Zeitschrift: Elemente der Mathematik

Herausgeber: Schweizerische Mathematische Gesellschaft

Band: 3 (1948)

Heft: 3

Rubrik: Literaturüberschau

und ihre Beschreibung durch eine möglichst einfache Konstruktionsvorschrift ist wichtig, nicht allein wegen des idealen Spannungsverlaufes in einer Schale ohne Krümmungsunstetigkeit, sondern überhaupt auch wegen der vielerlei rechnerischen Annehmlichkeiten einer mathematisch vorliegenden Querschnittsform bei der Bestimmung der Querschnittsfläche, von Flächenabschnitten, Momenten verschiedener Art und sonstiger technischer Größen.

Das Verfahren von HÜGELSCHÄFFER knüpft an die hinreichend bekannte Ellipsenkonstruktion in Fig. 1 an. Das Ei wird durch drei Stücke: Höhe H, Breite B und Höhenlage h_B der größten Breite beschrieben. Die Konstruktionsvorschrift entspricht genau jener der Ellipse in Fig. 1 und geht wohl hinreichend klar aus Fig. 2 hervor.

Für die Eikurve läßt sich leicht die folgende einfache Gleichung ableiten:

$$\left(\frac{y-e}{H/2}\right)^2+\left(\frac{x}{B/2}\right)^2+\left(\frac{y}{k}\right)^2\left(\frac{2y}{e}-1\right)=1;$$

dabei ist
$$e=\frac{H}{2}-h_B \quad \text{und} \quad k=H\frac{B}{4e}.$$

Ohne den dritten Summanden, der die Unsymmetrie der Kurve zur Querachse besorgt, würde die Gleichung eine Ellipse mit den Achsen H und B darstellen.

Es leuchtet ein, daß sich durch Auffädeln von Querschnitten beliebiger Eiform nach einer – gewöhnlich zeichnerisch gegebenen – Vorschrift für ihren gegenseitigen Abstand und den Verlauf der Parameter H, B und h_B, also von Aufriß, Grundriß und Verlauf der Linie der größten Breite, ein «strakender» Körper ergibt, d.h. ein Körper ohne Unstetigkeiten oder Schwankungen seiner Oberflächenkrümmung.

Als Ausblick mag es für den Theoretiker wie auch für den spekulativen Praktiker nicht uninteressant sein, auf jene Kurvenformen hinzuweisen, die sich bei der Wahl eines unsymmetrisch liegenden Strahlenmittelpunktes ergeben und wenn statt des Höhen- oder (bzw. und) Breitenkreises andersgeartete Hilfslinien eingeführt werden. Es wird dadurch unter Umständen ein Weg gezeigt, auch gewisse unsymmetrische oder sonst schwierig zu vermessende Körper zu straken. H. SCHMIDBAUER, Göggingen b. Augsburg.

Literaturüberschau

RUDOLF FUETER:

Das mathematische Werkzeug des Chemikers, Biologen, Statistikers und Soziologen. Vorlesungen über die höheren mathematischen Begriffe in Verbindung mit ihren Anwendungen. Orell Füßli Verlag, dritte, verbesserte und vermehrte Auflage, Zürich 1947.

Wir begrüßen die vor kurzem fertiggestellte dritte Auflage dieses Werkes, das sich, insbesondere bei Naturwissenschaftern, bereits viele Freunde erworben hat. Wie der Verfasser im Vorwort sagt, legt er das Hauptgewicht auf das Verständnis der mathematischen Begriffswelt und deren Anwendungsmöglichkeit in den verschiedensten Gebieten, nicht aber auf weitgehendste Beherrschung mathematischer Methoden und Kenntnisse: «Das Bedürfnis weiter Kreise liegt meiner Meinung nach hauptsächlich in dem Wunsche, Einsicht zu erhalten, wie die scharfen mathematischen Begriffe klärend und vorteilhaft in allen möglichen Gebieten auftreten. Das Buch wendet sich außer an Chemiker, Biologen und Mediziner auch an alle Lehrer der Naturwissenschaften.»

