

Einseitiges Pentadekaeder.

Autor(en): **Merz, K.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Commentarii Mathematici Helvetici**

Band (Jahr): **10 (1937-1938)**

PDF erstellt am: **17.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-10986>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

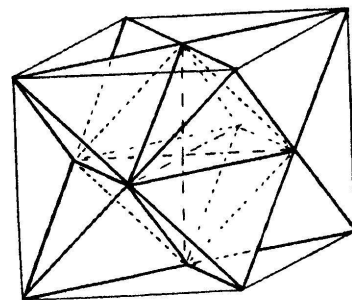
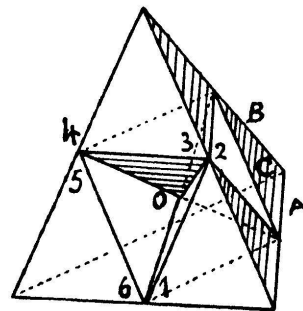
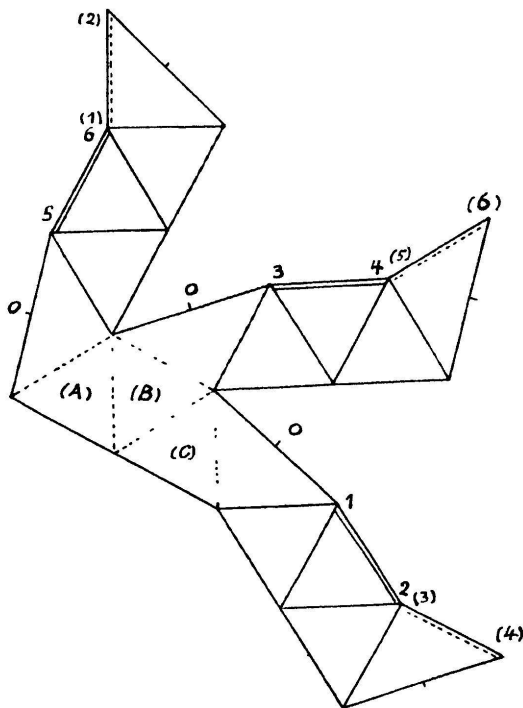
Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Einseitiges Pentadekaeder

Von K. MERZ, Chur

Vier Scheiteloktanten eines konvexen Polyeders bilden zusammen ein einseitiges Polyeder¹⁾.

Dieser Satz gibt eine sehr schöne Anwendung auf das regelmäßige Tetraeder. Als Schnittebenen wähle man die drei mittelparallelen Ebenen zu je zwei windschiefen Kantenpaaren, wodurch je die vier übrigen Kanten halbiert werden. Dadurch zerfällt das Tetraeder in 8 Teile von zwei Arten: nämlich einerseits in 4 dreiseitige Pyramiden, von denen jede drei Ecken in den Kantenmitten einer Tetraederfläche hat und die vierte Ecke in der Tetraedermitte, und andererseits in 4 Doppelpyramiden, die von der Tetraedermitte nach je einer Tetraederecke reichen und die Mitten der von dieser ausgehenden Kanten als weitere drei Ecken besitzen.



Werden die vier Teile erster Art, die ein *Heptaeder*²⁾ ausmachen, weggenommen, so bilden die vier bleibenden Doppelpyramiden zusammen das einseitige *Pentadekaeder*, begrenzt von 12 gleichseitigen Dreiecken nach außen und von vier Quadraten, die einander in vier Strecken durch-

¹⁾ K. Merz, Einseitige Polyeder aus Oktanten. Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften, Phys.-math. Klasse 1937 II.

²⁾ Commentarii Math. Helv., vol. 8, pag. 379.

dringen, nach innen. Die Doppelstrecken verbinden die Mitten je zweier windschiefer Tetraederkanten.

Der ursprüngliche Satz lautet also auch :

Drei Ebenen zerlegen ein konvexes Polyeder in zwei einseitige Polyeder, gebildet von je vier Scheiteloktanten. Der Schnittpunkt der drei Ebenen muß dabei im Innern des angenommenen Polyeders liegen.

Das Netz zeigt die 12 gleichseitigen Dreiecke je zu dreien längs Seiten zusammenstoßend; die Quadrate sind aber durch je eine Diagonale halbiert, so daß sie durch 6 rechtwinklige Dreiecke vertreten sind. Aus diesem Netz läßt sich durch Aufklappungen das Polyeder bilden unter Anwendung dreier *Möbiusscher Bänder* von 1—2 nach (1) — (2), 3—4 nach (3) — (4) und 5—6 nach (5) — (6).

Zuerst bildet man aus (A), (B), (C) durch Aufklappung um die punktierten Kanten nach oben ein Dreikant und klappt die anstoßenden rechtwinkligen Dreiecke gleicherweise auf, bis die drei Punkte 0 in einen Punkt fallen, womit der Mittelpunkt 0 des Polyeders erhalten wird. Dann erhält man durch Umklappungen um die ausgezogenen Kanten nach unten aus den anstoßenden gleichseitigen Dreiecken die übrigen drei Tetraederecken und durch Einbiegung der äußersten drei rechtwinkligen Dreiecke gegen 0 entstehen aus deren Hypotenusen die Doppelstrecken der Durchdringungen der drei Quadrate. Zugleich schließen sich die angestrichenen Kanten zu einem Randdreieck 12, 34, 56, an welchem der Übergang von der Unterseite der Netzfläche zu deren Oberseite hergestellt wird, woraus die Einseitigkeit des Polyeders ersichtlich ist.

Die beiden einem Würfel eingeschriebenen Tetraeder ergeben in ihrer Durchdringung zwei Pentadekaeder, in denen zwei Heptaeder liegen.

(Eingegangen den 15. Februar 1937.)