

# Correction to "The Boolean algebra of spectra", Vol. 54 (1979), pp. 368-377.

Autor(en): **Bousfield, A.K.**

Objektyp: **Corrections**

Zeitschrift: **Commentarii Mathematici Helvetici**

Band (Jahr): **58 (1983)**

PDF erstellt am: **14.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

**Correction to ‘The Boolean algebra of spectra’**

**Commentarii Mathematici Helvetici 54/3 (1979) pp. 368–377**

A. K. BOUSFIELD

J. M. Boardman and others have pointed out an error in my proof of Proposition 1.5 [1]. Namely, the presentation of the CW-spectrum  $B_\lambda/A$  as the homotopy cofibre of  $1 - g$  on p. 371 is incorrect for a general limit ordinal  $\lambda$ . The error arose when I wrongly simplified an earlier proof, and the proposition remains valid. As suggested by Boardman, the proof can be repaired by using the equivalence of  $B_\lambda/A$  with the homotopy colimit  $C$  of the transfinite sequence  $\{B_s/A\}_{s < \lambda}$ . The required theory of homotopy colimits can be found in [3], [4], [5]. In more detail,  $C$  can be obtained by imposing appropriate face identifications on the wedge of the  $B_{s_0}/A \wedge (\Delta^n \cup *)$  running over all  $(n + 1)$ -tuples of ordinals  $s_0 < s_1 < \dots < s_n < \lambda$  for all  $n \geq 0$ . Thus,  $C$  is a CW-spectrum with an increasing filtration by closed subspectra  $\{F_n C\}$  such that  $F_n C/F_{n-1} C$  is the wedge of the  $B_{s_0}/A \wedge S^n$  running over all  $(n + 1)$ -tuples of ordinals  $s_0 < s_1 < \dots < s_n < \lambda$ . The associated spectral sequence for  $\pi_* C$  has  $E_{n,t}^2 \approx \text{colim}^n \{\pi_t B_s/A\}$ , and this derived colimit vanishes for  $n > 0$  because it is indexed by a directed set. Thus there is an edge isomorphism  $\text{colim}_{s < \lambda} \pi_* B_s/A \approx \pi_* C$  and the canonical map  $C \rightarrow B_\lambda/A$  is a weak equivalence of CW-spectra. Consequently  $C \simeq B_\lambda/A$ . This equivalence can also be shown by using the isomorphisms  $\text{colim}_T \pi_* C_T \approx \pi_* C$  and  $\pi_* C_T \approx \pi_* B_{m(T)}/A$  where  $T$  runs over all finite nonempty sets of ordinals less than  $\lambda$ , where  $C_T \subset C$  is the homotopy colimit of the finite sequence  $\{B_t/A\}_{t \in T}$ , and where  $m(T)$  is the largest ordinal in  $T$ . Having shown  $C \simeq B_\lambda/A$  one uses the Milnor cofiber  $\bigvee_{n \geq 0} F_n C \rightarrow \bigvee_{n \geq 0} F_n C \rightarrow C$  together with the above wedge decomposition of  $F_n C/F_{n-1} C$  to deduce that  $B_\lambda/A$  is  $[E, ]_*$ -colocal and belongs to Class-E as required for the proof of Proposition 1.5 [1] and for subsequent applications. A similar error appeared in the proof of Lemma 1.13 [2] and can be repaired similarly.

REFERENCES

[1] A. K. BOUSFIELD, *The Boolean algebra of spectra*. Comment. Math. Helvet. 54 (1979), 368–377.  
 [2] A. K. BOUSFIELD, *The localization of spectra with respect to homology*. Topology 18 (1979), 257–281.

- [3] A. K. BOUSFIELD and D. M. KAN, *Homotopy limits, completions and localizations*. Lecture Notes in Mathematics Vol. 304, Springer-Verlag, New York, 1972.
- [4] G. SEGAL, *Classifying spaces and spectral sequences*. Publ. Math. I.H.E.S. 34 (1968), 105–112.
- [5] R. M. VOGT, *Homotopy limits and colimits*. Math. Z. 134 (1973), 11–52.

*University of Illinois at Chicago*  
*Dept of Mathematics*  
*P.O. Box 4348*  
*Chicago Ill 60680/USA*

Received April 8, 1983