Die ersten beiden Kapitel geben eine leichtverständliche, immer wieder an Beispielen illustrierte Einführung in die Differentialrechnung und ihre Anwendung auf die Bestimmung von Extremwerten und von Wendepunkten. Ferner werden hier auch die Elemente der analytischen Geometrie in der Ebene entwickelt. Das dritte und vierte Kapitel bringen in ebenso ansprechender, immer auf das mathematisch Wesentliche zielender Art die Grundbegriffe der Integralrechnung und eine Anzahl Anwendungen aus verschiedenen naturwissenschaftlichen Gebieten (Gesetz von GULDBERG und WAAGE, Lorenzsches Gesetz über die Erkaltungsgeschwindigkeit, Zerfallsgeschwindigkeit, Wachstumsgesetz von ROBERTSON usw.).

Manchem Naturwissenschafter besonders willkommen ist das der Fehlerrechnung gewidmete fünfte Kapitel. Es wird ihm hier auf 46 Seiten eine klare Übersicht der wichtigsten Begriffe geboten, die er sich ohne diese vorzügliche erste Orientierung aus umfangreicheren Werken selbst erarbeiten müßte. Dabei werden ihm an Hand weniger, aber instruktiver Beispiele die Sätze und Methoden jeweils sofort verdeutlicht. Die einzelnen Abschnitte enthalten die Grundsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die Gaußsche Fehlerfunktion (Dispersion, wahrscheinlicher Fehler), die Grundbegriffe der mathematischen Statistik, lineare Korrelation und als eine Neuerung für die vorliegende dritte Auflage eine kurze Erläuterung moderner Prüfungsverfahren (PEARSON-FISHER). Das letzte Kapitel erklärt auf 15 Seiten noch einige Begriffe aus dem Gebiet der Differentialgleichungen.

Schon aus dieser Aufzählung ist ersichtlich, wie reichhaltig der 308 Seiten umfassende, mit 150 Figuren ausgestattete Band ist. Er wird manchen Studierenden und Lehrern ein willkommener Helfer zum Verständnis mathematischer Begriffsbildungen sein.

LOUIS LOCHER-ERNST.

RUDOLF FUETER: *Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes*
Verlag Birkhäuser, Basel 1945.

RUDOLF FUETER, einer unserer verehrten Senioren unter den Schweizer Mathematikern, ist uns vor allem als mathematischer Forscher bekannt. Mit seinem Namen verbinden wir vorzüglich die von ihm begründete und bereits weit entwickelte Lehre der regulären Funktionen einer Quaternionen-Variabeln. Seine vor mehr als zwanzig Jahren erschienenen, der reinen Mathematik gewidmeten Bücher, die so durchaus eigen geprägte *Synthetische Zahlentheorie* (2. Aufl. 1925) und die *Vorlesungen über die singulären Moduln und die komplexe Multiplikation der elliptischen Funktionen* (1924) – wobei die Gelegenheit benützt sei, insbesondere an die hier in gedrängtester Form, in klarer Übersicht und aus vollkommener Beherrschung des Stoffes gebotene Theorie der quadratischen Zahlkörper und der elliptischen Funktionen zu erinnern –, führen in die schwierigsten Teile der Mathematik. Ein Buch von R. FUETER über elementare Mathematik, wie die vorliegende Analytische Geometrie, nimmt man deshalb mit besonderem Interesse und mit sogleich sich aufdrängenden Fragen in die Hand: Finden sich Anspielungen und Bemerkungen oder gar schwerverständliche Hinweise auf Beziehungen zu umfassenderen Begriffen, auf entlegenere Theorien? Schon die erste Durchsicht gibt eindeutig Antwort. R. FUETER verzichtet darauf und beschränkt sich auf den schlichten, von vornherein gewählten Rahmen. Das Buch «will diejenigen Kenntnisse der analytischen Geometrie vermitteln, die der Studierende sich in seinen ersten Semestern zum Verständnis der übrigen mathematischen und physikalischen Vorlesungen aneignen muß. Es hat daher durchaus elementaren Charakter und setzt den Inhalt keiner andern Vorlesung voraus».

