

**Zeitschrift:** Elemente der Mathematik  
**Herausgeber:** Schweizerische Mathematische Gesellschaft  
**Band:** 7 (1952)  
**Heft:** 4

**Rubrik:** Literaturüberschau

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 09.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

und  $m_2$  gehen durch  $M_1$  bzw.  $M_2$ . Sie sollen sich mit der Normalen  $e$  in  $E$  im Punkt  $M$  schneiden. Der Kreis durch  $M_1MM_2$  liegt symmetrisch zur Linsensehne  $EF$  und muss aus denselben Gründen wie vorhin auch durch  $E$  gehen. Das Dreieck  $M_1M_2E$  muss also gleichseitig sein, das heisst  $\alpha = 120^\circ$ . Hier ist  $\overline{EF} = 3a/4$ .

3. Für  $\alpha > 120^\circ$  sind in Teilen der Linsenbewegung zwei Seiten des Dreiecks Tangenten an einen Linsenbogen. Die zugehörigen Bahnnormalen gehen daher etwa durch  $M_1$ . Die dritte Dreiecksseite berührt dann den anderen Linsenbogen, und die zugehörige Normale geht durch  $M_2$ . Damit wieder in jeder Linsenlage ein Momentanzentrum existiert, muss  $M_1 = M_2$  sein.  $\alpha$  ist also  $180^\circ$ , und die Linse ist der Inkreis. In diesem Fall ist  $\overline{EF} = a\sqrt{3}/3$ .

A. UNTERBERGER, Bludenz.

Weitere Lösungen sandten C. BINDSCHEDLER (Küsnacht), R. LAUFFER (Graz), R. SPRANCK (Luxemburg).

### Neue Aufgaben

159. Gegeben ist eine Ellipse  $e$ . Man konstruiere jene logarithmische Spirale, für die  $e$  ein Schmiegekegelschnitt ist. R. BEREIS, Wien.

160. Es sind  $\sum_{k=0}^n \binom{n+k}{2k}$  und  $\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n+k}{2k+1}$  zu bestimmen. P. BUCHNER, Basel.

161. Eine Kegelfläche zweiter Ordnung mit der Spitze  $S$  werde von einer Ebene  $e_1$  in einem Kegelschnitt  $K_1$  geschnitten.  $F$  sei ein Brennpunkt von  $K_1$ . Man beweise: Liegt die Ebene  $e_2$  spiegelbildlich zu  $e_1$  in bezug auf die in  $F$  errichtete Normalenebene zu  $FS$ , so schneidet  $e_2$  den Kegel in einem Kegelschnitt  $K_2$  mit demselben Brennpunkt  $F$ . C. BINDSCHEDLER, Küsnacht.

162. Bei einem Kugelausschnitt von gegebenem Volumen  $V$  sei  $r$  der Radius der Kugel,  $d$  der Durchmesser des Kantenkreises,  $h$  die Höhe der Kugelkappe ( $0 < h \leq 2r$ , so dass auch nichtkonvexe Teile der Kugel und die ganze Kugel zugelassen sind). Man stelle die Oberfläche  $O$  dieses Körpers als Funktion der unabhängigen Variablen  $r$  dar und bestimme die Extremwerte der Oberfläche. R. LAUFFER, Graz.

163. Démontrer que  $m$  étant un nombre naturel quelconque et  $s$  le nombre des chiffres du nombre  $m$  (en représentation décimale), il existe un nombre naturel  $n$  tel que les  $s$  premiers chiffres du nombre  $n^2$  coïncident respectivement avec les chiffres du nombre  $m$ . W. SIERPIŃSKI, Varsovie.

*Nachtrag zur Lösung der Aufgabe 115.* Eine Lösung der Aufgabe 115 wurde auch von R. LAUFFER (Graz) vorgelegt.

## Literaturüberschau

JOHANNES KEPLER:

*Gesammelte Werke*

Band XIII: Briefe von 1590–1599 (Briefe Band I), XVII und 432 Seiten;

Band XIV: Briefe von 1599–1603 (Briefe Band II), 520 Seiten.

Herausgegeben von M. CASPAR. C. H. Becksche Verlagsbuchhandlung, München und Berlin (1945 bzw. 1949).

MAX CASPAR und der seither verstorbene Mitherausgeber der gesammelten Werke KEPLERS, WALTHER VON DYCK, haben uns 1930 mit einer Sammlung übersetzter Briefe beschenkt (2 Bände, Verlag von R. Oldenbourg, München und Berlin 1930).

