

# Literaturüberschau

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **Elemente der Mathematik**

Band (Jahr): **5 (1950)**

Heft 3

PDF erstellt am: **09.08.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

88. Soit  $AEF$  un triangle équilatéral inscrit dans un rectangle  $ABCD$ . Démontrer que l'aire du triangle  $ECF$  ( $E$  sur  $BC$ ,  $F$  sur  $CD$ ) est égale à la somme des aires des triangles  $ABE$  et  $AFD$ .

Généraliser ce théorème pour un polygone régulier quelconque.

La démonstration par la trigonométrie ou l'algèbre est simple. On désirerait une démonstration géométrique élémentaire. F. FIALA (Neuchâtel).

89. Man beweise, daß die Koeffizienten der Tangensreihe

$$\operatorname{tg} x = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$$

folgender nichtlinearer Rekursionsformel genügen:

$$(n+1) a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n-1} a_{n-k} a_k \quad (n > 1), \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 0.$$

R. STETTLER (Bern).

90. Bei der Lösung einer Aufgabe aus der angewandten Mathematik ergab sich das folgende transzendente Gleichungssystem:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{y} (\operatorname{tgh} i x + 1) + z = a_i, \quad (i = 1, 2, 4).$$

Man diskutiere die Lösungsmöglichkeit.

E. ROTH-DESMEULES (Luzern).

91.  $w$  sei eine der Wallace-Geraden des Dreiecks  $ABC$ ,  $V$  der Schwerpunkt ihrer Schnittpunkte mit den Dreiecksseiten und  $v$  die Normale zu  $w$  durch  $V$ . Man beweise:

Die Hüllkurve der Geraden  $v$  ist eine Steinersche Hypozykloide, die in bezug auf den Schwerpunkt von  $ABC$  symmetrisch ist zur Hüllkurve der Wallace-Geraden.

A. STOLL (Zürich).

92. Ein Flächenstück auf einem Drehkegel ist begrenzt von zwei kongruenten Parabelbögen, die sich im Punkte  $A$  im Abstand  $m$  von der Kegelspitze unter rechtem Winkel schneiden. Man berechne dieses Mantelstück, wenn der Öffnungswinkel des Kegels  $60^\circ$  beträgt.

C. BINDSCHEDLER (Küsnacht).

93. Man bestimme den größtmöglichen Flächeninhalt eines «Zwerchfelles» (vgl. Aufgabe 65), das innerhalb einer gegebenen Kugel vom Radius  $a$  liegt, wenn der «Mittelpunkt» des Zwerchfelles nicht innerhalb der gegebenen Kugel liegt.

F. GOLDNER (London).

94. Um jeden Punkt  $x = a \cos \varphi$ ,  $y = b \sin \varphi$  einer Ellipse als Mittelpunkt wird der Kreis mit dem Radius  $c \cos \varphi$  ( $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ ) beschrieben. Man bestimme die Enveloppe dieser Kreise.

E. TROST (Zürich).

## Literaturüberschau

J. C. H. GERRETSEN:

*Niet-Euklidische Meetkunde*

212 Seiten, Noorduijn en zoon N. V., Gorinchem 1949

Das bereits in zweiter Auflage erschienene Büchlein gibt eine synthetische Einführung in die klassische hyperbolische Geometrie von BOLYAI und LOBATSCHESKIJ. Um diesen wichtigen Teil der nichteuklidischen Geometrie möglichst weiten Kreisen zugänglich zu machen, setzt der Verfasser nur die elementarsten Kenntnisse in Algebra und Geometrie voraus. So entwickelt er die Theorie der Logarithmen und hyperbolischen Funktionen ausführlich an der Hyperbel und nimmt selbst eine gewisse Umständlichkeit in Kauf, um Integrale zu vermeiden. Überhaupt wird in allen Ableitungen mehr Gewicht auf Anschaulichkeit als auf strenge axiomatische Begründungen gelegt.

Die euklidische Parallelenlehre wird durch die Untersuchungen LEGENDRES über die Winkelsumme im Dreieck ersetzt. Nach Einführung der unendlichfernen Punkte wird der Kreis als geometrischer Ort der Spiegelpunkte eines festen Punktes bezüglich aller durch ein festes Zentrum  $M$  gehender Geraden erklärt. Liegt  $M$  im Unendlichen, so ergibt sich eine Grenzkurve (Horozykel), die keine Gerade ist. Das räumliche Analogon dazu ist die «Grenzkugel», auf der man eine euklidische Planimetrie definieren kann, wobei die Geraden «Horozyklen» sind. Damit ist die Möglichkeit eines euklidischen «Modells» der nichteuklidischen Geometrie aufgezeigt. Mit Hilfe des bekannten Modells von POINCARÉ kann nun die Unbeweisbarkeit des Parallelenaxioms gezeigt werden.