Das erste Kapitel behandelt Punkt und Gerade in der Ebene, das zweite Kapitel Punkt, Ebene und Gerade im Raume, wobei auch das skalare und das vektorielle Produkt eingeführt werden. Das dritte Kapitel enthält die Theorie der Kurven zweiten Grades und schließt mit der Diskussion der allgemeinen Gleichung zweiten Grades. Im vierten Kapitel über die Raumflächen zweiten Grades werden die Gleichungen der Zylinderflächen und Kegel zweiten Grades, der Kugel, des Ellipsoides, des ein- und zweischaligen Hyperboloides und der beiden Paraboloide diskutiert.

Die 180 Seiten umfassende und mit 106 Figuren versehene Darstellung ist durchaus elementar; sie erfordert an Vorkenntnissen nur die elementarste Arithmetik sowie die in der Schule behandelten linearen und quadratischen Gleichungen. Auf die projektive Geometrie wird verzichtet. Mit ausgezeichneter, das Wesentliche hervorkehrender Klarheit werden die Grundkenntnisse vermittelt, die jeder für ein weitergehendes Studium vollkommen beherrschen muß. Die sorgfältige Ausführlichkeit, der schön gegliederte Aufbau, das Hervorheben der wichtigsten Definitionen und Lehrsätze und die ohne unnötige Pedanterie gepflegte mathematische Strenge machen die Lektüre jedem Anfänger leicht. Aus der gediegenen Darstellung kann der Lehrer manche Anregungen für seinen Unterricht entnehmen. Auch derjenige, der als Mathematikliebhaber die analytische Geometrie kennenlernen will, wird sich an diesem Buche erfreuen.

LOUIS LOCHER-ERNST.

GASTON HAUSER: *Geometrie und Philosophie*
Räber & Co., Luzern, 2. Auflage, 1946 (172 Seiten, 23 Figuren).

Das Buch gibt eine Einführung in die Grundlagen der Geometrie, und zwar, wie der Untertitel sagt, für gebildete Laien. Es ist bestimmt kein leichtes Unterfangen, das Thema in elementarer Weise zu behandeln. Der Verfasser verfolgt im allgemeinen den historischen Weg, so daß der Leser zwangslos in die Problemstellung eingeführt wird. Die Kapitel über die geometrischen Grundbegriffe, die Grundsätze und Axiomatik leiten über zur besonderen Bedeutung des Parallelenaxioms und damit zu den Nichteuklidischen Geometrien (hyperbolische und elliptische Geometrie). Alsdann stellt sich naturgemäß die Frage, welche der drei Geometrien den wirklichen, d.h. physikalischen Raum besser beschreibe.

Entsprechend dem Charakter der Schrift wird auf die verschiedenen philosophischen Richtungen in der Grundlagenforschung nicht explizite eingegangen. Doch deuten die diskutierten Axiomensysteme wenigstens zwei Strömungen an. Im Vordergrund steht der Formalismus, entsprechend der Hilbertschen Auffassung. In der vorliegenden zweiten Auflage geht das Buch nun auch viel eingehender auf den Ideenkreis von F. GONSETH ein, so daß nicht mehr der formalistische Standpunkt dominiert. Gerade GONSETH würdigt die Rolle der Intuition (wo gäbe es einen Fortschritt in der Mathematik ohne Intuition!), und er dringt andererseits besonders weit in erkenntnistheoretische Fragen vor.