Durch die hervorragenden Übersetzungen der beiden Hauptwerke, *Neue Astronomie* und *Weltharmonik*, hat MAX CASPAR, der seine Lebensarbeit KEPLERS Werken widmet, einem grossen Kreis das Verständnis für KEPLERS Anschauungen ermöglicht. Einen besseren Herausgeber der Briefe gibt es heute sicher nicht. In den Gesammelten Werken werden rund 400 Briefe von KEPLER und rund 700 Briefe an KEPLER und zwischen Dritten zur Veröffentlichung kommen. Band XIII bringt von diesen 1100 Briefen die Nummern 1 bis 127, Band XIV Nrn. 128 bis 274. Die Herausgabe ist in jeder Beziehung mustergültig; auch die äussere Ausstattung ist ganz hervorragend. Nach einer instruktiven Einleitung folgen die fast durchwegs lateinisch geschriebenen Briefe. Ein ausführlicher Nachbericht gibt eine kurze Inhaltsangabe jedes Briefes in deutscher Sprache. Die Erläuterungen und richtigen Inhaltsangaben konnte nur jemand verfassen, der sich jahrzehntelang mit jener Zeit beschäftigte. Aus den vielen Empfängern und Verfassern greifen wir hier nur einige Namen heraus: MICHAEL MÄSTLIN, HERWARD VON HOHENBURG, TYCHO BRAHE, DAVID FABRICIUS.

Da KEPLER in den Briefen seine innersten Gedanken zum Ausdruck bringt und von allen seinen Versuchen getreulich berichtet, geben sie uns einen einzigartigen Einblick in seine schaffende Individualität. Wir hoffen, dass die schönen Bände viele Freunde gewinnen mögen.

L. Locher-Ernst.

OSKAR BECKER und JOS. E. HOFMANN:

*Geschichte der Mathematik*

340 Seiten, Athenäums-Verlag, Bonn 1951

Das Buch bildet Teil II der von E. ROTHACKER herausgegebenen Sammlung «Geschichte der Wissenschaften». Der gewaltige Stoff, den noch vor 50 Jahren M. CANTOR auf 3000 Grossoktavseiten in behaglicher Breite entwickeln durfte, erscheint hier zusammengeballt auf 340 Seiten, von denen noch über hundert für Literaturangaben usw. abgehen. Dass trotzdem ein lesbarer Text zustande kam, ist der Maxime der beiden Verfasser zuzuschreiben, beim Wichtigsten nicht mit dem Platz zu geizen. Vor allem wichtig sind ihnen aber in der viertausendjährigen Geschichte jene Jahrhunderte der Entscheidung, in denen sich die Wissenschaft revolutionsartig aus primitivem Zustand zu einer höheren Stufe emporringt; diesen haben die Verfasser deshalb ein volles Drittel des kargen Raumes zugewendet. Im *Alttertum* (BECKER) handelt es sich um die Zeit von 500 bis 300 v. Chr., in der aus einer Sammlung empirischer Regeln das axiomatisch fundierte System der griechischen Geometrie herauswächst. Ein Vorgang übrigens, der aus verstreuten Fragmenten und Andeutungen rekonstruiert werden muss und dessen Darstellung daher mit Hypothesen belastet ist. Einer Modeströmung übertriebener Skepsis gegenüber bewahrt hier BECKER eine besonnene Haltung und bringt sogar den alten PYTHAGORAS wieder zu mathematischen Ehren.

Andrerseits sind in der *Mathematik des Abendlandes* (HOFMANN) fünfzig von hundert Seiten allein dem 17. Jahrhundert gewidmet, an dessen Ausgang aus der Gärung, die das Aufkommen der Analysis erzeugt hatte, die Infinitesimalrechnung herauskristallisiert. Die VIETA, FERMAT, TORRICELLI, GREGORY, NEWTON, LEIBNIZ erfreuen sich hier der besonderen Liebe des Darstellers, dessen meisterliche Beherrschung des riesigen Quellenmaterials sich auf jeder Seite kundtut. Mit dem Prioritätsstreit, zu dessen Aufhellung HOFMANN schon in seinem Leibniz-Buch von 1949 Wesentliches beigetragen hat, geht diese Epoche zu Ende. Die gewaltige Ernte, die das 18. Jahrhundert dank dem neuen Algorithmus unter der Führung EULERS einbringt, und erst recht die ungeheure Fülle des 19. Jahrhunderts können natürlich auf den restlichen 20 Seiten nur noch summarisch gewürdigt werden. Den Abschluss bildet auf 5 Seiten ein Überblick über die bisherigen Darstellungen der *Mathematikgeschichte*, deren Pflege «für uns, die wir offenkundig am Ende einer sich neigenden Epoche stehen», eine unabweissbare Pflicht ist, «um das beste Gedankengut der Zeit vor uns . . . für die kommenden Generationen zu erhalten.» Dass das Buch jedem Freund der Mathematik zu empfehlen ist, bedarf keiner Worte.