Die Geometrie auf der «Grenzkugel» ermöglicht auch den Aufbau der nichteuklidischen Trigonometrie. Durch einfache Grenzübergänge lassen sich Kreisbogen und Kreissektoren «elementar», d. h. ohne Infinitesimalrechnung berechnen.

Das anregend geschriebene und gut gedruckte und illustrierte Büchlein dürfte auch dem des Holländischen nicht ganz mächtigen Leser vieles zu bieten haben. *E. Trost.*

H. LEBESGUE: *Leçons sur les Constructions Géométriques*  
VI und 304 Seiten, Gauthier-Villars, Paris 1950

Es handelt sich um die letzte Vorlesung (am Collège de France 1940/41) des großen Mathematikers. P. MONTEL schreibt im Vorwort: «La substance présente un aspect élémentaire qui apparente ce livre à un ouvrage bien connu de F. KLEIN. H. LEBESGUE savait au suprême degré regarder les choses anciennes avec des yeux nouveaux. Dans ce dernier cours, il l'a fait avec une expérience et une acuité de vision affinées par toute une vie consacrée à la méditation mathématique.»

In der Tat, H. LEBESGUE hinterläßt uns hier ein außerordentlich reichhaltiges, schönes Werk, das insbesondere für den Mathematiklehrer eine Quelle von Anregungen zur Vertiefung seines Wissens darstellt. Ein Vergleich mit den Vorlesungen KLEINS über Elementarmathematik vom höheren Standpunkt liegt nahe: während KLEIN in erster Linie die Grundgedanken hervorhebt und die Beispiele dem Ganzen untergeordnet sind, behandelt LEBESGUE viele Einzelheiten und verfolgt diese nach verschiedenen Richtungen, so daß dem Leser eine Fülle von geometrischen Tatsachen geboten wird. Im ersten Teil werden nach einem historischen Überblick die geometrischen Konstruktionen mit dem Zirkel, dem Lineal und anderen Instrumenten (z. B. Gelenkvielecke, ferner auch die durch Faltung eines ebenen Flächenstückes zugänglichen Konstruktionen) behandelt. Hierbei wird jeweils der Bereich bestimmt, der durch das betreffende Instrument umfaßt wird, das heißt die algebraische Form der Koordinaten der konstruierbaren Punkte in einem geeigneten Koordinatensystem. Der Schluß gibt neben vielen interessanten Einzelheiten einen einfachen Beweis für den Satz, daß jede algebraische Kurve mit Hilfe eines Gelenksystems erzeugt werden kann.

Der zweite Teil behandelt nach eingehender algebraischer Formulierung der Reichweite der beiden Instrumente Lineal und Zirkel zunächst die Irrationalität von  $\operatorname{tg} x$ ,  $e^x$  ( $x$  eine von Null verschiedene natürliche Zahl),  $\pi$ ,  $\pi^2$  und die Theorie der regulären Polygone. Die Ergebnisse von GAUSS sind ausführlich dargestellt, wobei die Theorie der «Perioden» und zugehörige, zum Teil neue Konstruktionen am 7- und 13-Eck (die eine Trisektion erfordern) sowie am 17-Eck erläutert werden. Dann werden auf breiter Basis die Zusammenhänge entwickelt, die zwischen Eigenschaften von algebraischen Gleichungen und der Konstruierbarkeit ihrer Wurzeln mit einem gegebenen Instrument bestehen. Man findet z. B. hier den Satz von MORLEY über die Winkeldreiteilungslinien im Dreieck, einen instruktiven Vergleich der Morley-Konfiguration mit dem Desarguesschen Satze und Verallgemeinerungen. Im letzten Teil wird das Problem untersucht, wann eine Kurve punktweise mit Zirkel und Lineal konstruiert werden kann. Die Frage läßt verschiedene Präzisierungen zu. Die eine Möglichkeit drückt LEBESGUE wie folgt aus: «Une équation algébrique entière indécomposable  $F(x, y) = 0$  étant donnée, ses coefficients appartenant à un certain domaine de rationalité  $D$ , la courbe représentée par cette équation est dite constructible point par point à l'aide de la règle et du compas s'il existe un point  $P(t)$ , constructible à l'aide de la règle et du

compas, à partir des données et de la valeur de  $t$ , au moyen d'une loi indépendante de cette valeur de  $t$ , le point ayant pour lieu la courbe proposée quand  $t$  varie.» Die Untersuchung führt weit in algebraische und topologische Fragen hinein. Den Abschluß bildet eine Studie über verschiedene Auffassungen der Geraden als Punktmenge und über den Fundamentalsatz der projektiven Geometrie.

