Aufgaben

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **1 (1946)**

Heft 3

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss
Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

durch p teilbar ist. So findet man $pq = 37 \cdot 113 = 4181$ als erstes Beispiel, weiter noch $43 \cdot 307$ und $47 \cdot 1103$. Es ist merkwürdig, daß die Bedingungen gleich mehrmals erfüllt sind. 4181 ist die erste Ausnahme mit 2 Primfaktoren; es gilt für Primzahlen $x_{p^2} \equiv x_p$ (mod. p^2), $x_{p^2} \equiv 1$ führt also zu $x_p \equiv 1$ (mod. p^2), was für $p < 67$ nicht erfüllt ist. Es gibt aber noch eine frühere Ausnahme mit 3 Faktoren: $n = 3 \cdot 5 \cdot 47 = 705$, denn es ist $x_{3 \cdot 5} - 1$ durch 47, $x_{3 \cdot 47} - 1$ durch 5 und $x_{5 \cdot 47} - 1$ durch 3 teilbar. Man kann die Reste auch für größere Zahlen leicht finden wegen $x_{2n} = x_n^2 \pm 2$ und $x_{2n+1} = x_n x_{n+1} \pm 1$ $\left(\text{für } n \begin{matrix}\text{ungerade}\\ \text{gerade}\end{matrix}\right)$. Man könnte also die Regeln zur Prüfung der Teilbarkeit von n verwenden, doch geht dies wohl einfacher mit dem FERMATschen Satz. Über ähnliche, die „Zahlen von FIBONACCI" betreffende Untersuchungen vgl. Encykl. ICl, S. 577, und Pascal Repert. I, S. 1563.»

In diesem Zusammenhang macht Herr FINSLER auf das folgende Problem aufmerksam, dessen Lösung noch nicht bekannt zu sein scheint. Vielleicht findet ein Leser einen Weg dazu:

Nach EULER hat die Zahl e die Kettenbruchentwicklung (2; 1, 2, 1, 1, 4, 1, 1, 6, 1, 1, 8, 1, ...). Bedeutet b_n den Nenner des n-ten Näherungsbruches (also $b_1 = 1$, $b_2 = 1$, $b_3 = 3$, $b_4 = 4$, $b_5 = 7$, $b_6 = 32$ usw.), so ist für kleine Werte von m stets b_{3m} durch m teilbar. Gilt dies allgemein für beliebige Werte von m?

II. *A propos des angles des axes d'une axonométrie orthogonale.*

Afin d'abréger, nous appelons angle de deux axes d'une axonométrie l'angle de leurs portions positives ou négatives. Cet angle est obtus.

La démonstration de ce fait est très simple. Soient XYZ le triangle d'axonométrie et x, y et z les distances respectives de ses sommets au sommet O du trièdre rectangle fondamental. Les sens positifs des axes sont ceux déterminés à partir du sommet O par les sommets du triangle d'axonométrie.

Le théorème de PYTHAGORE donne

$$XY^2 = x^2 + y^2; \quad YZ^2 = y^2 + z^2 \quad \text{et}$$
$$ZX^2 = x^2 + z^2 = XY^2 + YZ^2 - 2XY \cdot YZ \cdot \cos\beta = x^2 + 2y^2 + z^2 - 2XY \cdot YZ \cos\beta,$$

ou β est l'angle XYZ.

Après réduction, la dernière équation donne

$$y^2 = XY \cdot YZ \cdot \cos\beta.$$

$\cos\beta$ est positif, l'angle est aigu.

Le triangle d'axonométrie est acutangle. Les axes de l'axonométrie, qui sont portés par les hauteurs du triangle d'axonométrie, forment des angles obtus.

P. ROSSIER, Genève

Aufgaben

17. Deux droites gauches a et b sont tangentes à une sphère. Trouver le lieu géométrique des points de contact et toutes les tangentes à la sphère qui coupent a et b.

L. KOLLROS

18. Le rectangle $ABCD$ est la base d'une pyramide dont le sommet S est sur la perpendiculaire au plan du rectangle menée par son centre. Trouver le volume du solide commun au parallélépipède dont $ABCD$ est la section droite et au paraboloïde de révolution de sommet S passant par le cercle circonscrit au rectangle $ABCD$. Le volume est limité au plan du rectangle.

L. KOLLROS

19. Einem Rotationsparaboloid werden zwei Kugeln mit den Radien R und r einbeschrieben, die sich berühren. Aus dem die beiden Kugeln verbindenden Stück des Paraboloides sowie den beiden Kugelhauben wird eine Eifläche gebildet. Beweise für das Volumen und die Oberfläche die Formeln:

$$V = \frac{\pi}{12}(R+r)(17R^2 - 14Rr + 17r^2)$$
$$O = \frac{\pi}{3}(13R^2 - 2Rr + 13r^2) \qquad \left(r \geqq \frac{R}{3}\right)$$

E. TROST

Literaturüberschau

ADRIEN GROSREY:

Eléments de Calcul infinitésimal
Rouge & Cie, Lausanne 1945 (192 S.)

Das Buch ist für Schüler der technischen Lehranstalten geschrieben und will unter diesem Gesichtspunkt beurteilt werden. Wie im Vorwort ausgeführt wird, soll dem Leser, der die Mathematik als Werkzeug benützen will, eine korrekte Zusammenstellung der wichtigsten Begriffe der Infinitesimalrechnung geboten werden, ohne ihn mit einer allzu großen Strenge der Beweise zu belasten. Es ist dem beachtenswerten didaktischen Geschick und der Lehrerfahrung des Verfassers gelungen, hier einen guten Mittelweg zu finden. In allen technischen Anwendungen der Infinitesimalrechnung wird mit den Differentialen als endlichen, genügend kleinen Größen gerechnet. Diesem Umstand wird der Verfasser gerecht, indem er schon S. 15 das Unendlichkleine als wesentlich variable, endliche, aber gegen Null strebende Größe einführt und dann S. 36 das Differential

$$dy = f'(x)\,\Delta x \neq \Delta y$$

als nicht notwendig unendlichkleine Größe definiert. Nachdem das einmal eingehend erläutert ist, kann ihm nicht verargt werden, wenn er später in den Anwendungen diese Symbole so verwendet, wie man es praktisch immer tut.

Das Buch ist für den Gebrauch am Genfer Technikum bestimmt; es eignet sich aber sicher auch für andere Schulen und zum Selbststudium, denn es vermeidet sowohl, die persönliche Lehrmethode des Verfassers allzusehr widerzuspiegeln, als auch, mit wenigen Ausnahmen, Kenntnisse vorauszusetzen, die der Infinitesimalrechnung angehören, an der Genfer Schule aber offenbar früher behandelt werden. Es scheint mir in diesem Zusammenhang z. B. nicht ganz befriedigend, wenn schon S. 26 die Ableitung der Potenzfunktion für jeden reellen Exponenten mit Hilfe des allgemeinen binomischen Lehrsatzes entwickelt wird, oder wenn S. 27 zur Ableitung der Exponentialfunktion ebenfalls der binomische Lehrsatz und die Exponentialreihe benützt werden.

Stofflich enthält das Buch alles, was an einem Technikum unter guten Bedingungen behandelt werden kann. Neben einer Entwicklung der eigentlichen Differential- und Integralrechnung bietet es eine Menge geometrischer, mechanischer und technischer Anwendungen, ein meiner Ansicht nach besonders gut gelungenes Kapitel über unendliche Reihen und Einführungen in die Theorie der komplexen Zahlen, der gewöhn-