O. Spiess.

LOUIS LOCHER-ERNST:

*Einführung in die freie Geometrie ebener Kurven*

85 Seiten mit 168 Figuren, Verlag Birkhäuser, Basel 1952

Pour commencer la série «Elemente der Mathematik vom höheren Standpunkt aus», M. LOCHER fait paraître un ouvrage intitulé *Einführung in die freie Geometrie ebener Kurven*. L'auteur a la modestie de nous préciser qu'il ne s'agit pas là d'une nouvelle géométrie, mais qui, aujourd'hui, connaît cette branche des mathématiques, qui a étudié les travaux de JUEL et de KNESER? Ce petit volume, qui se lit presque d'un trait, donne une vue d'ensemble du domaine plan. Il ouvrira les yeux de bien des lecteurs et leur montrera, à portée de main, un champ de recherches encore peuplé d'interrogations. Qui ne se sentirait l'envie d'arriver facilement au bord de l'inconnu? Et la promenade pour y aller est fort agréable, car M. LOCHER expose cette théorie de façon si aisée que l'on a l'impression d'avancer sans peine. Une promenade. Mais soudain, on se trouve très haut, une foule de questions se posent et on ne sait y répondre. Les courbes que l'on croyait si bien connaître acquièrent d'étranges propriétés, considérées du point de vue de la géométrie libre. Géométrie libre, car libérée de tout système de coordonnées, de toute fonction. On part d'un système d'axiomes bien choisis pour arriver sans peine à la base fondamentale de la géométrie libre: La définition des arcs élémentaires. Une définition soigneusement pesée, ni trop, ni trop peu. En la lisant pour la première fois, on pense que c'est une définition comme tant d'autres, bien évidente et acceptable. Mais de l'avoir adoptée, on est entraîné dans l'aventure. Lorsque l'on parle de courbes, on pense en général aux courbes algébriques et il devient un peu instinctif de «voir» les courbes complétées par des points irréels. On est alors à son aise pour parler degré et classe; il règne une constance bien établie. Libérez les trajectoires des fonctions que les engendraient, oubliez les points imaginaires et tracez les courbes que votre main voudra vous inspirer en n'obéissant qu'à quelques règles: Voilà bien une géométrie libre? Pourtant des lois existent encore, plus générales que jamais. Les courbes du deuxième degré étaient les coniques; les ovales les remplacent et obéissent aux mêmes lois. De nouvelles relations naissent entre le nombre des points singuliers et le degré, et l'on devine confusément que se préparent de nouvelles formules de PLÜCKER. C'est un des grands charmes de ce petit livre que de vous amener simplement au milieu de quelque chose d'inconnu où l'on pressent que tout avance et ne demande qu'à être trouvé. Avis aux amateurs de découvertes! Ce ne seront pas les seuls mathématiciens chevronnés d'ailleurs. Les dessinateurs par exemple pourraient bien y avoir leur part. Il n'y a qu'à parcourir les tables où se pressent 168 figures pour s'en convaincre. Les courbes ont déjà des allures artistiques et pourtant l'auteur n'a étudié à fond que les courbes élémentaires et les courbes du troisième degré. Les indications et les problèmes (soigneusement gradués) qu'il donne à la fin de ce petit traité découvrent bien des perspectives. Mais on se rend compte aussi que, le livre une fois fermé, la progression devient plus malaisée, les problèmes plus ardu. Raison de plus pour féliciter le guide d'avoir amené ses lecteurs à ce point et de leur donner envie d'aller plus loin. Espérons que M. LOCHER ne s'en tiendra pas là. La géométrie libre dans l'espace, par exemple, ne découle pas trivialement de celle du plan, preuve en soit que les formules analogues à celles de PLÜCKER ne sont pas encore connues, même dans la géométrie «non libre». Ne serait-ce pas, entre autres, un sujet tout indiqué pour la nouvelle série si dignement inaugurée?

J.-P. Sydler.