Nicht ganz befriedigend ist die Umschreibung der «reinen Geometrie» im ersten Kapitel, da es scheinen könnte, die Arithmetik sollte aus der Geometrie verbannt werden (Seiten 16, 17, 32), was aber nicht durchgeführt wird. Dies ist auch nicht möglich, ohne die Begriffe der projektiven Geometrie, inklusive imaginäre Elemente, und damit ein ganz neues Axiomensystem einzuführen (wie zum Beispiel in «Projektive Geometrie» von L. LOCHER). Wenn man nur die euklidische und die beiden nichteuklidischen Geometrien im Auge hat und auf dem üblichen elementaren Wege zu ihnen gelangen will, gehören die ganzen Zahlen n und auch die ε zur Dialektik (in der Ausdrucksweise von GONSETH). – Einige kleine Unstimmigkeiten und Versehen sollen hier nicht erwähnt werden, sie können in einer neuen Auflage ausgemerzt werden.

Im ganzen gesehen, darf das Werk als einen vorzüglich gelungenen Versuch – auch im pädagogischen Sinne: die Sprache ist sehr anschaulich und klar, der Aufbau übersichtlich – bezeichnet werden, tiefere Fragen der Geometrie einem breiteren Publikum zugänglich zu machen. Beachtenswert ist, daß das Buch, im Gegensatz zu manchen populären Darstellungen wissenschaftlicher Fragen, nicht einfach die Rosinen aus dem Kuchen herauspickt, sondern wirklich an die Probleme heranführt und dadurch viel Stoff zu gründlichem Nachdenken bietet. Auch wird mancher Mathematiklehrer, der sich nicht mit der Grundlagenforschung beschäftigt hat, dieses Buch verwenden können, da zahlreiche Literaturhinweise es ermöglichen, die Originalarbeiten selbst zu studieren.

ERNST ROTH-DESMEULES.

PAUL BUCHNER:
Leitfaden der Algebra. Vierter Teil, mit einer Einführung in die Differential- und Integralrechnung. Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Mittelschulen, herausgegeben vom Verein Schweizerischer Mathematiklehrer. Orell Füßli Verlag, Zürich 1944.

Mit diesem 237 Seiten umfassenden und 167 Figuren aufweisenden Buche ist die Reihe der Algebraleitfäden abgeschlossen. Der Präsident der Lehrmittelkommission des Vereins Schweizerischer Mathematiklehrer, dem die Lehrerschaft in mancher Beziehung viel verdankt, hat hier selbst zur Feder gegriffen und, wie zu erwarten war, ein ganz ausgezeichnetes Buch geschaffen.

Der erste Abschnitt gibt eine Übersicht zum Aufbau des Systems der reellen Zahlen. Der zweite Abschnitt führt in das Gebiet der komplexen Zahlen: Die sechs Grundoperationen, die binomischen Gleichungen und ihr Zusammenhang mit den regulären Polygonen werden entwickelt. Das dritte Kapitel ist dem Begriff des Grenzwertes gewidmet: Zahlenfolgen, insbesondere Nullfolgen und konvergente, monotone sowie divergente Folgen werden erläutert. Hierbei wird auch die Zahl e eingeführt. Im vierten Kapitel finden sich Grundbegriffe der Reihenlehre: Konvergenzbegriff, Majorantenprinzip, das Quotientenkriterium von D'ALEMBERT, alternierende Reihen, Begriff der absoluten Konvergenz. Im fünften Abschnitt wird der Funktionsbegriff erklärt; der sechste Abschnitt bringt dann einige Fälle von Grenzwerten von Funktionen. Die folgenden drei Kapitel geben, im wesentlichen nur im Gebiet der ganzen rationalen Funktionen, eine erste Einführung in die Differentialrechnung; jedoch werden schon hier der Mittelwertsatz und verschiedene Anwendungen vorgeführt. Der zehnte Abschnitt befaßt sich in der Hauptsache mit der Bestimmung der Nullstellen einer ganzen rationalen Funktion. Dabei wird auch das graphische Verfahren von LILL gezeigt. Ferner findet man hier ein Nomogramm für die kubischen Gleichungen, die *regula falsi*, die Newtonsche Näherungsmethode und die Methode von FOURIER (eine Kombination der *regula falsi* mit dem Newtonschen Verfahren) zur angenäherten Lösung einer Gleichung dargestellt. Das elfte und zwölfte Kapitel bringen Grundbegriffe und Anwendungen der Integralrechnung. In den Kapiteln 13, 14 und 15 wird der Bereich der zur Behandlung kommenden Funktionen erweitert, indem die gewonnenen Begriffe und Methoden nun auch auf die gebrochenen rationalen, die algebraischen (erst hier ist die Kettenregel erläutert), trigonometrischen und zyklometrischen Funktionen angewendet werden. Der nächste, besonders schön ausgearbeitete Abschnitt handelt vom Begriff der Ersatzfunktion: Zunächst lineare und quadratische Ersatzfunktionen, dann die allgemeine Taylorsche Reihe (mit Abschätzung des Restgliedes). Der 17. Abschnitt ist einigen allgemeinen Sätzen über Potenzreihen gewidmet (Konvergenzsatz von CAUCHY, Integration von Potenzreihen). Erst im 18. Abschnitt werden die Logarithmus- und die Exponentialfunktion eingeführt. Das letzte Kapitel bringt einige Anwendungen: Die Differentialgleichung der Exponentialfunktion mit verschiedenen Beispielen. Das Buch schließt mit der Erklärung des Krümmungskreises.

