Mitteilung

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **2 (1947)**

Heft 6

PDF erstellt am: **12.07.2024**

der Kreislinie festgestellt wird. Es gibt zwei Möglichkeiten für solche Verallgemeinerungen.

Die erste Möglichkeit: Man gibt auf der Kugel zwei stetige Funktionen f_1, f_2 und fragt nach der Existenz zweier Punkte p, q, die voneinander einen vorgegebenen sphärischen Abstand a haben und für welche $f_i(p) = f_i(q)$ ist. Die Existenz solcher Punkte ist gesichert durch den folgenden allgemeineren Satz, den man nur auf die Kugel zu beziehen braucht:

Satz B. F sei eine geschlossene Fläche, die eine reguläre Differentialgeometrie besitzt; auf ihr seien f_1, f_2 stetige Funktionen. Dann existiert für jedes positive a ein solcher geodätischer Bogen $\widehat{pq}$ auf F, daß $f_1(p) = f_1(q)$ und $f_2(p) = f_2(q)$ ist.

Der Beweis wurde vollständig durchgeführt.

Ist in dem Satz B speziell F eine Kugel und a die Länge eines halben Großkreises (so daß also p und q antipodische Punkte werden), so erhält man den bekannten Satz von BORSUK-ULAM. Als Anwendung dieses Satzes wurde gezeigt: Drei Körper im Raum können durch eine Ebene gleichzeitig halbiert werden. Dies ist die Lösung einer der sogenannten «Sandwich-Aufgaben», deren einfachste so lautet: Man soll ein Schinkenbrot durch einen geradlinigen Schnitt so zerteilen, daß sowohl das Brot als auch der Schinken halbiert werden.

Die folgende Fragestellung führt zu einer zweiten Möglichkeit, den Satz A auf die Kugelfläche zu übertragen: Man gibt auf der Kugel nur eine Funktion f, aber man sucht drei Punkte p, q, r, die gegebene Abstände voneinander haben und in denen $f(p) = f(q) = f(r)$ ist. Ob diese Aufgabe allgemein lösbar ist, ist nicht bekannt; jedoch gilt folgender Satz von DE MIRA FERNANDES (der gleichzeitig auch von KAKUTANI bewiesen worden ist):

Satz C. Wenn die drei gegebenen Abstände einander gleich sind, so ist die Aufgabe lösbar; mit anderen Worten: wenn man auf der Kugel ein sphärisches gleichseitiges Dreieck gibt, das man auf der Kugelfläche starr verschieben kann, so kann man ihm eine solche Lage pqr geben, daß $f(p) = f(q) = f(r)$ wird.

Dieser Satz ist etwas schwerer zu beweisen als der Satz B. Es ist auch nicht bekannt, ob der Satz C sich auf Sphären höherer Dimension übertragen läßt, während eine solche Übertragung für den Satz B keine Schwierigkeiten macht.

J.-P. LAVANCHY, Winterthur.

Literatur

H. HOPF, Comm. Math. Helv. *9*, 303–319; Portugaliae Math. *4*, 129–139 (1944). – DE MIRA FERNANDES: Portugaliae Math. *4* (1944). – ALEXANDROFF-HOPF: Topologie *I*, 486 (Satz von BORSUK-ULAM).

Mitteilung

Um den Lesern entgegenzukommen, die sich vor allem für elementare Aufgaben interessieren, werden vom nächsten Heft an einzelne *Gruppen von Prüfungsaufgaben* aus verschiedenen Gebieten mit den Lösungen veröffentlicht. Dies geschieht in der Hoffnung, den Kollegen damit Anregungen zu bieten.

Ferner sind mehrere *Beihefte* geplant, die kurze

Biographien von Schweizer Mathematikern

bringen. Umfang 24 Seiten, mit Illustrationen, Preis Fr. 3.50. Wir haben die Freude, zunächst die außerordentlich anregenden Biographien

Jakob Steiner von L. KOLLROS,
Leonhard Euler von R. FUETER

veröffentlichen zu können. In der Annahme, daß die meisten Leser der «Elemente» sich diese sehr preiswerten Hefte erwerben wollen, werden wir sie den inländischen Abonnenten zusenden.

L. LOCHER-ERNST.