ADALBERT DUSCHEK: *Vorlesungen über höhere Mathematik*

II. Band

381 Seiten, 125 Figuren, Verlag Springer, Wien 1950

Dem ersten Band, der Funktionen mit *einer* Variablen umfasst, folgt der zweite Band der Vorlesungen, der in den ersten drei Abschnitten die klassische Theorie der Funktionen mehrerer reeller Variablen vermittelt. Zunächst sind die Konvergenzbedingungen und die gleichmässige Konvergenz ausführlich dargestellt, und anschliessend

Potenzreihen und Fouriersche Reihen behandelt. Der zweite und dritte Abschnitt bieten eine gründliche Darlegung der Differentiation und Integration der Funktionen mehrerer Veränderlicher, gestützt auf eine sorgfältige Entwicklung der Grenzwertbedingungen und der Stetigkeit dieser Funktionen. Die entwickelten Methoden werden angewendet auf Probleme der Flächentheorie (Transformationen und Abbildungen, ebene Kurven, Vektoranalysis, Extrema) und der Mechanik. – Die letzten drei Abschnitte vervollständigen zum Teil Fragen, die im ersten Band vorbereitet wurden: Verallgemeinerung der Wahrscheinlichkeitstheorie auf Nichtgleichverteilung, und ergänzen andererseits den zweiten Band durch Behandlung der Fehlertheorie, der Ausgleichsrechnung und Approximation von Funktionen. Die Abschnitte fünf und sechs sind der Einführung in die lineare Algebra (Determinanten, Matrizen, lineare Gleichungen) und in die Tensoranalysis (Tensorfelder, Integralsätze von GAUSS, GREEN und STOKES) gewidmet. Obschon hier immer wieder auf das Hauptwerk DUSCHEK-HOCHRAINER verwiesen wird (besprochen *El. Math.* 6, 120 [1951]), ist dieser Abschluss der Theorie der Funktionen mehrerer Variablen sehr willkommen. Das Buch wird so zu einem gerne benützten Nachschlagewerk.

Auch dieser zweite Band zeichnet sich im Aufbau, in der Durchführung und in der sprachlichen Formulierung durch dieselbe Sorgfalt aus wie der erste Band (besprochen *El. Math.* 6, 95 [1951]). Nicht nur Übungsaufgaben, sondern überall eingestreute Bemerkungen regen den Leser an, sich mit dem Formalen vertraut zu machen, um zum Kern der Sätze vorzudringen. Daher legt der Verfasser auch grossen Wert auf die wirkliche numerische Durchführung einzelner Probleme. Das in Druck und Ausstattung vorbildliche Buch kann bestens empfohlen werden.

A. Häusermann.

### *Mathematisch-Physikalische Bibliothek*

Herausgegeben von W. LIETZMANN, Verlag B. G. Teubner, Leipzig

- Nr. 2/3. W. LIETZMANN, *Der Pythagoreische Lehrsatz*, 96 S., 6. Aufl. 1951.
- Nr. 6. M. ZACHARIAS, *Einführung in die projektive Geometrie*, 54 S., 4. Aufl. 1951.
- Nr. 11. P. ZÜHLKE, *Konstruktionen in begrenzter Ebene*, 42 S., 3. Aufl. 1951.
- Nr. 12. E. BEUTEL, *Die Quadratur des Kreises*, 63 S., 5. Aufl. 1951.
- Nr. 13. PH. MAENNCHEN, *«Geheimnisse» der Rechenkünstler*, 43 S., 5. Aufl. 1951.
- Nr. 23. A. ROHRBERG, *Theorie und Praxis des logarithmischen Rechenstabes*, 59 S., 8. Aufl. 1950.
- Nr. 59/60. P. LUCKEY, *Nomographie*, 107 S., 6. Aufl. 1949.
- Nr. 78. W. BREIDENBACH, *Die Dreiteilung des Winkels*, 54 S., 2. Aufl. 1951.
- Nr. 81. L. BALSER, *Einführung in die Kartenlehre*, 64 S., 2. Aufl. 1951.
- Nr. 87. W. LIETZMANN, *Altes und Neues vom Kreis*, 55 S., 2. Aufl. 1951.
- Nr. 92. M. ZACHARIAS, *Das Parallelenproblem und seine Lösung*, 43 S., 2. Aufl. 1951.