Das gut ausgestattete Werk wird gewiß eine weite Verbreitung finden.

*L. Locher-Ernst.*

JOS. E. HOFMANN: *Die Entwicklungsgeschichte der Leibnizschen Mathematik während des Aufenthaltes in Paris (1672–1676)*

Unter Mitbenutzung bisher unveröffentlichten Materials dargestellt  
252 Seiten, Leibniz-Verlag, München 1949

In dieser Monographie ist eine ungeheure Fülle von Material verarbeitet; das chronologische Verzeichnis der benutzten Briefe nimmt allein 20 Seiten (zweispaltig) ein. Der Verfasser ist allen Einzelheiten genauestens nachgegangen. Er weiß z. B., daß LEIBNIZ sich während seines ersten Londoner Aufenthaltes ein Exemplar der *Lectiones geometricae* von BARROW gekauft hat, «er hat es aber nicht sogleich studiert, sondern nur flüchtig durchgeblättert» (S. 44). Auf diese und nur auf diese Weise wird es möglich, «das engmaschige Netz der vielfältigen Verflechtungen», die LEIBNIZENS mathematische Entwicklung mit den Leistungen älterer und zeitgenössischer Mathematiker verbinden, gründlich aufzuhellen. Die Stärke des Buches liegt in der geradezu positivistisch zu nennenden beschreibenden Zusammensetzung der Tatsachen zu einem aus vielen Steinchen sorgsam gefügten Mosaik. Der Verfasser vermeidet sorgfältig Stellungnahme oder Wertung. Andererseits gibt er die Ansichten der beteiligten Persönlichkeiten nirgends im Original, sondern stets in indirekter Rede, die Formeln grundsätzlich in moderner Bezeichnungsweise. Die mathematischen Sachverhalte sind oft recht knapp angedeutet, die entsprechende Sachkenntnis wird beim Leser vorausgesetzt. Bei aller wissenschaftlichen Strenge ist das Buch jedoch eingängig, ja geradezu spannend geschrieben. Die Sorgfalt der Quellenangaben dürfte nicht leicht zu übertreffen sein. — Alles in allem: ein großartiger Überblick über LEIBNIZENS mathematische Entwicklung auf Grund des besten und genauestens durchgearbeiteten Quellenmaterials.

*H. Gericke, Freiburg.*

ANDRÉ DELACHET: *L'Analyse mathématique*

118 Seiten, Collection «Que sais-je?», Presses Universitaires de France, 1949

Der Verfasser unternimmt es, in einem schmalen Oktavbändchen einen historischen, bis in die Gegenwart führenden Abriß der Analysis zu geben. Dank seines erstaunlichen Überblicks über die Materie und dank des Umstandes, daß er auf die Darstellung von Methoden und Ergebnissen verzichtet, um sein ganzes Augenmerk auf die Entwicklung der tragenden Begriffe zu richten, gelingt ihm sein Vorhaben in schönster Weise. Eine gewisse mathematische Vorbildung dürfte für die Lektüre unerläßlich sein, der Student der Mathematik wird sich mit Genuß über ein Gebiet seiner Wissenschaft orientieren, und der Lehrer an einer höheren Schule findet eine lebendige historische Skizze mit zahlreichen, knapp und klar geschriebenen Beispielen, die sich sehr gut für gelegentliche Verwendung im Unterricht eignen und die er sonst mühsam zusammensuchen müßte. Erwähnt seien eine Darstellung der Diskussion um das Kontinuitätsprinzip von D'ALEMBERT bis zu FOURIER, eine Würdigung des Werks von CAUCHY, die Entwicklung der transfiniten Ordinalzahlen und ein Bericht über den Streit um das Auswahlaxiom (wobei statt ZERMELO stets ZERMOLO steht). Das Büchlein ist schwungvoll geschrieben und von fühlbarer Begeisterung für den Stoff erfüllt.

*Willi Lüssy.*

### Mitteilung der Redaktion

Wir können Herrn Dr. J.-P. SYDLER, Zürich, als ständigen Mitarbeiter begrüßen.