(Corrigenda) Über die Unabhängigkeit des Beweises des Primzahlsatzes vom Begriff der analytischen Funktion einer komplexen Variablen.

Autor(en): **Kienast, A.**

Objekttyp: **Corrections**

Zeitschrift: **Commentarii Mathematici Helvetici**

Band (Jahr): **9 (1936-1937)**

PDF erstellt am: **26.07.2024**

Corrigenda

Über die Unabhängigkeit des Beweises des Primzahlsatzes vom Begriff der analytischen Funktion einer komplexen Variabeln

Von A. KIENAST, Küsnacht (Zürich)

(Comment. Math. Helv. 8 (1935) S. 130—141)

S. 134. Zeile 5 v. o. $G(1) > | R(G(s)) |$

S. 134. Zeile 10 v. o. $-G'(1) > | R(G'(s)) |$

S. 134. Im Beweise zu Satz 6 ist, worauf eine Bemerkung des Herrn Heilbronn im Zentralblatt f. Math. Bd. 13 (1936) S. 6 aufmerksam macht, der Taylor'sche Satz nicht richtig angewendet, was aber auf die Gültigkeit des Satzes 6 ohne Einfluß ist. Man muß ihn auf den reellen und den imaginären Teil von $G(\sigma + it)$ getrennt anwenden und diese zwei Formeln wieder zu einer zusammenfassen; dann entsteht z. B. an Stelle der Formel auf Z. 13/14 v. o., indem man als Restglieder diejenigen mit den dritten Ableitungen benutzt,

$$G(\sigma + it) = G(1) + G'(1)(s - 1) + \frac{1}{2!} G''(1) s - 1)^2 + R$$

$$R = A(\sigma - 1)^3 + B(\sigma - 1)^2 t + C(\sigma - 1) t^2 + D t^3$$

wobei, wenn $G = G_1 + \mathrm{i}\, G_2$ gesetzt ist,

$$A = \frac{\partial^3}{\partial \sigma^3} G_1[1 + \theta_1(\sigma - 1),\ \theta_1 t] + i \frac{\partial^3}{\partial \sigma^3} G_2[1 + \theta_2(\sigma - 1),\ \theta_2 t],$$

$$0 < \theta_1 < 1,\ 0 < \theta_2 < 1,$$

und entsprechende Ausdrücke für B, C, D sich ergeben. Die dritten partiellen Ableitungen von G_1 und G_2 lassen sich durch $G'''(s)$ mit Zahlkoeffizienten ausdrücken, z. B. $\frac{\partial^3 G_1}{\partial \sigma^2 \partial t} = -J(G'''(s))$ und da $G'''(s) = = \sum_{n=2}^{\infty} \lg^{3-\tau} n \cdot n^{-s}$, wegen der Voraussetzung $\tau = 4 + \varepsilon$, $\varepsilon > o$, für $\sigma \geqq 1$ absolut konvergiert, so sind A, B, C, D beschränkt, gleichmäßig für $\sigma \geqq 1$ und alle t.

Es ergibt sich mit den Bezeichnungen des Satzes 6

$$\frac{K(s) - G'(1)}{s-1} = \frac{1}{2!} G''(1) + R\,[\sigma - 1)^2 + 2i\,(\sigma - 1)\,t - t^2]^{-1}$$

woraus die Stetigkeit der linken Seite für $\sigma \geqq 1$ ersichtlich ist.

Entsprechend verläuft der Beweis für $K(s)$ und für $M(s)$ (Satz 7), wobei es genügt, im Restglied Ableitungen zweiter Ordnung zu nehmen.

Betreffend $H(s)$ ist noch zu beachten, daß die aus $H''(s)$ durch partielle Summation hervorgehende Reihe für $\sigma \geqq 1$, $|t| \leqq T$ absolut und gleichmäßig konvergiert, der Voraussetzung $\tau > 4$ wegen.

Der Beweis der Behauptung in Satz 6, 2, daß $K(s) \neq 0$ für $\sigma \geqq 1$, ist unabhängig von der Anwendung des Taylor'schen Satzes. Es ist $K(s) = 0$ dann und nur dann, wenn 1) $\dfrac{R(G(s)) - G(1)}{\sigma - 1} = 0$ und 2) $\dfrac{J(G(s))}{t} = 0$; 1) ist unmöglich für $\sigma \geqq 1$.

S. 141. Zeile 3 v. o. H ist verwendet anstatt einer Nummer und gehört nicht zum Autornamen.

(Eingegangen den 16. Mai 1936.)