Die von W. LIETZMANN betreute Sammlung hat sich als ein bedürfnisentsprechendes Unternehmen erwiesen. Wir machen unsere Leser auf die Neuauflagen einer Auswahl der beliebten und preiswerten Bändchen gerne aufmerksam. Sie bieten sowohl dem Lehrer als auch dem Schüler in einfacher Form mancherlei Wissenswertes. Besondere Beachtung verdienen die schönen Einführungen von M. ZACHARIAS (Nr. 6 und 92) und die sorgfältige Bearbeitung des Bändchens über die Dreiteilung des Winkels. Die Darstellungen von A. ROHRBERG und P. LUCKEY sind mit Recht als praktische Leitfäden in weiten Kreisen bekannt geworden.

L. Locher-Ernst.

W. LIETZMANN:

*Wo steckt der Fehler?*

Mathematische Trugschlüsse und Warnzeichen

183 Seiten mit 120 Figuren, Verlag B. G. Teubner, Leipzig 1950

Die beiden ersten Teile des Buches, «Täuschungen und Fehlschlüsse» und «Trugschlüsse», erschienen früher als Bändchen der mathematisch-physikalischen Bibliothek. Sie sind hier bearbeitet und erweitert mit einem neuen Teil «Warnzeichen aus der

Analysis des Unendlichen» zu einem Bande vereinigt, den jeder Lehrer gerne benützen wird. Man findet eine grosse Zahl verschiedenartiger Fehlschlüsse, auf die man die Schüler bei passender Gelegenheit mit Nutzen aufmerksam macht. Die amüsante Sammlung konnte nur durch vieljährige Erfahrungen und die Mitarbeit interessierter Lehrer so reichhaltig werden.

L. Locher-Ernst.

---

## Fortbildungskurs des Vereins Schweizerischer Gymnasiallehrer

Der Verein Schweizerischer Gymnasiallehrer (VSG.) führt vom 5. bis 11. Oktober 1952. in Luzern seinen fünften Fortbildungskurs durch. Das vollständige Programm, der *Kursführer*, wird Ende August den Mitgliedern des Vereins und allen jenen, die ihm vom *Sekretariat des Fortbildungskurses VSG.* (Kantonsschule Luzern) verlangen, zugestellt.

Neben sechs Vorträgen in den allgemeinen Sitzungen kündigt das Programm 75 Vorträge der zwölf Fachverbände an. Der Verein Schweizerischer Mathematiklehrer sieht die folgenden Veranstaltungen vor:

CHARLES BLANC, Lausanne: L'introduction des grandeurs aléatoires en mathématiques appliquées; théorie de l'information et calcul numérique. (2 h.)

FERNAND GONSETH, Zurich: Sur les bases axiomatiques de la géométrie. (2 h.)

HUGO HADWIGER, Bern: Der Inhaltsbegriff, seine Begründung und Wandlung in älterer und neuerer Zeit. (2 Stdn.)

HEINZ HOPF, Zürich: Über Zusammenhänge zwischen Topologie und Metrik im Rahmen der elementaren Geometrie. (2 Stdn.)

ARTHUR LINDER, Genf und Zürich: Elementare Methoden der mathematischen Statistik (mit Anwendungen). (2 Stdn.)

JEAN ROSSEL, Neuchâtel: La physique actuelle et la mesure du temps. (2 h.)

*Exkursion:* Besichtigung des Windkanals und des Motorenprüfstandes der Eidg. Flugzeugwerke Emmen und des Landessenders Beromünster.

Aus den Vorträgen der Vereinigung Schweizerischer Naturwissenschaftslehrer seien hier erwähnt:

JAKOB ACKERET, Zürich: Probleme des Unterrichts in der Strömungslehre. (2 Stdn.)

RICHARD KUHN, Heidelberg: Fortschritte der Biochemie seit 1900. (2 Stdn.)

ANTON STIEGER, Winterthur: Chemische und physikalische Experimente zur Einführung in den Atombegriff. Demonstrationen. (3 Stdn.)

---

## International Contest

The Institute for the Unity of Science is offering a prize of \$ 500 for the best essay on the theme *Mathematical Logic as a Tool of Analysis: Its Uses and Achievements in the Science and Philosophy*. Two additional prizes of \$ 200 each will be given for the next best two essays. It is an International Contest and is open to everyone. Essays must not exceed 25 000 words. They may be written in English, French or German and must be submitted before January 1<sup>st</sup>, 1953. Further information can be obtained from the Institute for the Unity of Science, American Academy of Arts and Sciences, 28 Newbury Street, Boston 16, Massachusetts.