  im stabilen Gebiet liegen, muss der Kreis ( $c_{LG}, \varrho_{LG}$ ) den Kreis  $|r_L| = 1$  vollständig umschliessen, ohne ihn zu berühren. Es muss also die Bedingung

$$\varrho_{LG} - |c_{LG}| > 1 \quad (64)$$

erfüllt sein.

Gleichung (63) führt auf

$$|s_{22}^* - |r_G|^2 s_{11} \Delta^*| > |s_{22}|^2 - |r_G \Delta|^2 + |r_G| \cdot |s_{12} s_{21}| \quad (65)$$

und Gleichung (64) führt auf

$$|r_G| \cdot |s_{12} s_{21}| - |r_G \Delta|^2 + |s_{22}|^2 > |s_{22}^* - |r_G|^2 s_{11} \Delta^*| \quad (66)$$

Nach Quadrieren und einiger Umformung erhält man aus (65) wie aus (66) die Bedingung (61). Setzt man in (61) ein Gleichheitszeichen, so kann man aus der entstehenden quadratischen Gleichung analog wie aus (53)  $|r_{GK}|$  berechnen; siehe (59).

Analoge Betrachtungen sind auch mit den «klassischen» Vierpolparametern möglich, wie im folgenden mit den  $y$ -Parametern gezeigt sei. Setzt man in (42)  $G_G = 0$  (in Analogie zu  $|r_G| = 1$ ), so folgt:

$$2 g_{11} (g_{22} + G_L) > |y_{12} y_{21}| + \operatorname{Re} (y_{12} y_{21}) \quad (67)$$

Definiert man den Stabilitätsfaktor  $K_{1Y}$

$$K_{1Y} = \frac{2 g_{11} (g_{22} + G_L) - \operatorname{Re} (y_{12} y_{21})}{|y_{12} y_{21}|} \quad (68)$$

so kann (67) auch in der Form

$$K_{1Y} > 1 \quad (69)$$

geschrieben werden. (67) oder (69) sind die Bedingungen, dass der Eingangsleitwert  $G_1 > 0$  bleibt. Damit dies der Fall ist, muss nach (67) der Lastleitwert  $G_L$

$$G_L > \frac{|y_{12} y_{21}| + \operatorname{Re} (y_{12} y_{21})}{2 g_{11}} - g_{22} \quad (70)$$

gewählt werden. Dies ist das Analogon zu  $|r_L| < |r_{LK}|$ . Es gibt also einen kritischen Lastleitwert  $G_{LK}$

$$G_{LK} = \frac{|y_{12} y_{21}| + \operatorname{Re} (y_{12} y_{21})}{2 g_{11}} - g_{22} \quad (71)$$

und es muss  $G_L > G_{LK}$  sein für  $G_1 > 0$ .

Damit nach Figur 4 alle passiven Lastleitwerte, das heisst alle  $Y_L$  mit  $G_L \geq 0$ , im stabilen Gebiet liegen, muss die instabile Kreisfläche ganz in der linken Halbebene liegen und darf die senkrechte Achse nicht berühren. Es muss also

$$G_{LG} + \varrho_{LG} < 0 \quad (72)$$

gelten. Mit (37) und (40) kann man die dazugehörige Bedingung

$$G_G > G_{GK} \quad (73)$$

ableiten, mit dem kritischen Generatorleitwert

$$G_{GK} = \frac{|y_{12} y_{21}| + \operatorname{Re} (y_{12} y_{21})}{2 g_{22}} - g_{11} \quad (74)$$

Bei der Darstellung in der  $Y_G$ -Ebene haben  $G_{LK}$  und  $G_{GK}$  entgegengesetzte Bedeutungen gegenüber dem vorangehend erklärten Fall.

Die Bedingungen  $G_{GK} < 0$  oder  $G_{LK} < 0$  schliesslich führen beide auf

$$2 g_{11} g_{22} > |y_{12} y_{21}| + \operatorname{Re} (y_{12} y_{21}) \quad (75)$$

welches eine der Bedingungen für unbedingte Stabilität des Vierpols ist. Ganz analog führt  $|r_{GK}| > 1$  oder  $|r_{LK}| > 1$  auf die Bedingung (8).

Vergleicht man  $K_{1Y}$  nach (68) für  $G_G = 0$  mit  $K_Y$  nach (3), so findet man:

$$K_{1Y} < K_Y \quad (76)$$

Ebenso gilt mit Streuparametern:

$$K_{1S} < K_S \quad (77)$$

Entsprechend ist  $K_{2Y} < K_Y$  und  $K_{2S} < K_S$ .

(Schluss folgt)