

# Über einen arithmetischen Satz von Kürschák.

Autor(en): **Obláth, Richard**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Commentarii Mathematici Helvetici**

Band (Jahr): **8 (1935-1936)**

PDF erstellt am: **17.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-9293>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Über einen arithmetischen Satz von Kürschák

Von RICHARD OBLÁTH, Budapest

Den wohlbekannten Kürschák'schen Satz<sup>1)</sup>, daß die *Summe*

$$(1) \quad \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{n+k}$$

nie eine ganze Zahl sein kann, wenn  $n$  und  $k$  positive ganze Zahlen sind, kann man auch mit Hilfe des in der neueren Literatur öfter vorkommenden Sylvester-Schur'schen Satzes beweisen<sup>2)</sup>. Laut demselben gibt es in der Folge  $n, n+1, \dots, n+k$  stets eine solche Zahl  $n+r \leq n+k$ , welche einen Primteiler  $p > k$  zuläßt, wenn  $n > k$  ist. Wenn aber  $n \leq k$  ist, sichert der Tschebyscheff'sche Satz in der zweiten Hälfte dieser Folge das Vorhandensein einer Primzahl, welche ebenfalls mit  $p$  bezeichnet werden soll. Da Herr Erdős diese beiden Sätze unlängst elementar arithmetisch bewiesen hat<sup>3)</sup>, erhalten wir einen neuen elementaren Beweis des vorangestellten Satzes.

Die Summe 1) bezeichnen wir mit  $A$ , dann ist

$$\frac{1}{n+r} = \frac{1}{pp_1} = A - B$$

wenn  $n+r = pp_1$  gesetzt und die Summe der übrigen Glieder mit  $B$  bezeichnet wird. Unter den Primfaktoren des Nenners der Zahl  $B$  kommt aber  $p$  (wegen  $p > k$  resp.  $> \frac{1}{2}(n+k)$ ) nicht vor,  $A$  kann daher keine ganze Zahl sein. Q. e. d.

<sup>1)</sup> Kürschák, Math. és Phys. Lapok 27., 1918, p. 299. Pólya-Szegő: Aufg. u. Lehrs. a. d. Analysis II., 1925, pp. 159 u. 381. VIII. Abschn. Aufg. 251.

<sup>2)</sup> Sylvester: Mess. of. Math. 21., 1892, pp. 1 u. 87. Coll. math. Papers 4., 1912, p. 687., auch als quest. nr. 10951 in den Ed. Times. I. Schur: Sitz. Ber. Akad. Wiss. Berlin, Phys. Math. Kl. 1929. IX. p. 1. und XXIII. p. 1. Obláth Tóh. Math. Journ. 38., 1933, pp. 82. u. 89. Erdős: Journ. Lond. Math. Soc. 9., 1934, p. 282.

<sup>3)</sup> Erdős: Journ. Lond. Math. Soc. 9. / : 1934: / p. 282 und Erdős: Acta. Litt. ac Scient. Szeged 5 / : 1932: / p. 194.

Der Erdős'sche Beweis des Sylvester-Schur'schen Satzes läßt sich auch auf die arithmetische Reihe ausdehnen, man kann daher verschiedene Verallgemeinerungen des Kürschák'schen Satzes<sup>4)</sup> in derselben Weise herleiten.

---

<sup>4)</sup> *Nagell*: Skrifter Oslo 1923 / : 1924 : / , Nr. 13. p. 10. *Erdős*: Math. és Phys. Lapok 39, 1932, p. 17. *Obláth*, Math. és Phys. Lapok 27., 1918, p. 93., *Appell*: Journ. de math. 9 série, t. 6., 1927, p. 121.

(Eingegangen den 8. August 1935.)