Man fragt sich, wie es möglich ist, auf 237 Seiten eine derartige Fülle von Stoff zu vereinigen. Genaueres Zusehen gibt die Antwort: Es handelt sich hier um eine vollkommen ausgeglichene, bis in alle Einzelheiten hinein genau präparierte, von allem Beiwerk freie, besondere Schwierigkeiten (z. B. wird die binomische Reihe nicht behandelt) behutsam vermeidende und äußerst sorgfältig redigierte Darstellung. Nur vieljährige Erfahrungen, vielseitige Besprechungen und ein langsames Ausreifen konnten zu einem solchen Werke führen.

Eine solche im Umfang beschränkte, auf manche Wünsche verschiedener Schulgattungen Rücksicht nehmende Darstellung erfordert notwendig Verzichtleistungen, die dem Verfasser gewiß nicht leicht wurden: Die Krümmung ebener Kurven (abgesehen von vier Seiten über den Krümmungskreis) wird nicht ausführlicher diskutiert, Kurvenuntersuchungen in Polarkoordinaten fehlen, der Begriff des Differentials wird leider vermieden (die Leibnizsche Bezeichnung kommt nur an wenigen Stellen vor, es wird fast ausschließlich mit der Ableitung y' operiert).

Besonders wertvoll sind die vielen sorgfältig ausgewählten, numerisch korrekt ausgeführten Beispiele. Die Beweisführungen sind überall auf die einfachste Form gebracht. Auch der erfahrene Lehrer wird aus dem Buche von P. BUCHNER in dieser Beziehung manches lernen können, worauf hier nachdrücklich hingewiesen sei.

Um auch einen Einblick in Einzelheiten zu vermitteln, sei die Art der Einführung des Begriffes des bestimmten Integrals erwähnt. Das Intervall $(a \dots b)$ wird durch $a_0 = a,\, a_1,\, a_2,\, \dots,\, a_n = b$ in Teilintervalle zerlegt; jede Klammer der Identität

$$f(b) - f(a) = [f(a_n) - f(a_{n-1})] + [f(a_{n-1}) - f(a_{n-2})] + \cdots + [f(a_1) - f(a_0)]$$

wird nach dem Mittelwertsatz umgeformt:

$$f(b) - f(a) = (a_n - a_{n-1})\, f'(c_n) + (a_{n-1} - a_{n-2})\, f'(c_{n-1}) + \cdots + (a_1 - a_0)\, f'(c_1)$$

mit $a_{k-1} < c_k < a_k$. Die derart erhaltene Darstellung

$$f(b) - f(a) = \sum_{k=1}^{n} (a_k - a_{k-1}) f'(c_k)$$

und ihre Diskussion führen zum bestimmten Integral.

Die Abschätzung des Fehlers $R(h) = f(x + h) - f(x) - h\, f'(x)$ beim Ersatz der Funktion durch die Tangentengleichung wird mit dem Mittelwertsatz $f(x + h) - f(x) = h\, f'(x + p\, h)$, wobei $0 < p < 1$, folgendermaßen gewonnen: In $R(h) = h\,[f'(x + p\, h) - f'(x)]$ wird wieder der Mittelwertsatz angewendet:

$$R(h) = h[f'(x) + p\, h\, f''(x + q\, p\, h) - f'(x)] = p\, h^2 f''(x + q\, p\, h)$$

mit $0 < q < 1$. Somit $|R(h)| < h^2 |f''(x + r\, h)|$ mit $0 < r < 1$.

Wir sind überzeugt, daß das vorliegende Buch weite Verbreitung finden und vorzügliche Dienste leisten wird, und gratulieren dem Verfasser herzlich.

LOUIS LOCHER-ERNST.

Einladung zum Beitritt zur Leonhard-Euler-Gesellschaft

Unter den schweizerischen Gelehrten, denen unser Land seinen hervorragenden Platz in der Geschichte des europäischen Geisteslebens im 18. Jahrhundert verdankt, ist LEONHARD EULER der repräsentativste. Seine beispiellose Produktivität hat die Mathematik zur führenden Wissenschaft des Jahrhunderts gemacht und der späteren Forschung bis in die Gegenwart Richtung und Wege gewiesen. Die von der Euler-Kommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft im Jahre 1910 begonnene Ausgabe der *Opera omnia Leonhardi Euleri* ist deshalb ein Unternehmen von größter nationaler Bedeutung. Von dem mehr als 70 Bände umfassenden Werk sind bis heute 32 Bände erschienen. Ein weiterer Band wird dieses Jahr zum Versand gelangen.

Es versteht sich von selbst, daß die Finanzierung einer so gewaltigen Edition besondere Schwierigkeiten bereitet. Nachdem schon der erste Weltkrieg das Unternehmen schwer getroffen hat, wird der inzwischen durch namhafte Beiträge der schweizerischen Industrie geäufnete Euler-Fonds gegenwärtig durch die hohen Druckkosten bedroht. Das Euler-Werk ist deshalb heute besonders auf die Unterstützung angewiesen, die ihm die Mitglieder der 1913 gegründeten *Leonhard-Euler-Gesellschaft* durch ihre jährlichen Beiträge (mindestens Fr. 10.–) zuteil werden lassen.

Den Mitgliedern wird alljährlich über den Stand der Herausgabe und die Entwicklung des Euler-Fonds Bericht erstattet. Als Anerkennung für ihre Leistungen erhalten sie gelegentlich kleinere neue Veröffentlichungen über LEONHARD EULER gratis. Ferner wird ihnen, solange Vorrat, der erste Band der ersten Serie: «Vollständige Anleitung zur Algebra mit den Additions von LAGRANGE» mit einem Bildnis EULERS, einem Vorwort zur Euler-Ausgabe von FERDINAND RUDIO und der Lobrede von NICOLAUS FUSS, zum Vorzugspreis von Fr. 40.– (statt Fr. 72.–) angeboten.

Wir glauben, daß manche Leser der «Elemente» gerne durch Beitritt zu unserer Hilfsgesellschaft ihren Teil zum Gelingen des großen nationalen Werkes beitragen möchten, und laden sie höflich ein, beim Unterzeichneten die Statuten zu verlangen.

ERNST TROST (Zürich 1, Basteiplatz 5).

Berichtigung

S. 44. In Zeile 6 von unten ist beizufügen: $d = 50$ cm. S. 44, Zeile 9 von unten, ferner S. 45, Zeile 9 von oben und Zeilen 7 und 5 von unten: statt 2,251/sec, 301/sec, 251/sec, 201/sec sollte stehen: 2,25 ^{1}/sec, 30 ^{1}/sec, 25 ^{1}/sec und 20 ^{1}/sec.